

**EL ESTUDIO DE LAS FUNCIONES MATEMÁTICAS EN ONCENO GRADO Y  
SU TRATAMIENTO METODOLÓGICO**  
**THE STUDY OF THE MATHEMATICAL FUNCTIONS IN ELEVENTH DEGREE AND  
THEIR METHODOLOGICAL TREATMENT**

M. Sc. Leobanis Horta Rodríguez<sup>1</sup> (0000-0002-1331-4266), Universidad de Matanzas,

[leobanis.horta@umcc.cu](mailto:leobanis.horta@umcc.cu)

M. Sc. Yoandy López Valle<sup>2</sup> (0000-0002-9127-8280)

M. Sc. Diana Rosa Daniel García<sup>3</sup> (0000-0002-0587-5178)

Lic. Sonia Suárez Corbea<sup>4</sup> (0000-0002-8443-3756)

### **Resumen**

El trabajo tiene como objetivo fundamentar el tratamiento metodológico de las funciones matemáticas en onceno grado a partir de las transformaciones que han sucedido en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en la Educación Preuniversitaria, en particular en el estudio de las funciones matemáticas. Se exponen las principales transformaciones acontecidas en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en la Educación Preuniversitaria, así como en el proceso de enseñanza aprendizaje de las funciones matemáticas. Se muestran las exigencias actuales que entorno al proceso de enseñanza aprendizaje de las funciones matemáticas en onceno grado se declaran en el programa de Matemática para este grado. Se utilizan los métodos teóricos histórico-lógico, análisis-síntesis, inducción-deducción. Un aspecto de relativa importancia que se aborda en el trabajo es el transcurso de la línea directriz “Correspondencias y funciones”, de manera que permita comprender el tratamiento metodológico de las funciones matemáticas en onceno grado.

**Palabras claves:** *concepto función; funciones matemáticas; transformaciones; tratamiento metodológico*

## **Abstract**

The work has in particular as objective to base the methodological treatment of the mathematical functions in eleventh degree starting from the transformations that have happened in the process of teaching learning of the Mathematical one in the Education Preuniversitaria, in the study of the mathematical functions. The main transformations are exposed happened in the process of teaching learning of the Mathematical one in the Education Preuniversitaria, as well as in the process of teaching learning of the mathematical functions. The current demands are shown that half-close to the process of teaching learning of the mathematical functions in eleventh degree they are declared in the program of Mathematical for this degree. The historical-logical theoretical methods, analysis-synthesis, induction-deduction are used. An aspect of relative importance that is approached in the work is the course of the line guideline Correspondences and functions, so that he/she allows understanding the methodological treatment of the mathematical functions in eleventh degree.

**Key words:** *concept function; work mathematics; transformations; methodological treatment*

Una de las principales tareas que plantea la educación es contribuir al desarrollo del pensamiento del estudiante, este es un objetivo esencial que debe cumplirse en el desarrollo de todas las asignaturas que forman el plan de estudio de las diferentes educaciones, en particular la Matemática.

Sin dudas, la enseñanza de la Matemática contribuye a la formación del hombre que necesita la nueva sociedad; por sus aportes al desarrollo del pensamiento lógico mediante los procesos mentales que intervienen en el razonamiento, a la toma acertada de decisiones, al estímulo de capacidades para la investigación científica, lo cual coadyuva a que el hombre pueda entender y transformar su entorno.

Por tal razón, la Matemática constituye asignatura básica que se imparte desde los primeros grados de la Educación Primaria. Lo planteado se fundamenta, por un lado, que la Matemática constituye una eficaz herramienta de trabajo (tanto intelectual como práctico); y por otro, conforman un área de estudio que intenta comprender los modelos que impregnan

el mundo que nos rodea y cuya actividad se podría resumir mediante la expresión resolución de problemas (Horta, 2017, p. 7).

El proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, en particular de las funciones matemáticas, prepara al estudiante para su inserción como ciudadanos en la llamada sociedad de la información y el conocimiento. Es por ello que en Cuba se reordenan y perfeccionan los contenidos y métodos de esta disciplina, donde el cambio básico radica en convertir la formulación y resolución de problemas relacionados con procesos y fenómenos de la vida práctica en el eje central de trabajo con sus contenidos.

Por ello, el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en la Educación Preuniversitaria debe aprovechar las potencialidades que ofrecen las funciones matemáticas pues, “su estudio brinda múltiples posibilidades para contribuir de manera decisiva al desarrollo multilateral de la personalidad, de manera que permita comprender la necesidad del empleo de la Matemática en bien de la sociedad” (Ballester *et al.*, 2018, pp. 6-7).

El estudio de las funciones matemáticas forma parte del currículo general y se desarrolla en la línea directriz “Correspondencias y funciones”, que está presente a lo largo del curso de Matemática desde la primera infancia. Se entrelaza con otras líneas directrices para asegurar el nivel de partida de contenidos afines a las funciones matemáticas que se estudian en la Educación Superior como es el cálculo diferencial e integral, entre otros.

Por lo antes expuesto la presente investigación tiene como objetivo fundamentar el tratamiento metodológico de las funciones matemáticas en onceno grado a partir de las transformaciones que han sucedido en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en la Educación Preuniversitaria, en particular en el estudio de las funciones matemáticas.

El proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática ha sido y es objeto de constantes transformaciones en aras de lograr una preparación matemática más eficiente de los estudiantes. Estos cambios han ocurrido en todas las educaciones del SNE, muy especial en la Educación Preuniversitaria.

En Cuba, los primeros intentos de perfeccionamiento de la enseñanza de la Matemática fueron realizados por la doctora Dulce María Escalona Almeida (1901-1976) y sus colaboradores a mediado

de la década de los años 50 del siglo XX. El contexto histórico-político-social del país limitó dichos esfuerzos.

Con el perfeccionamiento del SNE en la segunda mitad de la década de los años 70 se introdujeron cambios significativos en los programas de Matemática en Cuba, que permitieron la asimilación de una nueva didáctica de la asignatura, fundada en sólidas bases científicas y con una marcada intención hacia el desarrollo de la personalidad de los estudiantes.

Como parte de estos cambios, varios fueron los enfoques didácticos desarrolladores propuestos para la enseñanza de la Matemática, los que caracterizaron el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura en la Educación Preuniversitaria, entre ellos: “La enseñanza de la Matemática a partir de células generadoras, de Herminia Hernández Fernández; “La enseñanza de la Matemática mediante sistemas de ejercicios”, de Félix Muñoz Barrios y “La enseñanza problémica de la Matemática”, de Paúl Torres Fernández (Torres, 1996, p. 2).

A partir del curso escolar 1989-1990 los principales cambios en los programas de Matemática, se basan en la aparición de las orientaciones metodológicas dirigidas a los profesores, incluyéndose una unidad de sistematización de conocimientos en el último grado de cada nivel de la enseñanza media.

Con las nuevas transformaciones de la enseñanza media iniciadas en 1999 y extendidas en 2002 en el modelo educativo y la estructura organizativa de la secundaria básica, continuaron el perfeccionamiento de los programas de estudio, los que implicaron el traslado de contenidos que anteriormente pertenecían a esta enseñanza, a la vez que estos cambios repercutieron en los componentes didácticos de esta enseñanza y las precedentes, al incorporar los recursos de las TIC, en especial de la televisión, el video y el empleo de *software* educativos.

Los cambios en los programas de Matemática del preuniversitario están dirigidos a ello, concretados en las indicaciones metodológicas generales de la asignatura al realizar precisiones de los objetivos a lograr finalizado este nivel de enseñanza. Al respecto, el tercer y noveno lineamiento para el trabajo metodológico (Álvarez, Almeida, Villegas, 2014), expresa que el profesor debe:

Potenciar el desarrollo de los estudiantes hacia niveles superiores de desempeño cognitivo, mediante la realización de tareas cada vez más complejas, de carácter interdisciplinario, y el tránsito progresivo de la dependencia a la independencia y la creatividad; y para ello utilizar

las tecnologías, incluida las de la informática y la comunicación, con el objetivo de adquirir conocimientos y racionalizar el trabajo de cálculo, pero también con fines heurísticos (pp. 1-2).

Para cumplir la función asignada a la Matemática, esta requiere ser desarrollada con un enfoque metodológico general, el cual se declaró a partir del curso escolar 2004-2005, al establecer las ideas claves o lineamientos de la asignatura Matemática, con el propósito de ofrecer una guía para el trabajo de profesores, metodólogos y directivos en su quehacer cotidiano. Dichos lineamientos son válidos para los distintos niveles educativos y demanda su implementación desde cada actividad de trabajo metodológico, para que la clase cumpla con las exigencias requeridas y fomente el interés de los estudiantes hacia la matemática.

En el curso escolar 2005-2006 se elaboraron nuevos programas de Matemática para el preuniversitario. En sus indicaciones metodológicas aparece una versión perfeccionada de los lineamientos de la asignatura, que trataron de reflejarse de manera consecuente en los objetivos generales y demás componentes de estos documentos rectores, así como en las teleclases y otros materiales elaborados.

En 2010 se le orientó por la dirección del MINED a la Subcomisión Nacional de Matemática, la realización de un diagnóstico de programas y libros de texto de la asignatura en todos los niveles educativos, a partir de lo cual se ha emprendido un trabajo de mejora de estos, con acciones de diferentes alcances, apoyado en documentos normativos emitidos por el Instituto Central de Ciencias Pedagógicas (ICCP) y el MINED, los que constituyen preámbulo al proceso de perfeccionamiento del SNE iniciado en el año 2014.

Es por ello que se realizaron cambios sustanciales, con la preservación de lo positivo aplicados a inicios de este milenio: elaboración de programas de tránsito en décimo grado y proyección de nuevos programas para el nivel medio superior, perfeccionamiento de las líneas directrices de la enseñanza de la Matemática y su contextualización, ejecución de la preparación de asignatura en ocho horas semanales como mínimo, el papel protagónico de las comisiones de asignatura desde la escuela hasta el nivel nacional, la implementación del sistema de evaluación y la actualización del Programa Director de la Matemática.

A partir del 2014, se inició la experimentación pedagógica del proceso de perfeccionamiento educacional, como parte del tercer perfeccionamiento del SNE, los cambios más importantes que se propusieron para el sistema educativo se concentran en tres grupos: cambios generales del SNE, cambios en las formas de trabajo de las instituciones y modalidades educativas, y cambios curriculares. Los cambios curriculares abarcan cambios en los planes y programas de estudios de todos los niveles educativos, disciplinas y asignaturas que lo compone. Las principales transformaciones en la disciplina Matemática se centraron en:

- La integración de los componentes formativos de manera explícita e implícita, desde los objetivos y contenidos, fundamentalmente, a partir de la resolución y formulación de problemas.
- Los contenidos se organizan en líneas directrices y transitan por diferentes niveles de precedencia: se inician, se definen, se sistematizan, se aplican y se amplían. Se incorporan, de manera dosificada, todos los ajustes pertinentes que durante los últimos años han surgido. El eje central de la concepción general del trabajo en la asignatura lo constituye la formulación y resolución de problemas.
- Se orientan situaciones de aprendizaje donde se utilicen *software* para la simulación y generalización de relaciones entre objetos matemáticos de manera dinámica e interactiva. (ICCP, 2013, p. 21).

Los nuevos programas de la disciplina Matemática en el preuniversitario, elaborados a partir del 2014, logran una concepción unitaria basada en las líneas directrices, principios que sustentan la selección y ordenamiento del contenido de las unidades en los programas de la asignatura para cada grados y cuya articulación en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática se basan en el enfoque metodológico general de la asignatura, a partir de sus lineamientos de trabajo, como ideas que permiten cumplir la misión de la Matemática dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje de manera que alcance la calidad requerida.

El análisis realizado permite acercarse al proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en la Educación Preuniversitaria, según las exigencias de su enfoque metodológico general. De estas exigencias y la necesidad a nivel mundial de un progresivo perfeccionamiento del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, otro elemento impulsor de este interés, es la creciente

matematización del mundo actual, en el que se pretende que el ciudadano del siglo XXI sea capaz de:

- tomar decisiones comparando y analizando datos estadísticos;
- interpretar el significado de proposiciones con contenido matemático y sus implicaciones para la supervivencia humana; y de
- resolver problemas donde tenga que emplear conocimientos matemáticos (Suárez, Duardo y Rodríguez, 2020, p. 120).

En consecuencia, la asimilación del contenido matemático fortalece la instrucción, el desarrollo y la educación de los estudiantes, en consonancia con los objetivos que se plantean en los programas. El concebir el contenido de enseñanza en un sentido amplio, es una premisa importante para contribuir de manera efectiva al logro de los objetivos de la enseñanza de la Matemática, por tanto, es objeto de apropiación y base para el desarrollo de la personalidad de los estudiantes.

La asignatura Matemática debe garantizar la educación matemática básica que permita obtener y cursar una carrera universitaria, lo cual está determinado por los objetivos y contenidos que son objeto de enseñanza en ella que, a pesar de su variedad, se pueden agrupar en torno a determinados núcleos esenciales de contenido: números, magnitudes, ecuaciones, funciones, geometría y trigonometría, estadística, e ideas combinatorias. Los conceptos y métodos de estos núcleos esenciales se entrelazan unos con otros.

El proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones matemáticas se incluye, fundamentalmente, en el núcleo funciones, cuyos contenidos reflejan la relación entre los conceptos, relaciones y procedimientos propios del trabajo con funciones, en los que se considera como piedra angular de este proceso los procedimientos que deben contribuir al desarrollo y fijación de habilidades matemáticas básicas, así mediante la resolución y formulación de problemas de diferentes contextos, como eje central de la concepción general del trabajo en la asignatura Matemática, se logran los objetivos propuestos para este proceso y las relaciones entre las categorías del componente contenido.

En onceno grado, el proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones matemáticas pretende abordar contenidos que permitan fijar las propiedades generales de las funciones, en relación con el gráfico y, al mismo tiempo, fijar y desarrollar habilidades de la Matemática entre las que se

encuentra relacionar gráfico-ecuación-propiedades como una tríada que manifiesta la unidad dialéctica entre los conceptos, relaciones y procedimientos inherentes al trabajo con funciones matemáticas.

Es imprescindible en este grado el tratamiento del concepto función y la representación gráfica de funciones, a partir del repaso de los elementos esenciales que caracterizan este concepto y de procedimiento matemático, respectivamente. En este sentido, constituye de vital importancia la orientación de ejercicios con diferentes enfoques, con incisos que exijan de la identificación de conceptos matemáticos esenciales en el estudio de las funciones, lo que contribuye al desarrollo de la argumentación matemática como una exigencia de la concepción general de la asignatura Matemática a partir del trabajo con la línea directriz adiestramiento lógico-lingüístico.

La relación del concepto función, así como de sus propiedades y operaciones, con sus aplicaciones, requiere de atención durante las clases de funciones matemáticas en onceno grado, pues de este modo los estudiantes perciben la significatividad del contenido matemático al reflejar la realidad objetiva, su relación con otras disciplinas, como la Física, e incluso con vivencias reales de la vida práctica.

En el estudio de las funciones matemáticas es esencial la evaluación de funciones, lo que desarrolla la habilidad de calcular valores funcionales. El proceso de evaluación de funciones permite reactivar la relación existente entre el dominio y la imagen de una función, así como actualiza la relación entre gráfico-ecuación-propiedades. Para sistematizar este procedimiento es necesario determinar el dominio de funciones, lo que permite recordar conocimientos, procedimientos y habilidades esenciales referidas a la resolución de ecuaciones e inecuaciones y la memorización del dominio de las funciones elementales.

En cuanto a la determinación de la imagen de funciones más complejas que las funciones elementales, se desarrolla el procedimiento de despejar la variable independiente ( $x$ ) para determinar los valores que indefinen la expresión en función de la variable dependiente ( $y$ ), lo que requiere de la aplicación de transformaciones equivalentes; este procedimiento ha de ser comprendido, pues constituye la base para determinar la inversa de una función. De esta forma los contenidos se entrelazan y refuerzan por medio de las habilidades básicas y un procedimiento

general: la resolución de ecuaciones, que encuentra aplicaciones en las unidades que trabajan contenidos de funciones y otras que posteriormente se desarrollarán.

El proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones matemáticas se basa principalmente, en la línea directriz “Correspondencias y funciones”, la que tiene como objetivo esencial el desarrollo del pensamiento funcional matemático a lo que contribuye, indudablemente, el debate del desarrollo histórico del surgimiento del concepto función a partir necesidades de la realidad objetiva, las contradicciones entre los científicos, los avances y retrocesos en la estructuración de la teoría y el regreso a la realidad objetiva para solucionar los problemas que le dieron origen.

Para la enseñanza de la Matemática el trabajo con correspondencias y funciones tiene como propósito principal la formación, a largo plazo, de un concepto central en la matemática, tanto por lo que significa para el desarrollo interno de esta como ciencia, así como por sus aplicaciones, por cuanto contribuye a modelar múltiples fenómenos y procesos de la realidad, evidenciado en el desarrollo del pensamiento funcional desde los primeros grados.

De tal forma, se persigue aplicar los conceptos de funciones en la resolución de ejercicios y problemas de la realidad educativa que atiendan a las diferentes facetas de la formación integral de los estudiantes, como la formación vocacional y la orientación profesional, la educación patriótica, moral, física, ambiental, para la salud, la equidad de géneros y la sexualidad responsable, usando las posibilidades de las TIC (Castillo y Gamboa, 2020, p. 6).

El tratamiento de las funciones matemáticas se lleva a cabo a partir de dos fases: una implícita o propedéutica, antes de definir el concepto función, y otra explícita al abordar el estudio de las diferentes clases de funciones, sus propiedades y representación gráfica. La etapa propedéutica se inicia en la primera infancia, con la comprensión de las ideas del concepto correspondencia a partir de ejemplos de situaciones del mundo circundante. En la Educación Primaria se presentan nuevas correspondencias al estudiar los conjuntos, los números naturales y fraccionarios, y los contenidos geométricos, en los que se incluyen los movimientos en el plano.

En séptimo grado se continúa el desarrollo de conocimientos y habilidades adquiridas, con la consolidación y sistematización, en un nivel de complejidad superior, pues se completa con el estudio de los números racionales y las relaciones de correspondencias que se establecen en ellos. Por tal motivo, este grado constituye una etapa de tránsito en la fase propedéutica del tratamiento

metodológico de las funciones matemáticas. En octavo y noveno grados se define el concepto función como correspondencia entre dos conjuntos, se interpretan situaciones intra y extramatemáticas que se modelan por funciones lineales y cuadráticas sobre la base de sus propiedades y de poder transferir de una forma de representación a otras.

En la Educación Preuniversitaria se hace énfasis en una comprensión amplia del concepto función: al definirlo como conjunto de pares ordenados, se introducen situaciones que pueden modelarse por otros tipos de funciones como las potenciales, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas, se definen nuevas propiedades como paridad, inyectividad, sobreyectividad y biyectividad, se calcula, si es posible, la inversa de una función y se realizan operaciones racionales con funciones, al ofrecer mayor significatividad a la composición de funciones. Para lograr una comprensión del tema es necesario que los estudiantes posean los siguientes conocimientos:

- Realizar operaciones aritméticas básicas con números reales y con variables.
- Representar puntos en un sistema de coordenadas rectangulares a partir de sus coordenadas.
- Evaluar la ecuación de una función asignándole valores numéricos a la variable independiente.
- Comprender, y aplicar al cálculo, el concepto de módulo o valor absoluto de un número real.
- Conocer los conceptos de dominio de definición e imagen de una función y el significado de las propiedades globales de una función: ceros, monotonía, paridad, valores extremos e inyectividad (Castillo y Gamboa, 2020, p. 7).

Por tanto, resulta necesario tener presente los objetivos, conocimientos generales y habilidades relativas a la línea directriz “Correspondencias y funciones” en la Educación Preuniversitaria.

#### **Objetivos:**

- Interpretar situaciones de carácter político, económico, social o científico-ambiental que se modelan mediante funciones elementales o funciones definidas por tramos a partir de ellas, sobre la base del dominio de sus relaciones y propiedades, y de poder pasar de una forma de representación a otra de estas.

- Formular y resolver problemas intramatemáticos, en particular, relativos a la generalización y demostración de relaciones y propiedades de funciones elementales y a la determinación de algunas que satisfagan determinadas condiciones, haciendo una adecuada utilización de la terminología y simbología matemáticas para representar y comunicar sus ideas, y aprovechando las utilidades de asistentes matemáticos.
- Formular y resolver problemas extramatemáticos que se modelan mediante funciones elementales y sucesiones, o que requieran describir aproximadamente una curva empírica haciendo cambios de variables y aprovechando las ventajas de un asistente matemático, aplicando integradamente los conocimientos y habilidades de las distintas áreas matemáticas y las adquiridas en otras disciplinas, de manera que puedan hacer valoraciones sobre hechos, fenómenos y procesos de la realidad nacional e internacional.
- Aplicar el método de inducción completa a la obtención de nuevos conocimientos y a la determinación del término enésimo de una sucesión.

#### **Conocimientos generales:**

- El concepto función como conjunto de pares ordenados. Función módulo y funciones potenciales.
- Función inversa. Gráfico de la función inversa. Función raíz cuadrada y raíz cúbica.
- Funciones numéricas. Propiedades globales de las funciones numéricas (monotonía, paridad, inyectividad, sobreyectividad, biyectividad, entre otras). Operaciones (suma, resta, producto y cociente) con funciones numéricas. Función compuesta.
- Funciones racionales enteras y fraccionarias.
- Funciones irracionales, en particular, funciones trigonométricas, exponenciales y logarítmicas.
- Sucesiones y principio de inducción completa.

#### **Habilidades:**

- Traducir del lenguaje común al algebraico y viceversa situaciones de la vida cotidiana.
- Calcular valores funcionales a partir de la ecuación de la función y hallar pares ordenados que pertenecen a una función, desde diferentes formas de representación.
- Representar gráficamente y reconocer las propiedades de funciones lineales, modulares, cuadráticas y potenciales y sus inversas en cualquiera de sus formas de representación.

- Reconocer el significado de los parámetros que intervienen en la ecuación de una función y su significado de traslación, dilatación, contracción y reflexión.
- Representar gráficamente y reconocer las propiedades de funciones exponenciales, logarítmicas y trigonométricas en cualquiera de sus formas de representación.
- Plantear ejemplos de aplicaciones de las funciones a situaciones de la vida práctica y otras ciencias, sobre la base de comprender el significado que tienen las propiedades de las funciones estudiadas en diferentes situaciones en que estas tienen sentido (algebraica, geométrica, física, economía, etc.).
- Elaborar conjeturas, fundamentar y demostrar relaciones, propiedades y regularidades de las funciones estudiadas, aprovechando las propiedades de los asistentes matemáticos.
- Formular y resolver ejercicios y problemas donde es necesario aplicar las funciones estudiadas en sus diversas formas de representación y sus propiedades, en particular, problemas de optimización.
- Reconocer la existencia o no de función inversa y determinar la ecuación correspondiente, gráfico y propiedades.
- Construir funciones que satisfacen determinadas condiciones.

De ahí, que la comprensión del concepto función no pueda reducirse a la simple reproducción de su definición ni tampoco a la realización de una serie de procedimientos. Ello reclama en los estudiantes el desarrollo de habilidades, capacidades y de procesos del pensamiento lógico-funcional como forma de pensamiento matemático.

Por ello, es necesario tener presente el tratamiento de los principales contenidos asociados a las funciones matemáticas, a partir de los cambios aplicados, en tres períodos fundamentales, a los programas de la asignatura Matemática.

El estudio de las funciones matemáticas hasta el curso escolar 1998-1999 se comportó de la siguiente manera:

- En octavo grado se estudiaba el concepto función como correspondencia entre dos conjuntos, la función lineal, sus propiedades y representación gráfica.
- En noveno grado se profundizaba en el estudio de las funciones al introducir las funciones cuadráticas y de proporcionalidad inversas, sus propiedades y representación gráfica.

- En el nivel preuniversitario se profundizaba en el estudio del concepto función al definirlo como un conjunto de pares ordenados y se estudiaban las funciones potenciales en décimo grado; y a partir de oncenno grado se comenzaba el estudio de las funciones trigonométricas, exponenciales, logarítmicas y las numéricas con sus gráficas y propiedades. En duodécimo grado se concluía con el estudio de las sucesiones numéricas como caso particular de funciones numéricas.

A partir del curso escolar 1999-2000 se realizaron las siguientes transformaciones:

- La formación del concepto función, en su fase implícita, se continuaba desarrollando desde el preescolar y ahora se extiende hasta el octavo grado de la Secundaria Básica.
- En noveno grado se estudiada el concepto función como una correspondencia entre dos conjuntos, así como la función lineal, sus propiedades y representación gráfica.
- En el nivel preuniversitario se profundizaba en el estudio del concepto función al definirlo como un conjunto de pares ordenados y se estudiaban otras clases de funciones: cuadráticas, modulares y potenciales en décimo grado; las funciones: trigonométricas, exponenciales y logarítmicas, en oncenno grado, y se mantenía el estudio de las sucesiones numéricas en duodécimo grado.

A partir del curso escolar 2011-2012 se producen los siguientes cambios:

- Se incluye, nuevamente, el estudio en octavo grado de la definición de función como correspondencia entre dos conjuntos, el cual constituye un peldaño superior en la formación del concepto función y un fin a la etapa de preparación de este e iniciándose la fase explícita de dicho estudio. También, se comienza el tratamiento de la función lineal, sus propiedades y representación gráfica, lo cual permite modelar diversos fenómenos y procesos de la realidad, a la vez que constituye una herramienta para la Física, al fundamentar matemáticamente el estudio del movimiento rectilíneo uniforme, mediante el trabajo con sus ecuaciones.
- En noveno grado se adquieren nuevas herramientas al abordar el estudio de las funciones cuadráticas, sus propiedades y representación gráfica.
- En décimo grado se profundiza en el estudio del concepto función al definirla como un conjunto de pares ordenados, se continúa el estudio de nuevas clases de funciones como: las modulares y potenciales de exponente entero.
- En oncenno grado se amplía este estudio a las funciones potenciales de exponente fraccionario y

a las funciones trascendentes elementales: trigonométricas, exponenciales y logarítmicas.

- En duodécimo grado se extiende el concepto función al estudio de las sucesiones numéricas como casos particulares de funciones definidas de  $\mathbb{N}$  en  $\mathbb{R}$ .

Con los cambios curriculares del tercer perfeccionamiento del SNE, que implican cambios en los planes y programas de estudios, el tratamiento de las funciones matemáticas que se establece en la Educación Preuniversitaria, se centra, según Castillo y Gamboa (2020) en:

Realizar una sistematización del concepto función como una relación entre dos conjuntos y como un conjunto de pares ordenados, ambos casos, sujetos a características especiales. Se hace la presentación de un diagrama, como organizador previo del aprendizaje, para propiciar el debate sobre los tipos de funciones que se deben sistematizar, las formas de representación, las propiedades y los gráficos correspondientes. Se proponen ejercicios variados para el trabajo independiente y se emiten orientaciones metodológicas para el tratamiento de los conceptos, relaciones y procedimientos básicos relacionados con las funciones numéricas, potenciales de exponentes enteros y fraccionarios. Se realiza una sistematización de las funciones potenciales de exponente entero, agrupándolas según sus ecuaciones y la forma de sus gráficos. Igualmente, se hace un repaso de las funciones raíz cuadrada y raíz cúbica como funciones inversas de las funciones cuadráticas (para argumentos no negativos) y cúbicas respectivamente. Se realiza una sistematización de las funciones exponenciales y logarítmicas como funciones inversas, para esto se realiza un análisis en paralelo de ambas funciones de manera general y particular. Se realiza una sistematización de la función seno a partir de sus propiedades y gráfico. Se sugiere que se realice un análisis similar con las funciones coseno, tangente y cotangente (p. 7).

Los autores consideran pertinente el transcurso de la línea directriz “Correspondencias y funciones”, así como su relación con las restantes líneas directrices en la Educación Preuniversitaria, a partir de los cambios en los programas de la asignatura Matemática que se proyectan para el tercer perfeccionamiento. Dicha organización responde al tránsito que, desde la implicación de esta línea directriz en los cursos de Matemática, tienen las etapas de preparación del concepto función, así como el estudio de las clases de funciones, sus propiedades y representación gráfica.

En correspondencia con lo anterior, en el Programa de Matemática de onceno grado, entre otros

objetivos se plantea:

Profundizar en los conocimientos y habilidades que aseguran una educación matemática adecuada para la continuidad de estudios, a partir del dominio del sistema de conocimientos y habilidades relacionados con las líneas directrices: dominios numéricos, trabajo con magnitudes, trabajo con variables, ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones, correspondencias y funciones, geometría, que permitan la integración de los conceptos, proposiciones, procedimientos y las habilidades para la ejecución de los procedimientos matemáticos, así como el desarrollo de las capacidades mentales generales y la utilización de recursos heurísticos y metacognitivos. (Rodríguez, Quintana, Naredo, y Cuadrado, 2018, p. 9).

Es por ello que en onceno grado, el estudio de las funciones queda estructurado de la manera siguiente:

Título de la unidad	Horas clases
1. Funciones numéricas, sus propiedades y operaciones	25
2. Ecuaciones y funciones exponenciales y logarítmicas	34
3. Ecuaciones y funciones trigonométricas	27

El proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones matemáticas, no culmina con el tratamiento de las funciones en onceno grado, sino continúa en la Educación Superior con el tratamiento de la diferenciación e integración de funciones y otros temas en los cuales encuentra aplicación. Su finalidad es desarrollar el pensamiento funcional matemático de los estudiantes. De ahí, la necesidad de la preparación del profesor en el enfoque metodológico general de la asignatura Matemática y en la forma adecuada de desarrollar la línea directriz “Correspondencias y funciones” en los diferentes niveles educativos y muy en especial en la Educación Preuniversitaria.

Luego el proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones matemáticas, sustentado sobre esta base y bajo una adecuada planificación, organización y selección de ejercicios y problemas que posibiliten su asimilación y posterior aplicabilidad, constituye una garantía para su calidad; lo cual se certifica con la aplicación de métodos productivos en interrelación dialéctica con los expositivos, en particular aquellos que estimulen, orienten y promuevan el aprendizaje desarrollador y que enseñen

a aprender Matemática.

El estudio del concepto función ocupa un lugar privilegiado en la base teórica de la Matemática. Las principales clases de funciones, sus propiedades y representación gráfica, así como su aplicabilidad a la modelación de fenómenos y procesos que ocurren en la vida práctica, constituye un componente principal para la apropiación activa, creadora, reflexiva, significativa y motivada de los estudiantes; lo que requiere un adecuado tratamiento metodológico por parte de los profesores para conducir su proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador.

### Referencias bibliográficas

- Álvarez, M., Almeida, B., y Villegas, E. J. (2014). *El proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática. Documentos metodológicos*. La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.
- Ballester, S., García, J. E., Almeida, B., Álvarez, M. M., Rodríguez, M., González, R. A., Villegas, E., Fonseca, A. L., y Púig, N. (2018). *Didáctica de la Matemática Tomo I*. La Habana, Cuba: Félix Varela.
- Castillo, Y., y Gamboa, M. E. (2020). *Tratamiento didáctico interdisciplinar de las funciones matemáticas en la Educación Preuniversitaria*. Revista Didasc@lia: Didáctica y Educación, XI (3), 299-324, Publicación del CEPUT, Las Tunas, Cuba.
- Horta, L. (2017). *Las funciones matemáticas mediante los recursos heurísticos en el décimo grado* (trabajo de pregrado). Universidad de Matanzas, Cuba.
- Instituto Central de Ciencias Pedagógicas (2013). *El tercer perfeccionamiento del sistema nacional de educación. Cambios más significativos*. La Habana, Cuba. Material en soporte digital.
- Rodríguez, F. E., Quintana, A., Naredo, R., y Cuadrado, Z. (2018). *Programa Provisional de Matemática. Onceno grado*. La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.
- Suárez, J., Duardo, C., y Rodríguez, R. (2020). *El desarrollo de la competencia Matemática mediante problemas con aplicaciones de las funciones*. Revista de Ciencias Sociales y Humanidades. CHAKIÑAN. Artículo de investigación, 12, 118-134.
- Torres, P. (1996). *PROMET. Propositiones Metodológicas. Didácticas cubanas en la enseñanza de la Matemática*. La Habana, Cuba: Academia.