

EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA PARA INGENIEROS: TÉCNICAS PARA SU DIRECCIÓN

Dr. C. María de los Ángeles Valdivia Sardiñas¹, MSc. Marilú Jorge Martín²

1. Universidad de Matanzas, maria.valdivia@umcc.cu

2. Universidad de Matanzas, marilu.jorge@umcc.cu

Resumen

Para entender las técnicas que pueden emplearse en el proceso de dirección del aprendizaje de la Matemática se hace necesario tratar algunos aspectos relacionados con la Teoría de la Dirección Educacional y la Didáctica de la Matemática, pues su selección para un exitoso aprendizaje de los alumnos, deben corresponderse con las indicaciones metodológicas incluidas en el programa de la disciplina de Matemática Superior para ingenieros. El objetivo de este trabajo es ofrecer a los profesores de Matemática algunas técnicas que favorecen la dirección del aprendizaje de los contenidos matemáticos que desarrollan y los principales resultados obtenidos en su aplicación en la Universidad de Matanzas.

Palabras claves: Matemática; Técnicas; Dirección; Aprendizaje.

Introducción

En este siglo XXI, los pueblos y los ciudadanos exigen cada vez más de las concepciones de la educación. La teoría se mantiene por encima de la práctica y el gran reto de los educadores es recurrir a concepciones sobre el aprendizaje que expongan una representación clara y orientadora sobre cómo debe desarrollarse la dirección de este para lograr personalidades cada vez más plenas y mejor formadas, que posibiliten un desarrollo superior de la humanidad, de cada país y del hombre en su individualidad.

En Cuba, no obstante, a los logros exhibidos en el campo de la educación, se continúa investigando para mejorar los resultados en la calidad del aprendizaje. Seleccionar el contenido pedagógicamente ante el gran cúmulo de conocimientos atesorados por la humanidad, constituye un desafío para los educadores que ya toman conciencia del cambio necesario de concepciones tradicionalistas sobre el aprendizaje hacia otras más transformadoras, que impliquen nuevas formas de enfrentar la labor que desempeñan.

Bajo la influencia del enfoque histórico-cultural, que se sustenta en la filosofía marxista leninista, investigadores cubanos en el ámbito educacional (García, 1996 ; Addine, et al. 1998; Silvestre, Zilberstein, 2000; Castellanos, et al. 2001, 2002; Rico, 2002, 2003; Fariñas, 2004, Jiménez, 2010), entre otros, desarrollan una concepción del aprendizaje, que asimila en buena medida lo más positivo de la pedagogía socialista y lo mejor de la tradición pedagógica cubana, en las cuales son coincidentes la necesidad de emplear procedimientos o técnicas que favorezcan la dirección del aprendizaje que se desea lograr en los alumnos.

En consecuencia, para este trabajo, las autoras han realizado un estudio entre los procedimientos didácticos que proponen estas teorías de enseñanza - aprendizaje y las técnicas que se tratan en la Teoría de la Dirección Educacional y de acuerdo a esta relación, como objetivo fundamental sugerir un conjunto de técnicas para la dirección del aprendizaje de contenidos matemáticos que pueden ser aplicables en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en las carreras de ingeniería para contribuir a mejorar los resultados en los exámenes de las asignaturas de la disciplina Matemática Superior, así como disminuir el alto índice de bajas académicas por los estudiantes que en la mayoría están provocadas por la desaprobación de la asignatura, de manera que favorezca la preparación de los futuros ingenieros.

Desarrollo

En la formación de ingenieros, la Matemática juega un papel primordial, ya que esta contribuye a que los futuros egresados adquieran una correcta concepción científica del mundo, al desarrollo del pensamiento lógico, algorítmico y heurístico que le permite una mejor comprensión de los contenidos propios de su profesión pues en ella tiene que considerar las representaciones técnicas y científicas en términos matemáticos, en los

cuales refleja los rasgos cualitativos y cuantitativos de los fenómenos y procesos que estudia, dados a través de modelos matemáticos.

La disciplina Matemática Superior en las carreras de ingeniería, aporta a los estudiantes los conocimientos necesarios para su formación académica, y entre otras, las habilidades generales como, identificar e interpretar los modelos matemáticos en procesos vinculados al ejercicio de su profesión, así como resolver problemas de aplicación en los cuales tenga que emplear procedimientos heurísticos que le permitan encontrar la vía de resolución.

En el Plan de Estudio E de las carreras de ingenierías, la disciplina Matemática Superior es una de las que más horas ostenta por su importancia en el currículo. El sistema de conocimientos contiene temas de Geometría Analítica, Álgebra Lineal, Cálculo Diferencial e Integral, Series, Ecuaciones Diferenciales, Matemática Numérica y Teoría de Probabilidades y Estadística, y por su complejidad, es frecuente que los estudiantes desapreen en un alto por ciento las asignaturas que componen dicha disciplina.

En correspondencia con lo anterior, resulta esencial considerar la unidad que en la actividad práctica tienen lo cognitivo - instrumental, lo afectivo - motivacional y lo conductual, la relación que existe entre conocimientos, habilidades, hábitos, emociones, sentimientos, motivos, intereses y procesos metacognitivos, de modo que la dirección del aprendizaje no sólo atienda la transmisión de conocimientos, como ocurre en las prácticas tradicionales, sino a todo el contenido constituido por el sistema de conocimientos, el sistema de habilidades y hábitos, el sistema de experiencias de la actividad creadora y el sistema de las normas de relación con el mundo que con mayor eficiencia contribuyen a la educación del estudiante y por tanto a su desarrollo.

1. La dirección del aprendizaje.

La solución exitosa de los problemas de dirección del aprendizaje es posible cuando se abordan consecuentemente las exigencias que plantean la teoría general de la dirección y cuando se toman en consideración las regularidades específicas del proceso de aprendizaje. Sobre el primer aspecto se realizarán las siguientes consideraciones.

La dirección es una ciencia general, que refleja el hecho de ser un proceso inherente a toda actividad social. Desde el punto de vista lógico e histórico, la dirección responde a la necesidad del trabajo social y de las relaciones entre las personas. Según Marx, C. (1973): todo trabajo directamente social o colectivo en gran escala requiere en mayor o menor medida una dirección que establezca un enlace armónico entre las diversas actividades individuales y ejecute las funciones generales que brotan de los movimientos del organismo productivo total, a diferencia de los que realizan los órganos individuales (p. 286).

Valle, (2006) plantea que la dirección es una influencia con fines determinados sobre el sistema social y la puesta de éste en consonancia con las leyes que le son inherentes. Significa revelar las tendencias progresivas del desarrollo social, así como, planificar,

organizar, regular y controlar su movimiento. La dirección constituye una actividad de tipo social y puede ser aplicada a todas las esferas de la vida del hombre. (p.22).

Se precisa además en este texto, que la dirección está sujeta a tres características esenciales: la universalidad, la especificidad y la unidad temporal.

En la definición analizada, se destaca el carácter social de un proceso que se planifica, organiza, regula y controla para alcanzar objetivos determinados en todas las esferas de la actividad del hombre, por tanto, a la dirección del aprendizaje le pueden ser atribuidas estas características como un proceso inmerso en la dirección educacional, considerada esta como una rama de la dirección como ciencia, que según Valle, (2006) se define como: “el proceso de planificación, organización, desarrollo, control y evaluación de la educación considerando los recursos de que se disponen y los resultados del trabajo para lograr determinados objetivos.” (p.26).

Por su parte, Bringas, J. A. define la dirección educacional como un: “proceso social para alcanzar a partir de una determinada pre visualización del futuro, las metas fijadas, las formas de involucrar a los participantes en su ejecución y las vías para institucionalizar los cambios producidos en la formación de las personas.” (Bringas, s/f, p. 24).

Las dos definiciones coinciden en considerar a la dirección como un proceso social encaminado al cumplimiento de determinados fines y objetivos en esta esfera de la actividad del hombre, válido para cualquier proceso de educación, por tanto, es afín con el que desarrolla el profesor para dirigir el aprendizaje de los estudiantes, es decir, de la actividad que realiza el profesor para dirigir la actividad del estudiante en función de su aprendizaje.

En el libro *la Dirección en Educación. En proceso de edición*. Colectivo de Autores del Instituto Central de Ciencias Pedagógicas, la Universidad de Ciencias Pedagógicas Enrique José Varona y el Ministerio de Educación (2015) se plantea que la Dirección en Educación es: La ciencia que tiene como objeto de estudio *los procesos de dirección* que se llevan a cabo en los diferentes niveles de la estructura del Sistema Nacional de Educación con el propósito de garantizar el cumplimiento de políticas, planes y estrategias en el campo de la educación. (p. 15)

En este trabajo las autoras no se refieren a los procesos de dirección, sino, a la dirección de procesos, en especial, la dirección del proceso de aprendizaje que se realiza en el marco de una institución educativa. Una aproximación más concreta sobre la idea anteriormente expuesta la expresa Castellanos, (2007), en la que ofrece una caracterización desde una perspectiva desarrolladora al declarar que:

La dirección del aprendizaje implica que los educadores puedan asumir la responsabilidad en este proceso desde una posición creadora que les permita planificar y organizar la situación de enseñanza aprendizaje, orientar y apoyar la actividad de los educandos y

evaluar de forma sistemática todo el proceso tomando como referente y foco de la acción intencional y estratégica los ejes sobre los cuales se estructuran los aprendizajes desarrolladores de nuestros educandos (p. 30).

El profesor trabaja para que este aprendizaje desarrolle las cualidades de la personalidad del estudiante, al mismo tiempo que este asimila el contenido que se ha seleccionado como parte de la cultura, no sólo de manera reproductiva, sino que pueda aplicarlo a situaciones nuevas que se presentan en el contexto donde desarrolla su actividad, acompañado de sentimientos, actitudes y valores de manera que exista una estrecha relación entre el pensar, sentir y actuar.

Las posiciones didácticas que se asumen para dirigir el aprendizaje de los estudiantes están en correspondencia con las exigencias para una enseñanza desarrolladora propuestas por Silvestre, (2001, p. 22) así como, con la dinámica entre los componentes del proceso de enseñanza aprendizaje expuesta por Addine, et al. (1998), que imbricados a las consideraciones realizadas sobre la teoría de la dirección educacional conforman un referente teórico indispensable en esta investigación.

Es por ello, que para asumir una posición ante la dirección del aprendizaje, las autoras consideran establecer relaciones entre las funciones de la dirección (Valle, 2006) planificación, organización, realización, control y evaluación con los componentes didácticos no personales del proceso de enseñanza-aprendizaje (objetivos, contenido, métodos, medios, formas de organización y evaluación) y los componentes personales (grupo, estudiante y profesor)

2. Relación entre los componentes del proceso de enseñanza aprendizaje y las funciones de la dirección educativa

- **Planificación:** es el punto de partida para el comienzo de la dirección del proceso de aprendizaje. En este momento, se consideran los objetivos como categoría rectora para determinar el contenido de aprendizaje que permitirá su alcance. Estos objetivos deben ser derivados de aquellos que expresan la política educacional para un período determinado y reflejan los propósitos de los programas de las asignaturas del currículo, por lo que el profesor debe tener la capacidad para contextualizarlos hasta la clase y concretarlos en un sistema de acciones que estarán reflejadas en su plan de clases, incluyendo el sistema de evaluación.

Se consideran, además, a partir del proceso de diagnóstico, las deficiencias y potencialidades que presentan los estudiantes en su aprendizaje, así como las barreras que pueden obstaculizarlo y los medios al alcance que pueden favorecerlo.

- **Organización:** esta función consiste en cómo se ejecutará lo planificado. Implica la determinación de las relaciones que se establecerán entre los ejecutantes de la actividad (grupo, profesor y estudiantes) y cómo se comunicarán entre sí, es por ello que para llevarla

a cabo se hace imprescindible tener en cuenta el conocimiento de los fundamentos psicológicos y pedagógicos que se encuentran en la base misma del proceso de aprendizaje.

La selección y determinación de los métodos y procedimientos de enseñanza, los diferentes tipos de medios a emplear para facilitar la asimilación del contenido, entre ellos, libros de texto y audiovisuales, así como las formas de organización y la evaluación, constituyen los componentes del proceso de enseñanza aprendizaje por excelencia involucrados en esta función de dirección.

- **Realización:** se encuentra en estrecha relación con la planificación y organización. Es conocida entre otros nombres, como mando, ejecución. La realización asegura el funcionamiento y el desarrollo de lo planificado, de acuerdo con los objetivos programados y las tareas concretas, así como el mantenimiento de la organización establecida y la coordinación requerida entre los distintos componentes.

La realización puede manifestarse de diferentes formas, pero en ella siempre está presente la acción del que dirige (el profesor) sobre el estudiante y el grupo, tratando de lograr el mejor espíritu de trabajo colectivo, estimular lo bien hecho y realizar un tratamiento adecuado al error cometido por estos, pues se trata de corregir el error, visto este como un aspecto normal e implícito en el proceso de aprendizaje. Es por ello que esta función exige un contacto estrecho entre los involucrados (grupo, profesores y estudiantes) y pone de manifiesto la facultad del profesor para guiar el aprendizaje en los estudiantes.

- **Control y evaluación:** el control es la función de dirección que tiene como objetivo comprobar el resultado real del trabajo. La dirección del aprendizaje resulta imposible sin llevar un control de este que en la teoría general de la dirección se le denomina retroalimentación, es decir, la información no solo va del que dirige hacia el que es dirigido, sino que recorre el sentido inverso. La evaluación pone de manifiesto la valoración de los resultados esperados, por lo que garantiza el contenido que debe ser reforzado.

El control y la evaluación, permiten poner de manifiesto los logros y dificultades que surgen en la práctica diaria, el análisis de los errores cometidos tanto por el estudiante como por el profesor; son imprescindibles para regular todo el proceso e incluye el análisis de la información obtenida y la toma de decisiones de manera conjunta entre el profesor y los estudiantes.

En consecuencia, el profesor debe dominar las normas, resoluciones y orientaciones que establecen las distintas formas de controlar y evaluar el aprendizaje de sus estudiantes. Las acciones para el control y evaluación de las diferentes actividades de aprendizaje deben estar concebidas desde la planificación. El control posibilita realizar una evaluación de los resultados del aprendizaje, por tanto, como función de dirección se conciben el control y la evaluación como una unidad dialéctica, no contradictoria. (Valdivia, 2010)

Es por ello, que en este trabajo se está de acuerdo con Bermúdez, (2014) cuando expresa la definición de proceso de enseñanza aprendizaje como: proceso de interacción entre el maestro y los alumnos mediante el cual el maestro dirige el aprendizaje por medio de una adecuada actividad y comunicación, facilitando la apropiación de la experiencia histórica social y el crecimiento de los alumnos y del grupo, en un proceso de construcción personal y colectiva (p.42).

La “adecuada actividad y comunicación” referida en esta definición se interpreta aquí como técnicas utilizadas por el profesor para dirigir este proceso de enseñanza aprendizaje y tienen su génesis en las Teorías de la Dirección, del Aprendizaje Desarrollador y la Didáctica de la Matemática, de esta última son de gran utilidad el empleo de los procedimientos heurísticos (principios, reglas y estrategias) los cuales rigen la orientación de todo el proceso de búsqueda del conocimiento. Los principios de analogía, movilidad, reducción y diferenciación de casos, variación de condiciones, generalización, entre otros, sirven de guía durante todo el proceso. (Valdivia, Almeida, 2014)

3. Propuesta de técnicas para la dirección del aprendizaje de la Matemática

Las técnicas para la dirección del proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática tienen carácter didáctico y se asumen en este trabajo como: el conjunto de actividades que el profesor estructura para que el estudiante construya el conocimiento, lo transforme, lo problematice, y lo evalúe; además de participar junto con el estudiante en la recuperación de su propio proceso.

De este modo estas técnicas ocupan un lugar indispensable en el proceso de enseñanza aprendizaje; son las actividades que el profesor planifica, organiza, ejecuta, controla y evalúa para facilitar la construcción del conocimiento. Las que se presentan en este trabajo, se clasifican en técnicas de generación de ideas y de estímulo a la creatividad, las cuales se insertan en las conocidas técnicas dinámicas de carácter grupal en la teoría de la dirección. Entre ellas:

I. Aprendiendo de los errores: Utilice los errores cometidos por los estudiantes como fuente de nuevos aprendizajes; transforme oportunamente la ocasión en una situación de reflexión y aprendizaje colectivo. Pídales que piensen en las causas de los errores, y en formas alternativas para enmendarlos. Lleve mentalmente una “lista” de los errores que suelen cometer los estudiantes en la resolución de determinados tipos de tareas, y complete el listado construido por el grupo - si es necesario- con el suyo propio. Retroalimente a sus estudiantes dando información y haciendo reflexionar sobre los errores que cometió, por qué cometió ese error, cómo resolver los errores y cómo evitarlos.

Ejemplo: $\log(x^2) = 2\log x$, para todo x real. En la lista de errores:

(1) error al aceptar esta igualdad es considerar que esta se cumple para todo x real, pues ella es verdadera solo si x es positiva.

(2) negar la igualdad al considerar $\log(x^2) = \log^2x$.

(3) negar la igualdad por $\log(x^2) = \log(2x)$

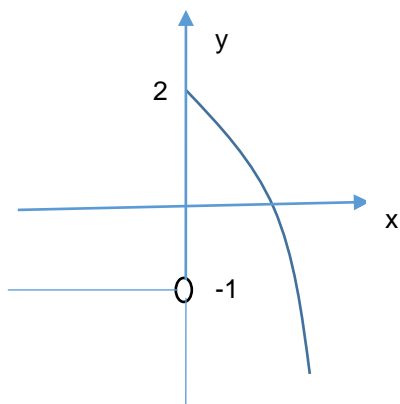
II. Control de la comprensión: Estas son las estrategias ligadas a la metacognición. Implican permanecer consciente de lo que se está tratando de lograr, seguir la pista de las estrategias que se usan y del éxito logrado con ellas y adaptar la conducta en concordancia. Si utilizásemos la metáfora de comparar la mente con un ordenador, estas estrategias actuarían como un procesador central de ordenador. Son un sistema supervisor de la acción y el pensamiento del alumno, y se caracterizan por un alto nivel de conciencia y control voluntario.

Ejemplo: Los movimientos del plano como vía para aprender a representar funciones elementales a partir de las funciones elementales fundamentales conocidas. Es el caso, entre otros, de representar las funciones $y = \sqrt{x-3}$, $y = \sqrt{x} + 4$, $y = 2\sqrt{x}$ o $y = -\sqrt{x}$. En este caso el alumno debe conocer los movimientos en el plano para visualizarlos en cada función dada y poder garantizar la representación gráfica de cada una a partir del conocimiento de la función elemental fundamental $y = \sqrt{x}$, bajo la supervisión del profesor.

III. Contrastes: Organice, siempre que sea posible y pertinente, situaciones de aprendizaje cooperativo, donde puedan compararse y contrastarse las opiniones y planteamientos de los estudiantes, donde ellos puedan aprender sobre sí mismos al tiempo que aprenden sobre los otros. Estimule la aventura de la autoexploración y al autoconocimiento en sus alumnos y use la diversidad inter-individual para facilitar la misma. Promueva la confrontación y ayude a revelar conflictos y contradicciones a partir del contenido para incitar así el aprendizaje crítico-reflexivo y la motivación. (Valdivia Jorge, 2019)

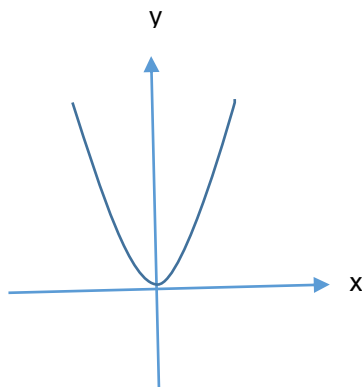
Ejemplo: Cálculo del límite $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x$. Las creencias en Matemática hacen que el cálculo de este límite sea considerado por la mayoría de los estudiantes igual a calcular el $\ln 0$, cuestión que suscita entre ellos una contradicción porque conocen que la función $y = \ln x$ no está definida en $x=0$. Como está definida para todo x real con $x > 0$, entonces tiene sentido hablar de límite de dicha función para valores de la vecindad (reducida) a la derecha del punto $x=0$. Puede organizarse una situación de aprendizaje cooperativo donde los estudiantes puedan comparar y contrastar las opiniones de todos, hasta que consigan por sí solos comprender que calcular el límite de una función en un punto es analizar y determinar qué ocurre con el comportamiento de la función en la vecindad reducida del punto en cuestión y no el comportamiento de la función en dicho punto.

Para promover la confrontación y revelar contradicciones podemos hacer el análisis del concepto de límite en un punto utilizando los gráficos de algunas funciones



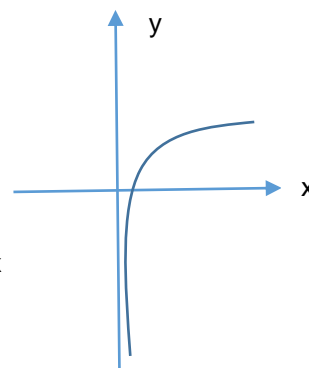
$$y = x^2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 = 0$$



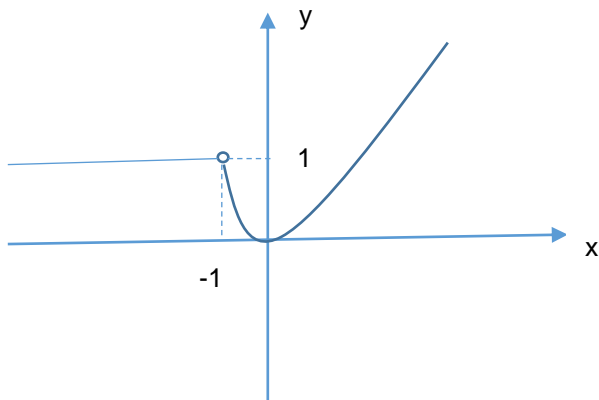
$$y = \ln x$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$$



$$f(x) = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ 2 - x^2, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \text{ no existe}$$



$$g(x) = \begin{cases} 1, & x < -1 \\ x^2, & x > -1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} g(x) = 1$$

Utilizando algunos ejemplos como estos se puede incentivar el aprendizaje del concepto estableciendo comparaciones entre cada una de las funciones graficadas en cuanto a la existencia del límite en un punto, la condición de que no es necesario que la función esté definida en el punto para que tenga límite en el mismo, el contraste entre la necesidad de calcular límites laterales para obtener el límite en un punto y el hecho de no ser necesario en otros casos

IV.Caminos: Ayude a sus estudiantes a tomar conciencia de que siempre existe más de un camino para abordar el análisis de las situaciones y tareas para resolverlas, responderlas, comprobarlas y evaluarlas. Utilice técnicas como pedir a los estudiantes que *piensen en voz*

alta, o que retrospectivamente, describan *cómo* lograron resolver una tarea, y más aún, cómo lograron darse cuenta de la solución de una tarea, en qué tipo de cosas pensaron, qué les resultó más difícil y qué les resultó más fácil, y por qué.

Ejemplo: Optimización en economía. Determina el máximo ingreso (en dólares) de una empresa productora de x artículos, donde $I_T = 300x - 2x^2$ con $0 < x < 150$ representa los ingresos totales de dicha empresa.

Un camino a seguir: En este ejercicio el estudiante tiende a aplicar la teoría de extremos para resolverlo, utilizando la primera derivada como herramienta para encontrar el valor donde la función alcanza el máximo valor, a partir de la condición necesaria de existencia de extremos locales de una función.

Otro camino: El estudiante se da cuenta que la función a maximizar es una parábola que abre hacia abajo, por ende, el máximo valor de la función está en la ordenada del vértice, por lo que representa gráficamente la función y concluye que el máximo valor es de 11250 dólares y se alcanza al vender 75 artículos.

V. Debate dirigido: El profesor hace preguntas a los estudiantes para poner en evidencia la experiencia de ellos y relacionarla con los contenidos técnicos. El profesor debe guiarlos en sus discusiones hacia el "descubrimiento" del contenido de estudio. (Valdivia, Jorge, 2019)

Ejemplo: Un problema de optimización. Se quiere cercar un terreno rectangular con 60 metros lineales de alambre. ¿Qué longitud deberá tener cada lado del rectángulo para que el área del mismo sea máxima?

Aquí se debe aplicar el Programa Heurístico General basado en el modelo de Polya para la resolución de problemas (comprender el problema, concebir el plan, ejecutar el plan, examinar la solución obtenida) y concebir y ejecutar el plan utilizando el principio heurístico de medir y probar sistemáticamente el cual consiste en realizar mediciones en casos particulares para obtener una suposición general. Aparece muy frecuentemente asociado al principio de movilidad. O sea, se mide y prueba, o se mide y compara, después de haber ejecutado variaciones mediante la movilidad.

Para tal fin podemos proponer a los estudiantes del grupo dibujar un rectángulo con perímetro igual a 60 y calcular el área de cada uno de ellos. Es evidente que hay varios rectángulos que cumplen la condición de que la suma de sus cuatro lados es 60, pero solo uno tendrá la máxima área. Después que cada estudiante muestre sus resultados en cuanto a las longitudes de su rectángulo y el área del mismo, destacaremos que las longitudes de los lados del rectángulo tomado por cada uno son diferentes, y por ende las áreas no son iguales. Luego, podemos preguntar al grupo: ¿cuál de ellos tiene la máxima área? ¿Cuáles son las longitudes de sus lados? Guiados por el profesor los estudiantes llegarán a la conclusión de que el terreno rectangular en cuestión es un cuadrado de 15 metros de lado y 225 m² de área.

4. Resultados obtenidos en la práctica pedagógica.

De las técnicas mencionadas en el epígrafe anterior, fueron aplicadas en la práctica por las autoras de este trabajo, la técnica III, denominada Contraste, y la V, llamada Debate dirigido. La técnica Contraste se desarrolla utilizando el concepto de límite de una función en un punto, el cual es un aspecto de mucha complejidad para comprender por los estudiantes, en el primer semestre del primer año de la carrera Ingeniería Industrial del curso 2018-2019 en la asignatura Matemática I. El Debate dirigido como técnica para la dirección del aprendizaje de la Matemática, se utiliza para favorecer la comprensión de los problemas de optimización y su resolución a partir de la teoría de máximos y mínimos.

Participaron 75 estudiantes de primer año, separados en dos grupos de clases prácticas y a su vez agrupados en equipos de trabajo. La técnica Contraste fue utilizada siguiendo la metodología:

- a) Separar el grupo de clase práctica en cuatro equipos.
- b) Entregar una hoja de trabajo a cada equipo donde aparecen gráficas de funciones.
- c) Pedir a cada equipo que responda por qué ese es el límite de cada una de ellas en el punto dado. (los estudiantes opinan y contrastan sus respuestas con la dada por los demás equipos incluso entre ellos mismos)
- d) Se proponen otros ejercicios de cálculo de límites en un punto.

Los resultados obtenidos en el desarrollo de la clase práctica superaron al de otros años en el logro del objetivo relacionado con el cálculo de límites.

La técnica aplicada sirvió de motivación a los estudiantes, así lo expresaron en la entrevista grupal realizada al final de la clase (Anexo 1), en la cual también opinaron que les gustó mucho trabajar en equipo e intercambiar con sus compañeros la manera de actuar ante el cálculo de límites de funciones en un punto.

Se evidenció la colaboración entre los estudiantes de mayores habilidades en el cálculo de límites con los menos aventajados que presentan dificultades en la comprensión del concepto de función ya estudiado en la Educación Media, logrando así la sistematización de este concepto tan importante para el entendimiento de otros conceptos del Cálculo Diferencial e Integral, como el de derivada de una función en un punto que serán objeto de estudio en las posteriores asignaturas de la disciplina Matemática Superior.

Entre las sugerencias plantearon repetir la técnica en otros contenidos de la asignatura.

La técnica Debate dirigido, fue aplicada siguiendo la metodología de la anterior:

- a) Separar el grupo de clase práctica en cuatro equipos.

- b) Entregar una hoja de trabajo a cada equipo donde aparecen diferentes rectángulos.
- c) Pedir a cada equipo que otorguen longitudes a los lados de cada rectángulo de forma que todos tengan perímetro 60 y determinen cuál de ellos tiene la máxima área. (los estudiantes debaten, opinan y contrastan sus respuestas con la dada por los demás equipos incluso entre ellos mismos).
- d) Se propone otro problema de optimización: dado un rectángulo de área 100cm^2 , calcula las longitudes de los lados del rectángulo de perímetro mínimo.

Los resultados obtenidos en el desarrollo de la clase práctica superaron al de otros años en el logro del objetivo resolución de problemas de optimización.

La técnica aplicada sirvió para esclarecer a los estudiantes el concepto de problema de optimización; así lo expresaron en la entrevista grupal (Anexo 2) realizada al final de la clase, en la cual también opinaron que les gustó mucho trabajar en equipo e intercambiar con sus compañeros las respuestas dadas al problema planteado.

Se evidenció la colaboración entre los estudiantes de mayores habilidades en el cálculo de derivadas con los menos aventajados y con los que presentan dificultades en la comprensión del concepto de problema de optimización, logrando así que la mayoría de ellos pudieran resolver el problema dado, cuestión muy importante ya que este contenido será objeto de estudio en las posteriores asignaturas de la disciplina Matemática Superior.

Entre las sugerencias plantearon repetir la técnica en otros contenidos de la asignatura.

Conclusiones

El empleo eficiente de las técnicas para la dirección del aprendizaje de la Matemática requiere que, de acuerdo a los objetivos propuestos, los estudiantes adquieran, de manera concreta un nivel de desarrollo de determinados procesos psicológicos implicados en la actividad de aprendizaje, así como la reactivación de conocimientos previos en el área de la Matemática que se esté trabajando, ya sea la aritmética, el álgebra o la geometría, que estos alcancen dominio básico de un sistema de hábitos y habilidades específicos propios de la asignatura y generales a través de las formas de trabajo y de pensamiento de la Matemática, a la vez que constituyen procedimientos de apoyo al aprendizaje relacionados con sus propios procesos cognitivos y metacognitivos, así como la posibilidad y disposición de controlarlos.

Referencias bibliográficas

ADDINE, F. et al. *Didáctica y optimización del proceso de enseñanza-aprendizaje*. La Habana: Instituto Pedagógico Latinoamericano y Caribeño, 1998.

CASTELLANOS, D. et al. *Teorías actuales del aprendizaje*. Maestría en Educación. IPLAC. Caracas: Imprenta universitaria UBV, 2007.

MARX, C. *El Capital*. Tomo I. La Habana: Editorial Ciencias Sociales, 1973.

SILVESTRE, M. *Aprendizaje, educación y desarrollo*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 2001.

VALDIVIA, M.; ALMEIDA, A. *El empleo de la heurística en las demostraciones de proposiciones matemáticas en la formación de profesores*. DIDÁCTICAS DE LAS CIENCIAS INTERNACIONAL. La Habana. Marzo 2014. ISBN 978-959-18-0973-5

VALDIVIA, M. *Una estrategia didáctica para la dirección del aprendizaje de los procedimientos heurísticos en la asignatura matemática y su metodología I de la licenciatura en educación en el área de ciencias exactas*. Tesis presentada en opción al título de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Instituto Superior Pedagógico Juan Marinello. Matanzas, 2010.

VALDIVIA, M.; JORGE, M. *Estrategias para el aprendizaje de la matemática en las carreras de ingeniería*. VI Simposio Internacional de educación y Pedagogía. Capítulo de libro electrónico de investigación. ISBN: 978-1-945570-98-8. En coedición Editorial Redipe Capítulo Estados-Instituciones sede, 2019.

VALLE, A. *La dirección de la escuela*. En su: Dirección, Organización e higiene escolar. Tomo I: La Habana. Libro en formato digital, 2006.

Anexos

Anexo 1. Entrevista Grupal 1

Objetivo: Constatar la efectividad de la técnica Contraste para favorecer la comprensión del concepto de límite de una función en un punto.

Consigna: Estudiante, realizamos una investigación acerca de la efectividad de la técnica Contraste para favorecer la comprensión del concepto de límite de una función en un punto, agradecemos su colaboración aportando sus criterios. Seguro que serán de gran utilidad.

1. ¿Qué importancia le conceden a la técnica Contraste? Argumenta tu respuesta.
2. ¿Fue efectiva la técnica para comprender el concepto de límite de una función en un punto?
3. Emita alguna sugerencia para perfeccionar la técnica aplicada.

Anexo 2. Entrevista Grupal 2

Objetivo: Constatar la efectividad de la técnica Debate dirigido, para favorecer la comprensión de la teoría de máximos y mínimos y su aplicación en la resolución de problemas de optimización.

Consigna: Estudiante, realizamos una investigación acerca de la efectividad de la técnica Debate dirigido para favorecer la comprensión de la teoría de máximos y mínimos y su aplicación en la resolución de problemas de optimización, agradecemos su colaboración aportando sus criterios. Seguro que serán de gran utilidad.

1. ¿Qué importancia le conceden a la técnica Debate dirigido? Argumenta tu respuesta.
2. ¿Fue efectiva la técnica para comprender los problemas de optimización y su resolución a partir de la teoría de máximos y mínimos?
3. Emita alguna sugerencia para perfeccionar la técnica aplicada.