

Dispositivos móviles para el estudio de las funciones lineales

Mobile devices for the study of linear functions

Artículo de Investigación

Apolo Castañeda¹

apolo.castaneda@cinvestav.mx

Recibido: 2 de octubre de 2018

Evaluado: 30 de noviembre de 2018

Aceptado para su publicación: 18 de enero de 2019

Resumen

Este artículo reporta la implementación de una situación didáctica dirigida a estudiantes de secundaria para el estudio de función lineal a partir de actividades de movimiento. La situación propició una discusión sobre las variables involucradas, su relación, variación, y la construcción de gráficas a partir del movimiento físico, para esto se usaron tabletas multimedia para grabar las escenas de movimiento y el software Tracker para analizarlas. La situación didáctica fortaleció la idea de relación funcional entre dos variables y los estudiantes reconocieron que la inclinación de la recta está asociada con la intensidad con la que cambian las variables.

Abstract

This article reports the implementation of a didactic situation aimed at High School students for the study of linear function from movement activities. The situation led to a discussion about the variables involved, their relationship, variation, and the construction of graphs from physical movement, for this multimedia tablets were used to record the movement scenes and the Tracker software to analyze them. The didactic situation strengthened the idea of functional relationship between two variables and the students recognized that the inclination of the line is associated with the intensity with which the variables change.

¹ Licenciado en Educación en Educación Media en Matemáticas por la Escuela Normal Superior del Estado de México, Maestro en Ciencias en Matemática Educativa por el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Doctor en Matemática Educativa por el Instituto Politécnico Nacional, Profesor del Departamento de Investigaciones Educativas, del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Unidad Sur, México.

Palabras clave: Matemáticas, enseñanza multimedia, pedagogía experimental.
Keywords: Mathematics, multimedia teaching, experimental pedagogy.

Introducción

El acelerado desarrollo científico y tecnológico en los últimos años ha favorecido el desarrollo de artefactos tecnológicos cada vez más sofisticados y con una muy amplia disponibilidad. En particular, la rápida diseminación de la tecnología informática ha propiciado profundos cambios en diferentes ámbitos de la actividad humana (Dussel y Quevedo, 2010) que incluso han contribuido a resignificar la percepción del espacio – tiempo. Esto se traduce en nuevas formas de interacción, al modificarse la forma en que nos comunicamos, consultamos información, e incluso la forma estudiamos y aprendemos. Pero como lo señala Walling (2014) la tecnología informática no necesariamente mejora la educación. Sin embargo, han impactado notablemente los proyectos de enseñanza en los últimos años al proporcionar acceso a grandes volúmenes de datos e información de forma casi instantánea (Dussel y Quevedo, 2010), lo cual puede posicionar a las personas en condiciones más favorables para ampliar su conocimiento, por lo que esto, ha pasado de ser un tema de interés público a una política de estado. Lo anterior puede observarse en programas como el Programa de Inclusión y Alfabetización Digital (PIAD) en México, “Plan Ceibal” de Uruguay, “Enlaces” en Chile, “Escuelas del Futuro” en Guatemala, por citar sólo algunas, los cuales tienen el propósito de impactar en los procesos de estudio al aprovechar las capacidades de las tecnologías para desarrollar nuevos ambientes de trabajo y espacios para el aprendizaje, al tiempo que se construye un perfil del ciudadano a través de la educación científica y tecnológica para su inclusión en la sociedad del conocimiento (Secretaría de Educación Pública, 2015). El PIAD, alentado por el Programa Sectorial de Educación 2013-2018 (Secretaría de Educación Pública, 2013) destaca la importancia de reformular las modalidades y mecanismos tradicionales de transmisión, difusión de la cultura y la adquisición de conocimiento y competencias para la vida, al admitir que la nueva era digital, brinda nuevos espacios para el

aprendizaje a través de novedosas formas de interacción entre los propios estudiantes, profesores y tutores y el conocimiento en juego. Esa postura, reconoce y admite el impacto de las tecnologías, especialmente las informáticas, en los procesos educativos, y advierte la necesidad de realizar una profunda reflexión sobre los efectos y cambios que debe producirse del ámbito educativo, para que la escuela, como institución, responda a los nuevos contextos, métodos de trabajo y espacios digitales que los estudiantes experimentan fuera de la escuela. Se advierte entonces que la introducción de estas tecnologías a la escuela no es un proceso simple. No se puede replantear el escenario escolar en términos de estos recursos, sin antes, conocer los alcances, limitaciones y efectos que implica su introducción y uso en el aula, vistos desde al menos tres puntos de vista, el del profesor y su gestión, el estudiante y las tareas que realiza y el planteamiento didáctico del conocimiento en juego. Una de las primeras cuestiones que se intentan responder, es determinar si estos artefactos informáticos proveen de una ganancia o ventaja para el aprendizaje, o si pueden resolver los problemas didácticos, epistemológicos, cognitivos señalados ampliamente en las investigaciones en el campo educativo. Al respecto, la respuesta no es clara. Aunque algunas investigaciones educativas han señalado con optimismo un avance en el aprendizaje, otros estudios han destacado una serie de problemas generados con el uso de estos recursos, desde aspectos conceptuales, por ejemplo, el problema de tangencia de dos funciones en un punto, que visto desde un graficador no es posible identificarlo (Hitt, 2003), psicológicos (señalado en Arab y Díaz, 2015), o incluso fisiológico como el señalado en Domingues-Montanari (2017) del área de salud. A inicios del ciclo escolar 2016-2017, la Secretaría de Educación Pública en México presentó el programa “Mi compu.Mx” cuyo planteamiento fue el de contribuir a mejorar las condiciones de estudio, actualizar las formas de enseñanza, fortalecer los colectivos docentes y reducir las brechas digitales y sociales del país (Secretaría de Educación Pública, 2016). En el marco de este programa, se proporcionaron tabletas digitales a estudiantes y profesores de primaria, sin embargo, la falta de materiales específicos para orientar la enseñanza de cada asignatura y la casi nula capacitación técnica-

operativa representaron un obstáculo para su integración a las actividades cotidianas del aula. Ante esta amplia disponibilidad de tabletas electrónicas entre los estudiantes que ahora cursan el nivel secundaria, se planteó el desarrollo de una situación didáctica experimental para el estudio del concepto de la función lineal, con el propósito de (1) explorar las condiciones y características del ambiente de trabajo con dispositivos tecnológicos para el estudio de un concepto matemático (2) plantear una situación didáctica para el estudio de la función lineal a partir de la modelación del movimiento de una persona (Díaz-Quezada y Pérez-Vera, 2016) con la tableta electrónica. Es usual que los estudiantes de secundaria tengan su primer acercamiento con el concepto de función a través de actividades de graficación usando la técnica de tabulación y ubicación de puntos en el plano, no obstante, esto sólo los capacita para afrontar los típicos problemas de graficación, pero son incapaces de realizar otras tareas más avanzadas como por ejemplo la interpretación cualitativa de las gráficas (Leinhardt, Zaslavsky y Stein, 1990) en donde hay que leer la información gráfica y obtener significados a partir de sus características. Para desarrollar estas habilidades, se precisa de la capacidad de codificar y decodificar la información en diferentes sistemas de símbolos (gráfico, verbal, simbólico) y articular significados para establecer conexiones e identificar invariantes (Adu-Gyamfi y Bossé, 2014). En el caso de las típicas actividades escolares es posible observar someramente una relación unidireccional entre la expresión algebraica y la información numérica expresada a través de los pares ordenados, sin embargo, cuando se introduce un contexto experimental al estudio de la función emergen relaciones entre los diferentes sistemas de símbolos ya que la regla no está dada, los datos se deben obtener a partir de los experimentos, hay que definir o establecer el dominio, contradominio, etiquetar ejes, representar las gráficas y volver a la información numérica para reinterpretar la función. Como lo señalan Greefrath y Hertleif, (2018) este acercamiento favorece un ambiente de trabajo que ayuda a los estudiantes a explorar, modelizar, predecir, discutir y argumentar sus resultados con lo cual se logra un conocimiento significativo, ya que, al ser construido por él, adquiere más sentido. Esta actividad cambia la naturaleza

del conocimiento que se construye en clase (Borba y Scucuglia, 2015) ya que las tareas matemáticas que se desarrollan en estos ambientes de trabajo les permiten desarrollar conceptos matemáticos a partir de los hechos que observan, de las situaciones que experimentan, e incluso, conectar la experiencia corpórea a las representaciones matemáticas (Nemirovsky, Tierney y Wright, 1998) lo cual permite establecer una fuerte conexión entre las construcciones internas y lo que se obtiene a través de los sentidos en las experiencias sensomotoras. El acercamiento que se propone en esta investigación, destaca la actividad experimental como medio para el estudio de las funciones la cual le asigna al estudiante la responsabilidad de participar en la construcción de su propio conocimiento, al situarlos en discusiones sobre las condiciones físicas del modelo, en actividades donde se propicie el reconocimiento y análisis de las variables distancia y tiempo, se elaboren bosquejos de gráficas, se realicen interpretaciones del movimiento a partir de gráficas y se motive el tránsito entre representaciones (Radford, 2014).

Metodología y métodos

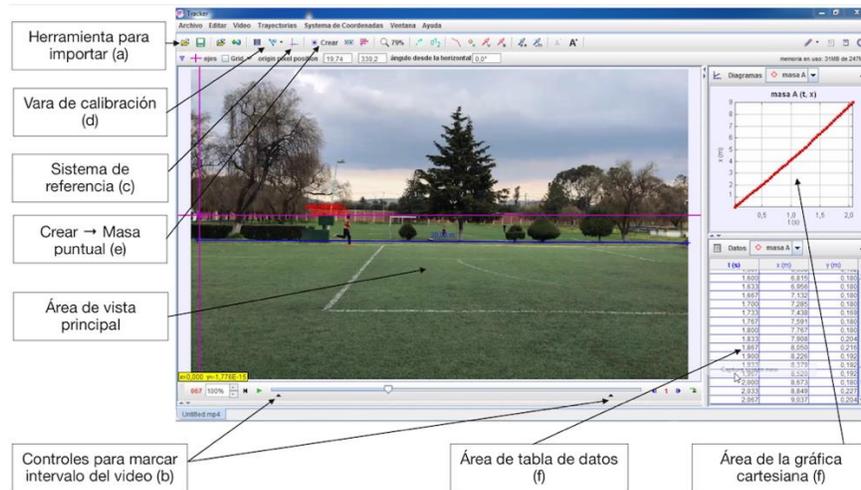
Para el desarrollo de la investigación se utilizó la Ingeniería Didáctica (Artigue, 2017). Este modelo teórico permite establecer, organizar y articular un conjunto de situaciones para el trabajo en clase por un profesor que se asume diseñador o ingeniero, el cual se apoya del conocimiento de su dominio y además toma decisiones sobre las diversas componentes del proceso. En su implementación, la situación evoluciona a partir de la reacción de los estudiantes, motivadas por las decisiones y elecciones del profesor plasmadas en la situación, de esta forma el estudiante construye un conocimiento matemático como proceso de adaptación a las situaciones que enfrenta. Es por esto, por lo que la ingeniería didáctica pone énfasis en la confrontación del análisis preliminar de la situación, donde se hacen predicciones sobre la actividad matemática del estudiante a partir de diversos componentes preliminares, con los resultados obtenidos de la experimentación (análisis a posteriori). La ingeniería didáctica como metodología de investigación consta de tres fases. El primero es el análisis preliminar que involucra tres

componentes, el epistemológico, asociado a las características del saber en juego. El cognitivo, referida a las concepciones de los estudiantes. El didáctico, que se refiere a las características del sistema de enseñanza. La segunda fase es el diseño de la situación que se implica el estudio de la forma en que se organizará y tratará el contenido de las estrategias que deberán usar los estudiantes durante las actividades diseñadas. La tercera fase es la puesta en escena o experimentación de la situación didáctica y el análisis de los resultados. La situación plantea efectuar un análisis preliminar del movimiento de un estudiante que recorre un tramo de 30 metros sobre el costado de una cancha de fútbol, posteriormente con ayuda de la tableta electrónica los estudiantes graban la escena en video para su posterior análisis con el software Tracket el cual está instalado en la tableta. Esta investigación explora el potencial que tienen las herramientas en la tableta para el estudio de las matemáticas, las cuales posibilitan la manipulación de la diversidad semántica de los conceptos matemáticos y sus representaciones (Sanabria-Brenes, 2016), al aprovechar sus características como la interactividad de la pantalla para manipular las aplicaciones (Duijzer, Shayan, Bakker, Van der Schaaf y Abrahamson, 2017). En particular, la situación didáctica motiva la confrontación entre los planteamientos iniciales en papel y los obtenidos con el software, es decir, el recurso tecnológico tiene un rol de “medio de verificación” que permite a los estudiantes confirmar sus predicciones, aunque también, puede ayudarles a situarse y familiarizarse con el problema, establecer relaciones entre cantidades, incluso, hacer exploraciones y hasta determinar las respuestas por ensayo y error (Margolinas y Drijvers, 2015). La situación didáctica tiene dos propósitos, por una parte, ofrecer un contexto en el que se propicie la relación del movimiento físico con la gráfica, interpretar el sentido de las variables distancia - tiempo, favorecer la lectura e interpretación de gráficas como se propone en Ortega y Puig (2017) al usar la tableta electrónica para recolectar y procesar datos reales en la clase. Por otra parte, motivar la transferencia de información entre las representación numérica y gráfica de la función (Ayalon, Lerman y Watson, 2014). La situación está conformada por cuatro secuencias que se desarrollaron en cuatro sesiones de 100

minutos cada una, el trabajo se realiza en equipos de tres integrantes. La primera secuencia consiste en expresar en una gráfica el movimiento de un estudiante que corre de forma constante una distancia de 30 metros. El profesor les proporciona una hoja con la instrucción y antes de realizar el experimento, los alumnos deben reunirse a discutir y analizar la situación para trazar su gráfica en papel. Los estudiantes no tienen experiencia previa en el estudio de situaciones experimentales, por lo que se espera que afronten problemas al identificar las variables y trazar las gráficas. Una cuestión que puede representar dificultad es la interpretación del término “constante”, tanto al plantear el experimento de movimiento, como al trazar la gráfica. La siguiente parte de la actividad consiste en trasladar a los equipos a la cancha de fútbol, cada equipo es responsable de asignar y rotar las siguientes funciones, el corredor, encargado de realizar el recorrido en la cancha, el camarógrafo, encargado de grabar la escena y el relator, encargado de registrar los experimentos, responder a las preguntas y coordinar al equipo para elaborar el reporte. En este punto, el profesor les recomienda a los estudiantes repetir varias veces el experimento y elegir la mejor escena de movimiento para realizar su análisis. Después de realizar el trabajo experimental, el profesor pide a los equipos regresar al aula para organizar una breve discusión sobre la experimentación, utiliza algunas de las grabaciones para analizar las características del experimento para hacer explícitos algunos elementos que serán relevantes en las siguientes situaciones, por ejemplo, el tiempo total del experimento, la distancia recorrida, el punto de origen, el punto final, el movimiento a una velocidad constante. Enseguida los equipos se reúnen para trabajar con el software Tracker. Para realizar el análisis realizan los siguientes pasos. Importar el video a Tracker (a), enseguida ajustar la escena que se desea analizar utilizando el control de intervalo (b). Se define el sistema de referencia (eje cartesiano) para ubicar el origen (c). Se define la vara de calibración (distancia conocida dentro del video) para indicar al software la conversión de pixeles a unidades de longitud (d). Para iniciar el análisis se agrega una masa puntal, la cual debe estar colocada sobre el objeto que se desea estudiar, en este caso, la masa puntal se coloca en la cabeza del

estudiante (e). Enseguida con la tecla Shift y el puntero se definen los puntos de forma sucesiva hasta completar el intervalo de tiempo elegido. El software genera simultáneamente la tabla de datos y la gráfica del experimento (f).

Fig. 1 Imagen del software Tracker



Posteriormente, el profesor organiza una discusión grupal donde los estudiantes deben exponer sus ideas y conclusiones al confrontar las gráficas que elaboraron inicialmente y las obtenidas con ayuda del software. En la segunda situación el profesor entrega a cada equipo una hoja con instrucciones para realizar tres experimentos de movimiento en la cancha de fútbol. El primero consiste en hacer correr un estudiante de forma constante, el segundo, correr de forma constante muy rápidamente y el tercero correr de forma constante muy lentamente. Antes de realizar la parte experimental los estudiantes se reúnen en equipo para analizar la situación y elaborar sus gráficas. Posteriormente los estudiantes se trasladan a la cancha para realizar la parte experimental, los estudiantes se encargan de seleccionar las mejores escenas para cada experimento y regresan al aula para realizar el análisis con el software Tracker. Enseguida se organiza una discusión grupal donde los estudiantes confrontan sus predicciones gráficas con las obtenidas en la tableta. Para terminar, el profesor introduce una discusión sobre los datos numéricos que proporciona el software y los estudiantes realizan un breve análisis de la situación donde responden a cuestiones como por ejemplo el tiempo total del

experimento, la distancia del recorrido, la distancia del estudiante en un tiempo “t”. Se espera que en esta secuencia los estudiantes establezcan y fortalezcan la relación “intensidad del movimiento” con “inclinación de la recta” y lo usen como argumento para comparar las gráficas. La tercera secuencia tiene el mismo esquema que la anterior, y sólo difiere en el tipo de actividades que se proponen. La primera consiste en hacer correr a un estudiante de forma constante hasta la mitad del trayecto, detenerse 5 segundos y reanudar la carrera de forma constante muy rápidamente hasta terminar el trayecto. La segunda consiste en correr hasta la mitad del trayecto de forma constante muy lentamente, detenerse 5 segundos y regresar al punto de origen corriendo de forma constante muy rápidamente. La tercera consiste en correr de forma constante muy lentamente hasta la mitad del trayecto, detenerse 5 segundos y reanudar la carrera corriendo de forma constante muy rápidamente hasta el final del trayecto y volver al origen corriendo de forma constante muy lentamente. Esta secuencia propicia la construcción y análisis de gráficas por intervalos o a trozos, donde se espera que los estudiantes realicen una lectura global de la gráfica considerando todo experimento y también puedan identificar y explicar el tipo de movimiento en cada intervalo. En la cuarta actividad, el profesor entrega a cada equipo una hoja que contiene cinco gráficas las cuales representan el movimiento de una persona. En el primer grupo hay tres gráficas que combinan tres formas de movimiento constante: lento, medio y rápido, dos trayectorias: avanzando y retrocediendo y un alto total durante algunos segundos. En el segundo grupo hay dos gráficas, las cuales utilizan algunos elementos anteriores y además incorporaron, en algún intervalo, un trozo de gráfica curva. Los estudiantes tienen la consigna de explicar las características del movimiento que realizó la persona para obtener la gráfica en cuestión. Enseguida los estudiantes se reúnen en equipo para formular sus explicaciones y posteriormente los estudiantes se trasladan a la cancha de fútbol para realizar la parte experimental. Después, los estudiantes regresan al aula para confrontar sus predicciones gráficas con las obtenidas en la tableta, analizan las gráficas a partir de cada situación de movimiento y formulan sus conclusiones. El profesor motiva una discusión para

analizar la idea de relación entre variables (distancia y tiempo) así como la forma de la gráfica a partir de la situación física.

Resultados

La situación didáctica se implementó en un grupo de 18 estudiantes de primer grado en una secundaria pública en México. En días previos a la aplicación, los alumnos habían estudiado el tema de funciones lineales y tenían un conocimiento de los conceptos involucrados tales como plano cartesiano, los ejes, las coordenadas, el punto de origen, además, habían trazado gráficas lineales a partir de tablas de valores. El responsable del proyecto y profesor del curso de matemáticas condujo las actividades en el aula. Se emplearon grabadoras de sonido para registrar la interacción en equipo y una video grabadora para registrar las interacciones grupales, esto con el propósito de su posterior análisis. En la situación didáctica, el recurso tecnológico fue un elemento fundamental pero no protagonista. Lo que se priorizó fue la actividad de confrontación entre las gráficas elaboradas a lápiz y papel y las obtenidas con el software, que implicó efectuar comparaciones, explicar las diferencias, similitudes, y en general, motivar la reflexión y retroalimentación de lo realizado en papel. Esta “devolución” del medio tecnológico al trabajo del estudiante ocurrió en ausencia del profesor y esto propició que los alumnos asumieran independencia en su actividad matemática y se responsabilizara de su propio aprendizaje. Enfrentar a los estudiantes a la predicción de gráficas del movimiento representó un desafío, ya que los estudiantes no tenían experiencia en el análisis de situaciones experimentales, ni habían realizado interpretaciones cualitativas de gráficas, por lo que fue predecible que emergieran dificultades al realizar esta actividad. Particularmente en la primera secuencia, ninguno de los seis equipos logró establecer una gráfica congruente a la situación y se observaron las siguientes problemáticas.

a) Relativas a la identificación de variables. No se observó una relación de dependencia entre variables, dos equipos señalaron como única variable al tiempo, tres equipos señalaron como única variable a la velocidad, un equipo sólo colocó unidades de distancia en el eje horizontal.

b) Relativas a la traducción del movimiento físico a una gráfica cartesiana. Las producciones no reflejan la situación física, cuatro equipos trazaron una línea horizontal para señalar el desplazamiento del corredor un lugar a otro, un equipo dibujó una persona corriendo, un equipo dibujó la cancha de fútbol con un estudiante en el punto de origen.

Durante la confrontación, los estudiantes contrastaron sus propuestas iniciales con las obtenidas con el software, y el profesor motivó la discusión para ampliar la reflexión sobre las diferencias entre ambas producciones. Cuando los estudiantes se enfrentaron con la predicción de las gráficas en la segunda secuencia, ya tenían clara la relación de las variables distancia y el tiempo, y además habían confirmado que la gráfica resultante era una recta con pendiente positiva. No obstante, se observaron dificultades con la relación entre la pendiente de la recta y la velocidad constante a diferentes intensidades. Tres equipos no distinguieron las diferentes velocidades constantes y sus gráficas fueron muy similares. En el caso del movimiento constante lento, dos equipos dibujaron rectas horizontales.

La tercera secuencia planteó combinar diversos movimientos que conducían a gráficas con diferentes comportamientos, pero expresados en un mismo dominio. Los estudiantes enfrentaron dificultades debido a que no habían tenido previamente un acercamiento al estudio y análisis de gráficas a trozos. Ninguno de los equipos logró construir las gráficas a trozos y todos optaron por elaborar gráficas independientes para cada tipo de movimiento. Por otra parte, la definición de los intervalos fue un problema para dos equipos, ya que decidieron tomar con referencia el tiempo, lo que provocó confusión al momento de trazar las gráficas. Finalmente, el problema de las uniones de las gráficas, dos equipos discutieron ampliamente cómo debería ser estas uniones, debido a que estos cambios representaban movimientos abruptos que -afirmaban- difícilmente se pueden lograr expresar en la realidad, por lo que decidieron suavizar su trazo y añadieron curvas para expresar un cambio de movimiento. Se tenía la expectativa de que los estudiantes enfrentaran problema con el cambio de dirección en el movimiento (de regreso al punto de partida) pero ningún equipo mostró problema.

En la secuencia cuatro se planteó un escenario inverso. Los estudiantes se enfrentaron al análisis de gráficas para explicar el tipo y características del movimiento que las produjo. Esto implicó la “lectura” de las gráficas para analizar su inclinación, los intervalos, la duración del experimento. En el primer grupo de gráficas, cinco equipos lograron expresar correctamente las características del movimiento, el otro equipo lo realizó parcialmente, pues tuvo problema con las rectas horizontales, aquellas que indicaban los instantes en que permanecía detenido el corredor. En el caso del segundo grupo de gráficas, cuatro equipos le dieron sentido físico a la parte curva de la gráfica. Los estudiantes señalaron que la persona aumentaba o disminuía su velocidad.

En lo que se refiere a la experimentación, los estudiantes manifestaron un profundo interés, disposición al trabajo y mucho entusiasmo, ya que fue una forma diferente de estudiar matemáticas, por otra parte, la intervención del profesor fue mínima lo que responsabilizó aún más a los estudiantes en la organización y gestión del trabajo en equipo, incluso, los equipos generaron de forma espontánea, discusiones para explicar los resultados obtenidos, que en muchos casos, obligaban a repetir los experimentos. Tras concluir con las 4 secuencias, todos los estudiantes participaron como corredores en al menos una ocasión, esto contribuyó a mantener el interés en la situación ya que se asumían así mismos como objeto de estudio y se reconocían en las gráficas, al señalar comentarios como “aquí iba más rápido”, “aquí me detuve un poco”, “corrí muy rápido”.

En la fase final de cada secuencia se desarrolló un debate grupal coordinado por el profesor, en el que cada equipo presentó los resultados de la confrontación de gráficas, señalando las coincidencias, diferencias y manifestando sus dudas. El profesor se mantuvo al margen de las discusiones, propiciando la reacción de los otros equipos y señalando los puntos de interés. El caso más ampliamente discutido fue el de la pendiente de la recta y la velocidad constante del corredor, dos equipos argumentaron que decir “velocidad constante lento” era muy impreciso y relativo, pero los estudiantes no tenían los conocimientos suficientes para cuantificar la velocidad por lo que el profesor orientó la discusión a la comparación de velocidades

constantes.

En la primera secuencia la discusión se centró en confirmar las variables del problema. Dado que el software utiliza los videos para el análisis, el tiempo de duración del evento es un referente fundamental. Al importar el video, el software contabiliza los cuadros por segundo y se establece de forma directa la variable tiempo. Al efectuar el análisis del video, la “vara de calibración” introduce la variable “distancia”, así los equipos establecieron de forma inmediata la relación distancia-tiempo. En la discusión, dos equipos intentaron incorporar la velocidad, pero se complicó cuando otro equipo recordó que la condición inicial del problema era que la velocidad no cambiaba, se mantenía constante. Otra discusión importante fue la aparición de gráficas con cierta curvatura, dos equipos atribuyeron esto a la dificultad de mantener una carrera constante y se confirmó la idea de “velocidad constante” para obtener una recta. En la actividad 2 la discusión se centró en los problemas del dominio de las gráficas. Al correr constante rápido, el tiempo en la gráfica es breve, cuando se corre constante lento, el tiempo en la gráfica se extiende. Esto causó confusión en un equipo porque la escala numérica en la primera gráfica la extendieron de forma deliberada y las dos gráficas resultantes eran casi idénticas. En la actividad 3 la discusión se desarrolló en torno a la naturaleza de la gráfica a trozos. Cuatro equipos argumentaron que “aunque se tenía una gráfica no era una gráfica sino la combinación de varias”, dos equipos argumentaron que la situación tenía diferentes comportamientos pero que tenía que “leerse” como un único fenómeno y que por lo tanto se tenía que expresar como una única gráfica. En la discusión se analizaron los intervalos, la pendiente negativa, pendiente cero. Por último, el debate grupal de la secuencia 4 se centró nuevamente en el grado de inclinación de la recta y en la idea de velocidad variable. Un equipo organizó la discusión final para concluir que la velocidad constante genera una recta y su variación conduce a diversas gráficas curvas.

Discusión

Aunque la situación didáctica se planteó considerando la disponibilidad de tabletas electrónicas entre los estudiantes de secundaria, la cuestión fundamental que

motivó el diseño de la situación didáctica fue la posibilidad de crear un escenario de aprendizaje en el que se integraran las características tecnológicas del artefacto para, propiciar diversos tipos de interacción, alentar las reflexiones sobre la matemática durante el proceso de modelación, motivar la responsabilidad de los alumnos sobre su propia actividad matemática y servir como un medio de verificación de las actividades realizadas en el papel. Se parte de la idea de que la tecnología informática no necesariamente mejora la educación (Walling, 2014), pero permite diversificar los puntos de vista, experiencias y modifica la forma en que estudiamos y aprendemos. En este sentido, un elemento fundamental en el diseño de la situación fue la componente experimental apoyada con la tableta, cuyo propósito fue involucrar al estudiante a un escenario empírico para planear, ejecutar y recolectar información. Esta actividad -no convencional- alentó el trabajo autónomo en el que los estudiantes adoptaron los roles al interior de los equipos y asumieron las tareas con independencia. Este ambiente de trabajo integró una tecnología informática al estudio de las matemáticas para plantear novedosas formas y espacios para el aprendizaje, al introducir la interpretación cualitativa de las gráficas a partir de explorar, modelizar, predecir, discutir, confrontar y argumentar sus resultados obtenidos en el papel y con el software, con lo cual se motiva el desarrollo de conceptos matemáticos sobre la base de los hechos observables y experimentados estableciendo una conexión entre las construcciones internas y las experiencias sensoriomotoras (Nemirovsky, Tierney y Wright, 1998). Desde el punto de vista de la gestión de la clase, la implementación de la situación implicó plantear una organización diferente de la clase, con actividades en el deportivo, con tareas muy distintas a las cotidianas, con herramientas novedosas. El profesor acompañó a los estudiantes durante todo el desarrollo de la situación, pero sus intervenciones fueron mínimas. No obstante, su participación fue fundamental en las discusiones generadas al final de cada secuencia, donde motivó la confrontación entre los equipos, la comparación de modelos, el análisis de resultados y condujo a las conclusiones. La situación, que sostiene el argumento de tránsito entre representaciones (Adu-Gyamfi y Bossé, 2014), motivó a los alumnos a realizar el

análisis de las gráficas y coordinar esa información con la obtenida en la tabla de datos numéricos aportados el software, así como, con la propia experiencia física de movimiento. Esto condujo a fortalecer la relación entre gráfica y situación de movimiento, que permitió a los estudiantes a explorar modelos de funciones no lineales en incluso, explicar su comportamiento. Esta experiencia plantea una cuestión que es necesario seguir reflexionando, las condiciones y características del ambiente de trabajo con dispositivos tecnológicos para el estudio de un concepto matemático. En la situación se definió que el software sería un “medio de verificación” al trabajo en papel, ya que la intención no era obtener las gráficas del movimiento en sí, sino propiciar la confrontación de ideas sobre el modelo. La postura de la situación es que la confrontación es fuente de aprendizaje ya que enfrenta las ideas preliminares, intuitivas, con las obtenidas en el software, y establece una comparación y diálogo para reorganizar las ideas iniciales.

Conclusiones

El estudio del concepto de función en la escuela se ha centrado en tratamiento algorítmico, el cual es un aspecto necesario, pero no suficiente. Esta situación didáctica propuso replantear el estudio de las funciones al incorporar situaciones experimentales que propician el análisis de las variables involucradas y se favorezcan las actividades de lectura e interpretación de las gráficas. Esto acercamiento permite la creación de ambientes de aprendizaje para elaborar reflexiones, ideas, conjeturas, argumentos y motiven el diálogo e intercambio de experiencias. La situación didáctica integró la actividad física con principal argumento para introducir el análisis de gráficas cartesianas (Nemirovsky, Tierney y Wright, 1998), para promover la interpretación cualitativa de gráficas y para establecer conexiones entre diferentes representaciones, particularmente, el gráfico, numérico y el contexto físico. Esta situación, con énfasis en la actividad experimental, motivó la autonomía de los estudiantes para coordinar y desarrollar la fase experimental sin la intervención del profesor, esto propició que los estudiantes se involucraran y asumieran su responsabilidad en actividad matemática. El medio

tecnológico también contribuyó a esta autonomía pues les permitió validar y replantear su trabajo sin la intervención del profesor. Por otra parte, la situación contribuyó a desarrollar la habilidad de bosquejar gráficas sin necesidad de utilizar valores de referencia, aunque en las discusiones se priorizó más el análisis cualitativo de las gráficas, se incorporaron reflexiones a partir de la tabla de datos, particularmente para determinar la posición del estudiante en diferente tiempo. Aunque los estudiantes habían estudiado el tema de funciones, la situación didáctica fortaleció la idea de relación funcional entre dos variables y la principal contribución fue que los estudiantes reconocieran que la inclinación de la recta está asociada con la intensidad con que cambian las variables.

Referencias bibliográficas

- Adu-Gyamfi, K. & Bossé M. J. (2014). Processes and reasoning in representations of linear functions. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 12 (1), 167–192.
- Arab, E. L. & Díaz, A. G. (2015). Impacto de las redes sociales e internet en la adolescencia: aspectos positivos y negativos. *Revista Médica Clínica Las Condes*, 26(1), 7-13. DOI: 10.1016/j.rmclc.2014.12.001
- Artigue, M. (2017). The challenging relationship between fundamental research and action in mathematics education. In G. Kaiser (Ed.), *Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education* (pp. 145-163). New York: Springer.
- Ayalon, M., Lerman, S. & Watson, (2014). Graph-matching situations: some insights from a cross year survey in the UK. *Research in Mathematics Education*, 16 (1). 73-74
- Borba, M.C. & Scucuglia, R. (2015). Lerman's Perspectives on Information and Communication Technology, en P. Gates y R. Jorgensen (Eds.) *Shifts in the Field of Mathematics Education*. pp. 215-230
- Díaz-Quezada, V. & Pérez-Vera, I. (2016). Uso de gráficas en una situación de modelación del movimiento en matemática en la enseñanza secundaria en Chile. *Paradigma*, XXXVII, (1), 161 – 180
- Domingues-Montanari, S. (2017). Clinical and psychological effects of excessive screen time on children. *Journal of Paediatrics and Child Health*, 53(4), 333-338. DOI: 10.1111/jpc.13462

- Dussel, I. & Quevedo, L. A. (2010). *VI Foro Latinoamericano de Educación; Educación y nuevas tecnologías: los desafíos pedagógicos ante el mundo digital*. Buenos Aires: Santillana.
- Duijzer, C. A. C. G., Shayan, S., Bakker, A., Van der Schaaf, M. F. & Abrahamson, D. (2017). Touchscreen tablets: Coordinating action and perception for mathematical cognition. *Frontiers in Psychology*, 8, <http://dx.doi.org/10.3389/fpsyg.2017.00144>
- Greefrath, G. & Hertleif, C. (2018). Mathematical modelling with digital tools—a quantitative study on mathematising with dynamic geometry software. *ZDM*, 50 (1-2), 233-244
- Hitt, F. (2003). Una Reflexión Sobre la Construcción de Conceptos Matemáticos en Ambientes con Tecnología. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, X (2), 213-223
- Leinhardt, G., Zaslavsky, G. & Stein, M. K. (1990). Functions, Graphs, and Graphing: Tasks, Learning, and Teaching. *Review of Educational Research*, 60 (1), 1-64.
- Margolinas, C. & Drijvers, P. (2015). Didactical engineering in France; an insider's and an outsider's view on its foundations, its practice and its impact. *ZDM*, 47: 893–903 DOI 10.1007/s11858-015-0698-z
- Nemirovsky, R, Tierney, C. & Wright, T. (1998). Body motion and graphing. *Cognition and Instruction*, 16, 119-172.
- Ortega, M. & Puig, L. (2017). Using Modelling and Tablets in the Classroom to Learn Quadratic Functions. In G. A. Stillman, W. Blum y G. Kaiser (Eds). *Mathematical Modelling and Applications*. pp. 565-575. Springer, Cham.
- Radford, L. (2014). On the role of representations and artefacts in knowing and learning. *Educational Studies in Mathematics*, 85 (3). 405–422
- Sanabria-Brenes, G. (2016). Uso de software: ¿una necesidad en la enseñanza de las matemáticas?, *Atenas*, 35 (3), 96-109, Disponible en: <https://atenas.reduniv.edu.cu/index.php/atenas/article/view/220>
- Secretaría de Educación Pública (2013). *Programa Sectorial de Educación 2013-2018*. México: SEP.
- Secretaría de Educación Pública (2015). *Programa de inclusión y alfabetización digital 2015, herramientas de apoyo al docente*. México: SEP
- Secretaría de Educación Pública (2016). *Programa @prende 2.0, Programa de inclusión digital 2016-2017*. México: SEP.
- Walling, D. R. (2014). *Designing Learning for Tablet Classrooms*. New York: Springer.