

**TOMA DE DECISIONES Y PAPEL DE LA MATEMÁTICA EN CONDICIONES DE  
INCERTIDUMBRE**

**DECISION MAKING AND THE ROLE OF MATH IN UNCERTAINTY CONDITIONS**

Dr. C. Julio Alfredo Telot González<sup>1</sup> (0000-0002-4097-0816), Universidad de Matanzas,

[julio.telot@umcc.cu](mailto:julio.telot@umcc.cu)

M.Sc. Maylí Estopiñán Lantigua<sup>2</sup> (0000-0001-8355-9982)

**Resumen**

El presente trabajo contiene una descripción de las principales características del proceso de toma de decisiones y el papel que desempeñan los métodos matemáticos en estos procesos. Se le otorga especial importancia al papel de la incertidumbre durante la toma de decisiones, por lo que se hace referencia a la lógica difusa y se presentan términos de actualidad empleados en estos procesos. Se muestran diversas clasificaciones de los problemas de tomas de decisiones, donde se observa que en cualquier tipo de problema que se presente, la matemática desempeña un rol fundamental, ya sea en las formas clásicas como en métodos más complejos que utilizan condiciones de incertidumbre. Se hace especial énfasis en el empleo del modelo 2 tupla lingüística y sus posibilidades para la toma de decisiones.

**Palabras claves:** *incertidumbre; modelos matemáticos; toma de decisiones*

**Abstract**

This paper contains a description of the main characteristics of the decision-making process and the role that mathematical methods play in these processes. Particular importance is given to the role of uncertainty during decision-making, so reference is made to fuzzy logic and current terms that are used in these processes. Various classifications of decision-making problems are shown, where it is observed that in any type of problem that arises, mathematics plays a fundamental role, both in classical forms and in more complex methods that use conditions of uncertainty. Special emphasis is placed on the use of the linguistic tuple model 2 and its possibilities for decision making

**Keywords:** *decision taking, mathematical models, uncertainty.*



Monografías 2021

Universidad de Matanzas © 2021

ISBN: 978 - 959 - 16 - 4681 - 1

---

La toma de decisiones es un proceso de vital importancia en la vida contemporánea, y surge cuando el estado de cosas real difiere del estado de cosas que se desea, situación común en el desarrollo de la sociedad. Consiste en el proceso de identificación y selección de la acción adecuada para la solución de un problema específico (Martínez López et al., 2019).

En el proceso de solución de problemas se activan los recursos cognitivos, emocionales y conductuales de un sujeto que le posibilitan la identificación y puesta en práctica de las posibilidades y estrategias más adecuadas para el reconocimiento, enfrentamiento y solución de una situación.

El concepto de decisión posee varias acepciones (González et al., 2019), entre ellas:

- determinación, resolución que se toma o se da a una cosa dudosa.
- elección entre diversas orientaciones de la acción o alternativas.
  - Las alternativas son orientaciones (posibles y diferentes) de la acción para solucionar un problema o cumplir un objetivo.

La utilidad en la toma de decisiones consiste en la medida de satisfacción por la cual los individuos valoran la elección de determinados bienes o servicios. El objetivo de la decisión por parte de un individuo, en su sentido más amplio, está dirigido a maximizar la utilidad que él pueda alcanzar con recursos limitados (recursos financieros, tiempo, materiales, etc.). Al tomar una decisión el individuo desea alcanzar un objetivo, lo cual presupone seleccionar una acción. Si hubiese una sola acción posible no se estaría ante un problema de toma de decisiones, este aparece cuando es posible una selección.

La condición obvia de una decisión es que existan alternativas. En la toma de decisiones se selecciona, entre ellas, aquella que el que tiene que tomar la decisión, considera la mejor a partir del objetivo que tiene que alcanzar.

Los elementos básicos a tener en cuenta en un problema de toma de decisiones son, fundamentalmente, que existan:

1. Uno o varios objetivos por alcanzar.
2. Un conjunto de alternativas o decisiones posibles para alcanzar dichos objetivos.

3. Un conjunto de factores o estados de la naturaleza que definen el contexto en el que se plantea el problema de decisión.
4. Un conjunto de valores de utilidad o consecuencias asociados a los pares formados por cada alternativa y estado de la naturaleza.

La toma de decisiones (*decision making*) consiste en un proceso cognitivo basado en diferentes procesos mentales y de razonamiento que conducen a la elección de una alternativa adecuada de un conjunto de posibles alternativas en una situación de decisión. Es, en principio, una actividad clave propia de los seres humanos. Esta toma de decisiones es un proceso complejo, ya que puede implicar dificultades diferentes y específicas que pueden provenir de diversas fuentes, entre ellas:

- Complejidad inherente.
- Incertidumbre de la situación de decisión.
- Existencia de objetivos múltiples y conflictivos en el problema de decisión.

El empleo de la toma de decisiones es cada vez mayor en ingeniería, psicología, investigación de operaciones, inteligencia artificial y otros campos.

Los tipos de problemas en la toma de decisiones pueden clasificarse en (Capitán, 2018):

- Problemas bien estructurados (o estructurados). Son aquellos problemas donde todos los estados de la naturaleza relacionados con el problema de decisión son perfectamente conocidos y el proceso de resolución de decisiones es sencillo mediante un enfoque algorítmico que obtiene la solución óptima. La estructura de estos problemas no es suficiente como para permitir la evaluación de las alternativas por medio de modelos, y comúnmente son resueltos usando métodos cuantitativos. Estos métodos cuantitativos requieren que el problema sea completamente definido antes de que se pueda aplicar una técnica de solución; por eso son útiles solamente en un pequeño subconjunto de los procesos de decisión.
- Problemas mal estructurados (o no estructurados). Son los problemas que no pueden resolverse de manera tan directa, porque el marco de decisión podría definirse en entornos cambiantes o estar relacionado con la existencia de vaguedad o incertidumbre

Los problemas no estructurados son muy comunes en la vida diaria, e incluyen casos como selección (de personal, de un equipo, de un proveedor, etc.), clasificación (de instituciones, de enfermos, recomendación para aceptar un artículo en una revista, etc.), ordenamiento (rankings, escalafones, etc.) (Telot González et al., 2021). Muchas veces se trabaja con información vaga e imprecisa (toma de decisiones bajo incertidumbre), en ese caso la teoría de decisión clásica proporciona modelos probabilísticos para manejar la incertidumbre.

En muchos casos estas incertidumbres tienen carácter no probabilístico, porque están relacionadas con la imprecisión y la vaguedad de los significados proporcionados por expertos o por decisores (no sé, no estoy seguro, bastante bien, al menos podría ser... , etc.).

En estos casos de problemas no estructurados, sobre todo, adquiere un papel fundamental la incertidumbre, elemento que, según Mendel (Mendel, 2017), es el tejido que hace la vida interesante.

La incertidumbre (ya sea profunda o no) puede definirse simplemente como un conocimiento limitado sobre eventos futuros, pasados o actuales. Con respecto a la toma de decisiones, la incertidumbre se refiere a la brecha entre el conocimiento disponible y el conocimiento que los tomadores de decisiones necesitarían para tomar la mejor decisión política.

Esta incertidumbre implica claramente la subjetividad, ya que se relaciona con la satisfacción con el conocimiento existente, que está matizado por los valores y perspectivas subyacentes del tomador de decisiones (y los diversos actores involucrados en el proceso de toma de decisiones).

La incertidumbre abarca el dominio de decisión del sistema, el mundo fuera del sistema, los resultados del sistema y la importancia que los interesados le dan a los diversos resultados del sistema.

En la toma de decisiones en condiciones de incertidumbre adquiere una especial relevancia la matemática y, en particular, la lógica borrosa o *fuzzy*. El primer texto conocido, en el que se trata la lógica *fuzzy* o lógica borrosa, aparece en 1965. Fue publicado por Lofti A. Zadeh, profesor de la Universidad de California en Berkeley. En este artículo el profesor Zadeh desarrolla la primera teoría sobre conjuntos borrosos. Desde el desarrollo de la teoría hasta la aplicación de la misma en la resolución de problemas tecnológicos apenas pasaron cinco años, hecho que no había ocurrido en la transferencia tecnológica desde la Revolución industrial (Aznar Colino & Royo Gracia, 2007).

La indefinición, la variación de los parámetros o la no dualidad de los problemas (blanco o negro) determinan la aparición de términos o reglas de carácter borroso “según como se mire”.

Así, ante preguntas como: ¿Cómo está el día? es común escuchar respuestas como que hace frío o hace calor. Estas respuestas no son precisas, pero permiten obtener suficiente información, aunque no se determine con exactitud la temperatura ambiente. De hecho, según qué estación del año esté transcurriendo, puede variar la temperatura con la que se define si hace frío o calor. En verano, si hay una temperatura de 16 °C, se dice que hace frío, mientras que, con esa misma temperatura en invierno, se diría que hace calor. Evidentemente, una persona entiende perfectamente esta respuesta ante la pregunta efectuada.

Para poder definir matemáticamente conjuntos no definidos con exactitud por la teoría de conjuntos tradicional, tales como: joven, mayor, alto, bajo, fiebre alta, fiebre baja, etc., aparecen los denominados conjuntos borrosos. Los conjuntos borrosos permiten tratar esa indeterminación, ya que un conjunto borroso no tiene el grado de precisión del conjunto tradicional, en el que un elemento pertenece o no al conjunto, sin casos intermedios. En el caso de los conjuntos borrosos, se define el *grado de pertenencia* a un conjunto, que puede variar entre 0 y 1.

Relacionado con estos temas, en la actualidad adquiere una especial relevancia el estudio de la neutrosofía (Vázquez & Smarandache, 2018) para el análisis de la incertidumbre, donde la neutrosofía es una rama de la filosofía que estudia el origen, el alcance y la naturaleza de las neutralidades, así como sus interacciones con diversos espectros de razonamiento: A es una idea, proposición, teoría evento, concepto o entidad, anti(A) es el opuesto de A y neut-A es ni A, ni anti(A), es decir, ni A, ni anti(A), por lo que puede afirmarse que expresa un razonamiento similar a la lógica borrosa.

Los problemas de toma de decisiones pueden clasificarse también según la forma en que se concibe el análisis de decisión. Esto significa que la problemática trata de respuestas a preguntas como las siguientes: ¿en qué términos plantear el problema?, ¿qué tipo de resultados debemos tratar de obtener?, ¿qué tipo de procedimiento parece más adecuado para desarrollar el proceso de TD?

La figura 1 muestra una forma de clasificar los problemas de toma de decisiones, basados en diferentes puntos de vista:

1. Según el ambiente de decisión en el que se han de tomar las decisiones.

2. Según la naturaleza de las alternativas.
3. Según el número de criterios o atributos que se han de valorar en la toma de decisión.
4. Según el número de expertos que participan en el proceso de decisión.
5. Según la consideración o no, de los cambios en el tiempo de los elementos del problema.
6. Según la cantidad de dominios empleados para expresar las preferencias.
7. Según la representación de preferencias.

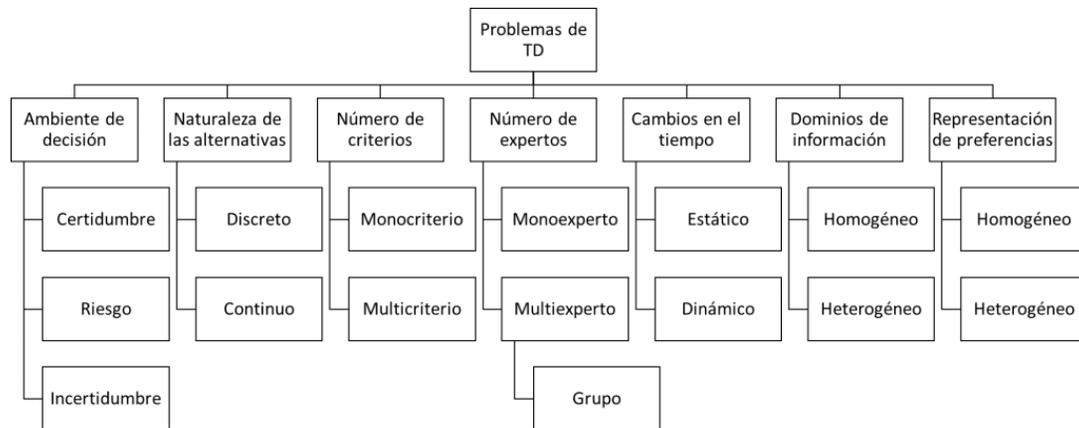


Figura 1. Algunas clasificaciones para los problemas de toma de decisión

En prácticamente todos los casos, el papel de los métodos matemáticos adquiere una especial relevancia, en algunas ocasiones con mayor exactitud y en otras con un empleo mayor de la incertidumbre. Por ejemplo, en el caso de los dominios de información, que son los conjuntos de valores utilizados por los expertos para emitir sus preferencias, la información puede ser expresada en distintos dominios, por ejemplo, el numérico, el intervalar y el lingüístico.

Para la toma de decisiones existen diferentes métodos usados e en diferentes contextos, dentro de ellos uno de los más conocidos es el Proceso de Análisis Jerárquico o *Analytical Hierarchy Process* (AHP), que es un método basado en la evaluación de diferentes criterios que permiten jerarquizar un proceso y su objetivo final consiste en optimizar la toma de decisiones gerenciales (Gómez & Cabrera, 2008; Saaty, 1990). Esta metodología se utiliza para resolver problemas en los cuales existe la necesidad de priorizar distintas opciones y posteriormente decidir cuál es la opción más conveniente. Las decisiones a ser tomadas con el uso de esta técnica, pueden variar desde simple

decisiones personales y cualitativas hasta escenarios de decisiones muy complejas y totalmente cuantitativas.

La metodología AHP es una poderosa y flexible herramienta de toma de decisiones multi-criterio, utilizada en problemas en los cuales necesitan evaluarse aspectos tanto cualitativos como cuantitativos. La técnica AHP ayuda a los analistas a organizar los aspectos críticos de un problema en una estructura jerárquica similar a la estructura de un árbol familiar, y reduce las decisiones complejas a una serie de comparaciones que permiten la jerarquización de los diferentes aspectos (criterios) evaluados.

Otro método muy utilizado es TOPSIS (Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solutions) (Ren et al., 2007), o Técnica para el ordenamiento por preferencias por similitud a las soluciones ideales, que es un método multicriterio para el análisis de toma de decisiones, originalmente desarrollado por Ching-Lai Hwang y Yoon (Tzeng & Huang, 2011). TOPSIS está basado en el concepto de que la alternativa seleccionada debe tener la menor distancia geométrica de la solución ideal positiva y la mayor distancia geométrica de la solución ideal negativa.

Desde hace algunos años, la Universidad de Jaén, en España, junto con otros autores de reconocido prestigio, han utilizado el modelo lingüístico de representación basado en 2-tuplas para la toma de decisiones (Herrera & Martínez, 2000; Mellado Martínez & Rojo Corrada, 2016). El modelo lingüístico de representación basado en 2-tuplas está basado en la computación con palabras (*computing with words-CWW*), ofrece resultados cercanos al lenguaje humano, a la vez que suministra un alto nivel de interpretabilidad y permite implementar procesos de computación con palabras sin pérdida de información. Este modelo incluye tres fases principales: Definición del Marco del Problema, Recopilación de Información y Agregación de Información. En la primera fase se definen los elementos del problema: las alternativas, los criterios, los expertos y el conjunto de términos lingüísticos que utilizarán para emitir sus valoraciones, las cuales se recopilan en la segunda fase. En la última fase se pueden emplear los operadores de agregación para 2-tuplas, media aritmética, media aritmética ponderada, media geométrica, media geométrica ponderada y media ponderada ordenada.

El modelo lingüístico de representación basado en 2-tuplas es actualmente uno de los más estudiados y extendidos. Fue introducido con el objetivo de mejorar la precisión de los resultados y

facilitar los procesos de computación con palabras tratando el dominio lingüístico como un dominio continuo, que preserva la sintaxis y semántica según el enfoque lingüístico difuso, pero también limita el Conjunto de Términos Lingüísticos (CTL) a una cardinalidad impar, con etiquetas simétrica y uniformemente distribuida en el intervalo y con semántica expresada mediante funciones de formas triangulares.

La información lingüística se representa mediante un par de valores, llamados 2-tupla lingüística  $(s_i, \alpha)$ , donde  $s_i \in S = \{s_0, \dots, s_g\}$  es un término lingüístico y  $\alpha$  es un valor numérico representando la traslación simbólica.

- $s_i \in S$  un término cuya semántica se define por una función de pertenencia difusa y la sintaxis elegida en función de las opciones que ofrece el Enfoque Lingüístico Difuso.
- $\alpha$  es un valor numérico, traslación simbólica, que indica la traslación de la función de pertenencia difusa que representa el término más cercano  $s_i \in S$  si  $s_i$  no coincide con la información lingüística computarizada. El valor de  $\alpha$  se define entonces como:

$$\alpha = \begin{cases} [-0.5, 0.5) & \text{si } s_i \in S = \{s_0, \dots, s_{g-1}\} \\ [0, 0.5) & \text{si } s_i = s_0 \\ [-0.5, 0) & \text{si } s_i = s_g \end{cases}$$

A partir de estas definiciones, se produce un proceso de definición del marco de trabajo, donde se establecen las alternativas posibles, los criterios o atributos a evaluar, los expertos que participarán en la evaluación, los dominios (lingüísticos, numéricos y otros), que se utilizarán para establecer los criterios, y otras características generales del proceso.

A continuación, se procede a la recolección de información, donde los expertos asignarán valores a los diferentes atributos, según los dominios establecidos previamente y que pueden ser diferentes para los diferentes atributos y expertos.

Por último, se procede a la agregación mediante los operadores que se decida (media aritmética, media ponderada, etc.) y se obtiene una propuesta de decisión a tomar.

Este proceso puede realizarse de forma automatizada, por ejemplo, mediante el software FLINTSTONES (Estrella et al., 2014).

Ejemplos del uso de este modelo pueden observarse en los trabajos presentados por los autores en diferentes eventos (Telot González et al., 2018; Telot González et al., 2021)

### **Conclusiones**

En el trabajo que se ha presentado se muestra una descripción de las principales características del proceso de toma de decisiones y el papel que desempeñan los métodos matemáticos en estos procesos. La incertidumbre, desde el punto de vista matemático, y el empleo de la computación con palabras para el modelo 2-tupla lingüística constituyen elementos fundamentales para el acercamiento de los métodos matemáticos y la forma de pensamientos de decisores y expertos. Se le otorga especial importancia al papel de la incertidumbre durante la toma de decisiones, por lo que se hace referencia a la lógica difusa y se presentan términos de actualidad empleados en estos procesos. Se hace un breve recorrido por métodos ampliamente utilizados como AHP y TOPSIS, y se muestran algunas características del modelo 2-tupla lingüística. Se presentan diversas clasificaciones de los problemas de tomas de decisiones, donde se observa que en cualquier tipo de problema que se presente, la matemática desempeña un rol fundamental, ya sea en las formas clásicas como en métodos más complejos que utilizan condiciones de incertidumbre.

### **Referencias bibliográficas**

- Aznar Colino, E., & Royo Gracia, J. (2007). Conceptos y aplicaciones de la lógica borrosa. *Técnica Industrial*(269), 58-63. <https://www.researchgate.net/publication/257990401>
- Capitán, Á. J. O. (2018). *Guía para el análisis de problemas y toma de decisiones*. ESIC Editorial.
- Estrella, F. J., Espinilla, M., Herrera, F., & Martínez, L. (2014). FLINTSTONES: A fuzzy linguistic decision tools enhancement suite based on the 2-tuple linguistic model and extensions. *Information Sciences*, 280, 152-170.
- Gómez, J. C. O., & Cabrera, J. P. O. J. S. e. t. (2008). El proceso de análisis jerárquico (AHP) y la toma de decisiones multicriterio. Ejemplo de aplicación. 14(39), 247-252.

- González, J., Salazar, F., Ortiz, R., & Verdugo, D. J. T. R. d. E. I. e. C. S. (2019). Gerencia estratégica: herramienta para la toma de decisiones en las organizaciones. 21(1), 242-267.
- Herrera, F., & Martínez, L. (2000). A 2-tuple fuzzy linguistic representation model for computing with words. *IEEE Transactions on fuzzy systems*, 8(6), 746-752.
- Martínez López, L., Rodríguez Domínguez, R. M., Labella Romero, Á., & Zulueta Véliz, Y. (2019). *Un acercamiento a los problemas de toma de decisiones*. Universidad de Ciencias Informáticas.
- Mellado Martínez, D., & Rojo Corrada, Y. (2016). *Sistema de apoyo a la toma de decisiones basado en el modelo computacional 2-tupla lingüística* Universidad de las Ciencias Informáticas. Facultad-6.].
- Mendel, J. M. (2017). *Uncertain rule-based fuzzy systems. Introduction and new directions* (2 ed.). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-51370-6>
- Ren, L., Zhang, Y., Wang, Y., & Sun, Z. J. A. M. R. e. (2007). Comparative analysis of a novel M-TOPSIS method and TOPSIS. 2007.
- Saaty, T. L. J. E. j. o. o. r. (1990). How to make a decision: the analytic hierarchy process. 48(1), 9-26.
- Telot González, J. A., Addine Fernández, F., & Estopiñán Lantigua, M. (2018). *Tendencias en la autoevaluación y la evaluación institucional en la educación superior en Cuba*. Convención Internacional Universidad 2018, La Habana, Cuba.
- Telot González, J. A., Estrada Velazco, A., & Estopiñán Lantigua, M. (2021, 23...25 de marzo de 2021). *Evaluación de universidades para un ranking académico mediante el modelo de representación 2 tupla lingüística* X Convención Científica Internacional de la Universidad de Matanzas, CIUM'2021 VII Taller Internacional de Ingenierías, Matanzas, Cuba. <https://www.researchgate.net/publication/350524236>
- Tzeng, G.-H., & Huang, J.-J. (2011). *Multiple attribute decision making: methods and applications*. CRC press.
- Vázquez, M. L., & Smarandache, F. (2018). *Neutrosofía: Nuevos avances en el tratamiento de la incertidum bre*. Infinite Study.