

# PROCEDIMIENTOS METODOLÓGICOS PARA RESOLVER PROBLEMAS DE MATEMÁTICA Y FÍSICA

**Dr. C. Manuel Guillermo Pino Batista<sup>1</sup>, MSc. Bernardino Alfredo Almeida Carazo<sup>2</sup>,**

1. *Universidad de Matanzas – Sede “Camilo Cienfuegos”, Vía Blanca Km.3, Matanzas, Cuba. [manuel.batista@umcc.cu](mailto:manuel.batista@umcc.cu)*

2. *Universidad de Matanzas – Sede “Juan Marinello Vidaurreta”, Carretera a Cidra Km 2.5, Matanzas. Cuba. [bernardino.carazo@umcc.cu](mailto:bernardino.carazo@umcc.cu)*

## Resumen

La monografía argumenta la necesidad de que en las asignaturas de Matemática y Física no solo se resuelvan problemas en la escuela, sino que en ella se enseñe a resolver problemas. Es imprescindible que durante la formación inicial del profesional de la educación en estas asignaturas, se alcance la apropiación de procedimientos generalizados para enseñar a resolver problemas. Se presentan procedimientos metodológicos para dirigir la comprensión del problema, para planificación de su resolución y para la evaluación de la solución, los que se han obtenido a partir del quehacer investigativo de los autores y se han validado en la enseñanza durante varios años.

**Palabras claves:** *Procedimientos metodológicos; resolución de problemas.*

## Introducción

Aprender procedimientos para resolver diferentes problemas de Matemática y Física es un componente esencial del currículo escolar, su apropiación tiene una función instructiva al recurrir a conceptos, procedimientos, leyes, teoremas, fórmulas, signos y símbolos que favorecen la formación de un sistema de conocimientos, capacidades, habilidades y hábitos de dichas asignaturas.

El aprendizaje de los procedimientos para resolver problemas desarrolla el pensar, fomenta el pensamiento de los alumnos y los dota de métodos efectivos para la actividad intelectual. Existe una estrecha relación entre el pensamiento y el proceso de resolución de problemas; se considera que la vía más eficaz para la formación del pensamiento tiene lugar mediante la resolución de problemas.

Al resolver un problema y analizar distintas vías de solución del mismo, así como cuando se analiza uno u otro método de solución, cuando se aprende a extraer y a utilizar la información contenida en él, se contribuye a la formación y desarrollo del pensamiento lógico de los estudiantes.

En el proceso de resolución de problemas se favorece la formación de habilidades para utilizar los métodos del conocimiento científico, tales como: observación, comparación, experimentación, análisis y síntesis, generalización y otros, como métodos de aprendizaje. Esta función desarrolladora está presente en la mayor parte de los ejercicios y problemas en los que se deben modelar situaciones o aprovechar por los alumnos modelos conocidos.

En los problemas existen potencialidades educativas, dirigidas a la formación de la concepción científica del mundo; al desarrollo de intereses cognoscitivo, a la independencia y hábitos de trabajo escolar; y a la formación de ideas, convicciones y cualidades morales. Los formas peculiares de interacción con la realidad social y natural.

Se sitúa al alumno en contacto con situaciones que reflejan múltiples relaciones cuantitativas de la realidad, a la vez que se forma el pensamiento dialéctico del escolar, como posibilidad de penetrar en la naturaleza contradictoria de esas relaciones, esclareciendo las condiciones de su origen y desarrollo (Ballester Pedroso *et al.*, 1992).

Aprender procedimientos para resolver problemas es vital para el hombre del siglo XXI, pues, se apropian de estrategias de búsqueda que estimulan el desarrollo del pensamiento, asimilan nuevos conocimientos y fijan los ya existentes, se forman y perfeccionan habilidades y hábitos, se asimilan normas, convicciones y actitudes morales, ideológicas y filosóficas (Almeida Carrazo *et al.*, 2017).

Aprender a resolver problemas de Matemática y Física trasciende el marco escolar y brinda métodos de pensamiento para la comprensión de problemas económicos, políticos, sociales,

ambientales y otros, desarrolla estrategias para la búsqueda de ideas de solución, para la autorregulación de su aprendizaje y la racionalización del trabajo mental, con ayuda de las tecnologías de la información y la comunicación.

La importancia de la actividad de resolución de problemas es evidente; en definitiva, todo el progreso científico y tecnológico, el bienestar y hasta la supervivencia de la especie humana dependen de esta habilidad (Pino Batista *et al.*, 2017).

Se evidencian en estos argumentos la necesidad de enseñar procedimientos para resolver problemas, lo que constituye un reto para el profesor de Matemática y Física en la educación media. Es propósito de este artículo ofrecer los resultados de los autores en su actividad investigativa y académica sobre los procedimientos metodológicos para la resolución de problemas, como profesores de Didáctica de la Matemática y Didáctica de la Física en la formación de Licenciados en Educación, Matemática – Física.

## Desarrollo

Todo ciudadano vive resolviendo problemas de diferente índole, los cotidianos para la sobrevivencia, los familiares, los individuales, los laborales, hasta los más complejos planteados por el desarrollo científico y tecnológico. La escuela tiene la tarea de preparar a niños y jóvenes para enfrentar la resolución de problemas como un objetivo instructivo y formativo, en el afán de alcanzar una formación integral para el desempeño en su vida laboral y social (Rebollar Morote *et al.*, 2014).

El Ministerio de Educación de la República de Cuba, ha establecido para todas las educaciones precisiones para trabajar la resolución de problemas en las diferentes asignaturas. En los programas de Matemática y Física de la enseñanza Secundaria Básica y Preuniversitaria aparecen declaradas explícitamente en sus objetivos y se hacen precisiones para dirigir esos procesos. Para la asignatura Matemática en particular, se señala en su enfoque metodológico general, una idea clave para el trabajo metodológico:

Plantear el estudio de los nuevos contenidos matemáticos en función de resolver nuevas clases de problemas, de modo que la resolución de problemas no sea solo un medio para fijar, sino también para adquirir nuevos conocimientos sobre la base de un concepto amplio de problema. (Álvarez Pérez *et al.*, 2014).

En el caso de Física se precisa, el planteamiento y resolución de problemas, basado en el enfrentamiento a situaciones problemáticas de interés, como el centro de la concepción metodológica (Ortiz Carmona *et al.*, 2016).

A pesar de que existen documentos metodológicos que sugieren el trabajo a realizar en las clases, en la práctica pedagógica se reflejan carencias en la resolución independiente de problemas de Matemática y Física, no lográndose los objetivos al nivel que exigen los

programas de estas asignaturas, lo que se evidencia en los resultados de las evaluaciones realizadas a los estudiantes en cada nivel escolar.

En visitas a clases sobre resolución de problemas de Matemática y Física realizadas por directivos metodológicos de la Dirección Provincial de Educación se evidencian insatisfacciones didácticas en el accionar de los profesores:

- La actividad de los alumnos se guía en exceso en la resolución de los problemas;
- El proceso de comprensión del problema por los alumnos no se estimula y es limitado el empleo consciente de recursos heurísticos.
- Los procedimientos metodológicos dirigidos a la búsqueda de la estrategia a emplear (plan de solución) no se enseñan.
- La creación de espacios para el autocontrol, el autoconocimiento y la autorreflexión de los estudiantes del proceso empleado son insuficientes.
- La respuesta del problema se expresa sin realizar la evaluación de la solución obtenida y de la vía empleada.
- Se evidencia en la actividad de los alumnos escaso conocimiento de los procedimientos metodológicos de resolución de problemas.

Estas observaciones corroboran que, en la escuela, aunque se trabajan problemas en las clases, no se enseñan procedimientos para su resolución, ni se atienden las necesidades cognitivas que esa actividad exige. Es necesario considerar la resolución de los problemas como objeto de enseñanza, y trabajar en clases la enseñanza de la resolución de problemas (Rizo Cabrera *et al.*, 2002).

A través de la enseñanza de la resolución de problemas de Matemática y Física se estimula constantemente lo instructivo, lo educativo y el desarrollo del pensamiento, siempre que sea considerada una actividad que implique pensar y usar conocimientos, algo más que usar operaciones numéricas (Ramos *et al.*, 2016), en el logro de este propósito los profesores desempeñan un papel decisivo.

Ante esta problemática se reflexiona: ¿Cómo preparar a los profesores para dirigir la enseñanza de la resolución de problemas en las clases de Matemática y Física en los centros de la educación media en la provincia de Matanzas?

Varias son las acciones que se ejecutan desde la formación inicial y continua por los departamentos de Matemática y Física de la facultad de Educación de la Universidad de Matanzas para reforzar el trabajo de apropiación de los procedimientos metodológicos para resolver problemas desde las asignaturas del currículo propio y el optativo / electivo y con

los profesores que laboran en las educaciones a través de: seminarios de capacitación, en la preparación metodológica, en la superación individual y en las distintas formas de la educación de postgrados.

Cabe preguntarse: ¿Qué es un problema para las asignaturas de Matemática y Física? El análisis psicopedagógico de la enseñanza de la resolución de problemas reconoce como un momento inicial, esclarecer lo que debe asumirse por problema. Se reflexiona sobre algunas acepciones de este término. El colectivo de autores del libro de Didáctica de la Matemática caracteriza un problema como:

Un ejercicio que refleja, determinadas situaciones a través de elementos y relaciones del dominio de la ciencia o la práctica, en lenguaje común y exige de medios matemáticos para su solución. Se caracteriza por tener una situación inicial (elementos dados, datos) conocida y una situación final (incógnita, elementos buscados) desconocida, mientras que su vía de solución se obtiene con ayuda de procedimientos heurísticos (Ballester Pedrozo *et al.*, 1992).

Otros investigadores en la Didáctica de la resolución de problemas expresan:

Situación que se le propone al estudiante para adquirir un conocimiento matemático nuevo, el cual requiere solución, pero que el método para hallarla no es tan obvio ni inmediato, por lo que hace pensar al estudiante (Espinosa González, 2017).

Se llama problema a toda situación en la que existe un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarlo. La vía para pasar de la situación o planteamiento inicial a la nueva situación exigida tiene que ser desconocida y la persona debe querer hacer la transformación (Rizo Cabrera *et al.*, 2002).

Se llama problema docente de Física a la tarea, cuyo método de realización y cuyos resultados son desconocidos para el alumno a priori, pero que éste (el alumno), con la ayuda de deducciones lógicas, acciones matemáticas y el experimento, sobre la base de las leyes y los métodos de la física, está en condiciones de acometer la búsqueda de este resultado o del método que ha de aplicar (Rivero Pérez, 2002).

Es una situación en la que existe una contradicción a la que el alumno no le encuentra una solución inmediata, pero al tomar conciencia de ella, vislumbra la posibilidad de resolverla aplicando los conocimientos físicos (teóricos y procesales), los métodos de la física y las habilidades necesarias para ello, existiendo el interés y la voluntad para acometer su resolución (Pino Batista, 2005).

Estos autores al caracterizar el problema como tarea docente, resaltan rasgos esenciales como objeto a transformar en el proceso de resolución, señalando que:

- Exige desarrollar acciones específicas tendientes a resolver la contradicción.

- Demanda que exista un interés (de una o varias personas) por encontrarle solución (motivación).
- Precisa aplicar conocimientos y diseñar un proceso de búsqueda que garantice la solución completa del problema.
- Permite adquirir un nuevo conocimiento o fijar los ya existentes.
- Posee diversas vías o métodos de solución.
- Puede tener más de una solución o no poseer solución.

Desde el punto de vista didáctico estas definiciones ofrecen elementos para la selección de los problemas que se proponen a los estudiantes, tales como: naturaleza de la tarea, motivación por solucionarla, conocimientos necesarios para su resolución, apropiación de la contradicción (comprender el problema), percibir la posibilidad de resolverlo con sus conocimientos, explicitar la estrategia a utilizar, para lograr un cambio en el actuar y en el pensar del estudiante.

El proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática y la Física en la escuela cubana se fundamenta en los principios, leyes y categorías de la Filosofía Marxista Leninista, reflejados en la teoría del conocimiento, pues exige el vínculo directo con la práctica y con los objetos, procesos y fenómenos que en ella se manifiestan. Ella es la fuente de los problemas que deben ser analizados por estas ciencias, en ella se comprueban los resultados de las teorías elaboradas, y encuentran aplicación los resultados de sus investigaciones.

En el proceso de resolución de problemas se asumen las posiciones del Enfoque Histórico Cultural, asociado a los resultados de L. Vigotsky y Talízina, se reconoce el papel del desarrollo individual en el colectivo, del desarrollo integral de la personalidad y el papel preponderante de las condiciones sociales e históricas, así como el rol de la actividad en la conformación de la personalidad.

En este enfoque las acciones humanas se conciben basadas en procedimientos de diferentes tipos, uno de ellos está encaminado a realizar tareas concretas cuyas acciones y operaciones están bien determinadas y se realizan siempre de la misma forma (procedimientos algorítmicos); otros tienen un carácter generalizador, cuyas acciones no tienen un contenido concreto, sino que constituyen esquemas de acciones aplicables en muchas situaciones de diferente contenido durante la enseñanza de las ciencias. Se sostiene por (Talízina, 1992), que tales procedimientos generalizados deben ser objeto de enseñanza pues reducen el volumen de contenido a aprender y preparan al hombre para enfrentarse a verdaderas situaciones problema.

Para estructurar el aprendizaje de los procedimientos de resolución de problemas se requiere de manera individual determinar (diagnosticar) la Zona de Desarrollo Próximo, que expresa la relación interna entre la enseñanza y el aprendizaje. Según esta información cada estudiante debe trabajar sobre las fronteras de su propio conocimiento.

La Didáctica de la Matemática y de la Física asumen estas teorías y posiciones filosóficas, psicológicas, didácticas y de la práctica escolar para desarrollar métodos para la dirección del proceso de enseñanza aprendizaje, sistematizado en el tratamiento de sus contenidos y en el enfoque metodológico general de estas asignaturas, avalados por resultados de investigaciones y experiencias pedagógicas de avanzada.

En su forma general el proceso de enseñanza - aprendizaje de los procedimientos de resolución de problemas de la Matemática y la Física constituye un sistema donde sus categorías principales son la enseñanza y el aprendizaje; se estructura en una concepción desarrolladora, lo que involucra una comunicación y actividad intencionales, cuyo accionar didáctico genera estrategias de aprendizaje para el desarrollo integral de la personalidad y autodeterminación del estudiante. Este proceso está conformado por leyes y componentes estructurados como un todo. La relación y dependencia entre sus componentes revelan su carácter científico y humanista.

El procedimiento de resolución de problemas como actividad mental transita por tres momentos o fases fundamentales íntimamente relacionadas: orientación, ejecución y control, las que no son absolutas. En ese proceso el alumno debe lograr comprender el problema, buscar e implementar una vía para resolverlo, comprobar la veracidad de la solución obtenida y de la vía utilizada, de manera que concientice las formas de pensar (estrategias) y actuar ante tareas similares (Almeida Carazo *et al.*, 2017).

El proceso de resolución de problemas se inicia con la fase de comprensión del problema y a partir de ella se desencadena el proceso de búsqueda de relaciones y dependencias, es imposible resolver una tarea sin una comprensión previa de ella (Pozo Muncio, 1994).

Es posible enseñar al alumno a recapacitar sobre la tarea, a comprender antes de actuar rápidamente, para ello deben enseñarse los procedimientos metodológicos para la comprensión y la planificación para la resolución de los problemas, los cuales dan pautas para la ejecución de acciones en el momento inicial de esta actividad. Investigaciones realizadas en la Didáctica de la resolución de problemas Matemáticos y Físicos por profesores e investigadores cubanos, proponen los siguientes procedimientos metodológicos para la comprensión de los problemas (Pino Batista, 2005).

- Lectura analítica del problema.
- Reconocimiento de palabras – claves.
- Interpretación del significado físico (matemático) de lo que dice el problema.
- Descripción verbal del problema.
- Realización de gráficos, esquemas o bocetos que representen lo planteado en el problema, señalando en él los elementos necesarios.
- Precisión de la problemática abordada.
- Realización de un estudio cualitativo del problema.
- Selección de las condiciones y exigencias.



- Re formulación del problema

Al concluir la comprensión el estudiante podrá expresar el contexto, lo que se busca, lo que se conoce, conocimientos que se relacionan con la situación planeada en el problema y cuestiones afines a ellos (Almeida Carazo *et al.*, 2017).

En esta fase la realización de un esquema o diagrama que represente lo planteado en el problema es importante, pero este no puede ser un mero dibujo. Los autores coinciden con Fridman cuando plantea que: en la estructura esquemática se consignan de manera clara y precisa las condiciones y requerimientos del problema (Fridman, 2001). Se supone que el alumno al realizar el diagrama refleja los aspectos funcionales relevantes de su representación interna, la que ha sido generada a partir de la lectura del enunciado.

La segunda etapa del procedimiento de resolución del problema (ejecutora) se lleva a cabo en dos fases: el trabajo en el problema y la solución del problema. A la primera fase corresponde la precisión del problema; la búsqueda de los medios; la indagación de la idea de solución. El encontrar una vía de solución es un proceso de análisis y síntesis, se establecen constantemente relaciones y dependencias entre los datos y las incógnitas, se relaciona el problema con otros conocidos, cuya solución sea más simple o inmediata, se transforma, se introduce nuevas incógnitas, acercándola a los datos, se establecen relaciones de analogías, se descompone en problemas parciales y se analizan casos particulares.

Esta es la fase principal del procedimiento de resolución de problemas, donde deben ponerse en juego todos los conocimientos y habilidades adquiridos por los estudiantes para resolver el problema e implementar los de procedimientos metodológicos.

Esta fase del método general de resolución de problemas demanda de un proceso de reflexión interna en el alumno para la toma de decisiones sobre la vía a seguir con mayores probabilidades de éxitos. Este proceso concluye cuando el alumno haya planificado cómo va a resolver el problema.

Resolver un problema de Matemática significa encontrar una sucesión tal de principios generales de la Matemática (definiciones, axiomas, teoremas, reglas, leyes, fórmulas), cuya aplicación a las condiciones del problema o las consecuencias derivadas de éstas, nos conducen a obtener lo que se exige en el problema, es decir, la respuesta (Fridman, 2001). El proceso de resolución de un problema físico es análogo, lo que se emplean principios generales de la física como definiciones, leyes, fórmulas, experimentos y otros.

En este sentido la resolución de los problemas en Matemática y Física es una tarea de aprendizaje cuya solución se obtiene a partir del sistema de conocimientos, habilidades y formas de trabajo y pensamiento de estas ciencias y es vista como una actividad que produce en los estudiantes emociones positivas (Mellado Jiménez *et al.*, 2014).



Esta etapa incluye también la realización del plan de solución y la representación de la solución. Este proceso exige establecer nuevas relaciones para asociar el modelo requerido (síntesis), se fundamenta la corrección de cada paso, se realizan los cálculos necesarios, se resuelven las ecuaciones, se simplifican y se transforman las expresiones, etc.

Los **procedimientos metodológicos** para la planificación (Pino Batista, 2005) de encontrar una idea de solución (o vía de solución) se dirigen a la:

- Identificación del tipo de problema a resolver.
- Identificación del contenido de la física o la matemática con que se corresponde.
- Consideración de la parte principal del problema.
- Consideraciones de analogías con algún problema ya resuelto.
- Reducción a otro problema ya conocido.
- Relación de lo dado con lo buscado a partir de los datos que se tienen
- Aplicación de una estrategia de razonamiento de acuerdo al tipo de problema.

Para resolver un problema es necesario conocer: ¿de qué problema se trata? ¿De qué tipo es? En otras palabras es necesario reconocer el tipo de problema (Fridman, 2001). Tipificarlo facilita la búsqueda de la vía de solución, pues posibilita plantear interrogantes para estructurar su estrategia de razonamiento.

- **Cualitativo** ¿Qué fenómeno se estudia? ¿Cuál es el concepto estudiado? ¿Qué ley física le da respuesta?
- **Cuantitativo.** ¿Existe relación entre las magnitudes que se expresan en el problema? ¿Qué falta todavía? ¿Cómo determinar lo que falta? ¿Qué vía de solución aplicar? ¿Qué método usar para obtener lo buscado?
- **Gráfico.** ¿Cuáles son las magnitudes que se relacionan en el gráfico? ¿Qué información brinda la gráfica? ¿La forma de la curva sugiere alguna información?
- **Experimental.** ¿De qué instrumentos de medición dispongo? ¿Qué magnitudes se pueden determinar? ¿Se puede determinar experimentalmente lo que se busca para justificar la exigencia del problema? ¿Cómo proceder?
- **Abiertos.** Emitir hipótesis. ¿De qué factores puede depender la magnitud que se buscada? ¿Cuál es la forma de dependencia? Diseña y aplique posibles estrategias de resolución. ¿Qué vías de resolución aplicar?

En la implementación de los procedimientos de resolución de problemas no se aplican solo los conocimientos conceptuales (empíricos y teóricos) y las habilidades que se poseen para poder explicar el cómo y el porqué de las contradicciones que reflejan los mismos. El saber es necesario, pero no es suficiente para resolver el problema. Necesita saber hacer y para ello requiere utilizar los procedimientos (conocimientos procedimentales); en la resolución

de problemas el alumno también demanda emplear habilidades generales y específicas de la ciencia.

Se considera que un conocimiento es procedimental, cuando le proporciona a los alumnos la posibilidad de hacer algo, a partir de ejecutar un conjunto de acciones concretas que constituyen un modo de lograr el objetivo general, apoyados en los conocimientos conceptuales y las habilidades necesarias para ello (Pino Batista *et al*, 2017). De existir carencias de estos conocimientos, provoca que los alumnos no pueden orientarse ante el problema, ni elaborar un plan para resolverlo, comienzan a responder casi inmediatamente después de la primera lectura (Pérez Ponce de León, 2012), sin lograr éxitos en el proceso de resolución.

El profesor de Matemática y Física como facilitador del proceso de enseñanza – aprendizaje de los procedimientos para resolver problemas requiere propiciar el aprendizaje de los procedimientos metodológicos, o sea, provocar en los estudiantes continuas reflexiones sobre su forma para abordar los problemas. Es necesario enseñar entonces determinados procederes metodológicos que permitan comprender el problema y planificar su resolución.

Al enseñar los procedimientos metodológicos se aplican vías como las siguientes:

- Se entrega por escrito los problemas y explícitamente las acciones que debían ejecutarse en función de los diferentes procedimientos metodológicos.
- Se emplea una tarjeta de trabajo (Anexo 1), contentiva de los procedimientos metodológicos generalizados.
- Se demuestra en el pizarrón por el profesor el proceder al resolver un problema.
- Se sitúa en el salón de clases pancartas con los procedimientos metodológicos.
- Se discuten ejemplos resueltos del libro de texto resaltando los procedimientos aplicados.

El control es la tercera fase del proceso de resolución de problemas, se considera que incluye la evaluación de la solución y de la vía empleada, lo que requiere realizar la comprobación de la solución, la evaluación de la vía y consideraciones perspectivas.

La comprobación de la solución y la determinación del número de soluciones, necesita verificar su validez, esto se hace al verificar si el resultado satisface todas las exigencias del problema, según las relaciones que se establecen en el texto, o comparando la posible solución con la estimación, o resolviendo el problema por otra vía; o analizando si la solución es lógica en la práctica. Conviene decidir cuál de estas formas emplear, según el tipo de problema. Una vez convencidos de la validez de la solución, se formular de manera precisa la respuesta al problema.

En la evaluación de la vía se analiza y valora el método empleado para resolver el problema, con el fin de determinar cuán eficiente es, si puede ser mejorado o no y si puede ser aplicado a alguna clase general de problemas.

Aquí se hacen consideraciones retrospectivas, donde se retoman los procedimientos y métodos utilizados para el plan de solución. Con ello se amplían los conocimientos de los estudiantes sobre métodos, recursos heurísticos, así como formas de trabajo y de pensamiento (ganancia metodológica) que posibilitan un trabajo independiente exitoso, en problemas posteriores (Ballester Pedroso *et al.*, 1992); (Danilov, 1978); (Bugaev, 1989); (Talízina, 1988).

Durante la solución de varios problemas, es necesario realizar una investigación del problema, para establecer bajo cuáles condiciones el problema tiene solución y cuántas son las soluciones en cada caso posible; bajo qué condiciones el problema no tiene solución, etc.

Con fines cognoscitivos y de aprendizaje, es útil realizar el análisis final de la solución obtenida, en particular, determinar si no existe otro modo (vía) más racional para resolver el problema, cuáles son las conclusiones que se pueden derivar de la solución y otras.

Para las consideraciones perspectivas se analiza y evalúa la eficiencia del método para resolver el problema, con el fin de determinar si puede ser mejorado o no y si puede ser aplicado a alguna clase general de problemas, la posibilidad de transferir la vía de solución a otros ejercicios. Además, pueden valorarse las condiciones del problema manteniendo el mismo modelo.

Para capacitar a los estudiantes en el proceso de evaluación de la solución es conveniente proponer los procedimientos metodológicos siguientes:

- Realiza la evaluación de la solución obtenida.
- Evalúa la vía y método de solución que utilizó.
- Verifica el razonamiento utilizado según las condiciones y exigencias del problema.
- Reflexiona sobre los pasos ejecutados al implementar el método.
- Precisa la ventaja de la utilización de esa vía y no otra.
- Saca consecuencias para emplear estos procedimientos y métodos en problemas posteriores.

A continuación se presentan ejemplos donde aparecen los impulsos que el profesor puede utilizar con sus alumnos durante la clase de resolución de problemas, se aspira a enseñarles procedimientos metodológicos a los estudiantes y que estos lo aprendan, de manera que ante un problema él sepa cómo enfrentarlo.

En esta monografía nos vamos a referir a dos vías: una es la utilización de la tarjeta de trabajo que se le entrega al estudiante y la ejemplificación por el profesor de los

procedimientos metodológicos al resolver un problema por elaboración conjunta con sus estudiantes, aspecto este que debe tenerlo presente al planificar su clase.

Ejemplos:

Dos trenes salen de la misma estación con velocidades constantes a la misma hora en sentidos opuestos. A las 3,5 horas se encontraban uno del otro a 392km de distancia. Si la velocidad del primero es  $\frac{3}{4}$  de la del segundo. ¿Cuáles son sus velocidades?

**Se conoce**

- Tren A ( $T_A$ ) y tren B ( $T_B$ ) salen de la misma estación
- Los trenes viajan en sentidos opuestos.
- A las 3,5 horas se encuentran uno del otro a 392km
- Las velocidades son  $V_A = \frac{3}{4} V_B$

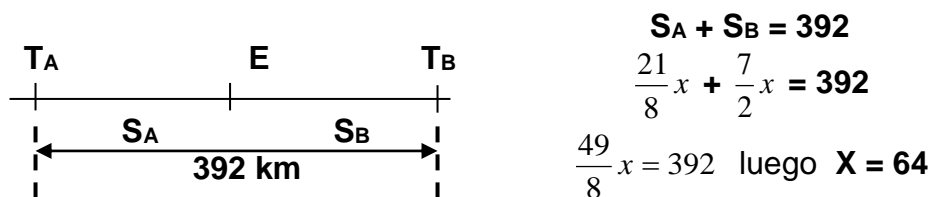
**Se busca:**

- La velocidad  $V_A$  del tren A
- La velocidad  $V_B$  del tren B

Es posible expresar lo dado de forma conveniente para ambos trenes A y B, pues existen nexos entre las magnitudes tiempo, velocidad y camino recorrido y se conoce que  $S = Vt$ , utilizando un diagrama tabular, se considera como incógnita  $x$  la velocidad del tren B, pues la del tren A depende de la del tren B, el tiempo de recorrido es el mismo para ambos trenes y el camino puede representarse en cada caso con la velocidad y el tiempo.

Trenes	Tiempo (h)	Velocidades (V)	Camino (S)
A	3,5	$\frac{3}{4}x$	$\frac{3}{4}x \cdot 3,5$
B	3,5	$x$	$3,5x$

El dato de la distancia en que se encuentran al cabo de 3,5 horas no ha sido utilizado y ayuda a establecer una relación importante con los caminos recorridos por ambos. Se utiliza un diagrama lineal y el camino de 392 km es el resultado del camino recorrido por ambos trenes.



Como para las velocidades se cumple:  $V_A = \frac{3}{4} V_B$ , luego se tiene:  $V_A = \frac{3}{4} \cdot 64 = 48$

La velocidad de un tren es de 64 km/h y la del otro de 48 km/h.

El problema puede ser resuelto empleando otra vía de solución.

Si la velocidad de uno es  $\frac{3}{4}$  de la del otro, significa que cuando uno recorre 3 km el otro recorre 4 km en la misma unidad de tiempo.

	Unidades de tiempo							
	1	2	3	4	5	6	7	.....
Tren A	3	6	9	12	15	18	21	.....
Tren B	4	8	12	16	20	24	28	.....
Km recorrido	7	14	21	28	35	42	49	.....

Se determinan cuántas unidades de tiempo han recorrido cada tren en 392 km. Como se observa en cada unidad de tiempo recorren  $(3 + 4) = 7$ , basta hallar las unidades de tiempo utilizadas para recorrer 392 km,  $392 : 7 = 56$ , con este resultado es posible determinar el camino recorrido por cada tren y la velocidad de cada uno.

Cada uno ha recorrido:

Tren	Camino recorrido $S = V \cdot t$	Velocidad de cada tren $V = S : t$
A	$56 \cdot 3 = 168$ km	$V_A = 168 : 3.5 = 48$ km/h
B	$56 \cdot 4 = 224$ km	$V_B = 224 : 3.5 = 64$ km/h

Las velocidades son: primer tren 48 km/h y el segundo 64 km/h.

Reflexionando sobre el proceso empleado en la resolución del problema, destacan los procedimientos metodológicos para la comprensión, la planificación de la búsqueda de la solución y de evaluación de la solución utilizados.

Procedimientos metodológicos para la comprensión del problema.

Impulsos del profesor	Procedimientos metodológicos
Lee el problema para sí. Reléelo. Existe alguna palabra o frase que no comprendas.	- Lectura analítica del problema.
¿De qué trata el problema?	- Reconocimiento de palabras claves.
¿Conviene representar la situación de otra manera? (figura de análisis, tabla)	- Interpretación del significado físico (matemático) de lo que dice el problema.
¿Se puede con lo dado obtener directamente lo que se busca? ¿Cómo? ¿Qué conocimientos matemáticos utilizar?	- Descripción verbal del problema.
¿Qué se conoce? ¿Y qué se busca?	- Realización de gráficos, esquemas o bocetos que representen lo planteado en el problema, señalando en él los elementos necesarios.
¿Se requiere transformar las condiciones dadas para acercarnos a lo que se busca? ¿Cómo transformar lo que se tiene?	- Precisión de la problemática abordada.
	- Realización de un estudio cualitativo del problema.
	- Selección de las condiciones y exigencias. .
	- Reformulación del problema.

Procedimientos metodológicos para la planificación de la búsqueda de la solución

Impulsos del profesor	Procedimientos metodológicos
Expresa el tipo de problema que se requiere resolver.	- Identificación del tipo de problema a resolver.
¿Con qué conocimientos matemáticos o físicos se relaciona?, ¿Cuál de ellos utilizar?	- Identificación del contenido de la física o la matemática con que se corresponde.
¿Cómo transformar lo que se tiene? Se requiere calcular alguna magnitud	- Consideración de la parte principal del problema.

intermedia. ¿Cuál? ¿Cómo?	- Consideraciones de analogías con algún problema ya resuelto.
Haz resuelto algún problema parecido.	- Reducción a otro problema ya conocido.
Puede reducirse el problema a uno más sencillo.	- Relación de lo dado con lo buscado a partir de los datos que se tienen
Explica cómo relacionar lo que se tiene con lo que se busca.	- Aplicación de una estrategia de razonamiento de acuerdo al tipo de problema.
¿Qué pasos seguir entonces para resolverlo? Describe los pasos a seguir para obtener la solución a partir de lo conocido.	

Procedimientos metodológicos para la evaluación de la solución.

Impulsos del profesor	Procedimientos metodológicos
¿Cómo comprobar la solución hallada según el tipo de problema?	- Identificación de la vía de comprobación de la solución según el tipo de problema.
Satisface el resultado lo que se busca en el problema.	- Verificación de la validez de la solución del problema según la vía escogida.
¿Por qué lo realizó así? ¿Qué procedimientos se emplearon para llegar a la solución?	- Argumentación de los conocimientos aplicados en obtener la solución por esa vía.
No encontró otra vía para llegar al resultado. ¿Por qué? Intente buscar otras vías de solución.	- Valoración de obtener la misma solución por otras vías (más racional)
¿Has empleado esta vía de resolución para obtener otro resultado?	- Determinación de cuál otro resultado, puede obtenerse por esta vía
¿Es única la solución?, ¿Existen otras?, ¿No hay solución?	- Consideraciones sobre la unicidad de la solución, no hay o tiene varias.
Reflexiona si puede emplearse el resultado o el método para resolver algún otro problema.	- Verificación si puede emplearse el resultado o el método para resolver algún otro problema.
Expresa qué le aporta la resolución de este	- Aportación de la resolución de este problema a la estrategia general de



problema a la estrategia general de resolución de problemas.

Ejemplo 2. Una partícula se mueve en línea recta de modo que su posición está dada por la expresión  $X = 6t^2 + 4t + 8$  (m). Determine la velocidad de la partícula y la aceleración 3 segundos después de iniciado el movimiento.

El estudiante tiene en su poder la tarjeta de trabajo la cual tiene los procedimientos y se debe propiciar el trabajo con ella durante las primeras clases dedicada a esta actividad, además en estas clases el profesor puede resolver problemas en elaboración conjunta con los estudiantes evidenciando el empleo de los procedimientos.

Se expresan los impulsos (preguntas, indicaciones y sugerencias) del profesor para estimular la implementación por los estudiantes de los procedimientos metodológicos. Aparecen sugerencias de impulsos del profesor (P), ideas que deben expresar los estudiantes (A) y el procedimiento metodológico que se implementa (PM).

(P) ¿De qué trata el problema? (¿Qué tipo de problema es? ¿Es cualitativo, cuantitativo, gráfico, experimental o abierto?)

(A) Nos están pidiendo calcular una cantidad (un número) y para ello tenemos que operar con la función  $x = x(t)$ , que nos dan en el problema, luego se está en presencia de un problema **cuantitativo**

**(PM) Identificación del tipo de problema a resolver.**

(P) ¿Con qué contenido físico de los estudiados se relaciona? (¿Es de mecánica? ¿Es de cantidad de calor?)

(A) Este es un problema que se relaciona con el movimiento mecánico en línea recta.

**(PM) Identificación de la parte de la física con que se corresponde.**

El profesor aclara, después que se identifica el problema a resolver, es necesario **comprender** lo que plantea el mismo.

(P) ¿Qué dice el problema? ¿Existe palabra, frase o parte de la representación del problema que no comprendas?

(A) Después de leer analíticamente el problema no encontramos palabras que no se entienda su significado, piden calcular la velocidad y la aceleración.

**(PM) Lectura analítica del problema.**

(P) ¿Qué palabras son clave? ¿Qué significado poseen?

(A) En el texto del problema se plantea 3 segundos después de iniciado el movimiento, esto significa que se refieren a la velocidad y aceleración instantánea.

(PM) **Reconocimiento de palabras - claves.**

(P) ¿Cuál es el fenómeno (o concepto) que se analiza?

(A) La posición de la partícula está dada por la función  $x = x(t)$ , luego para obtener la velocidad y la aceleración instantánea, se tiene que derivar, estamos en presencia del problema directo de la cinemática.

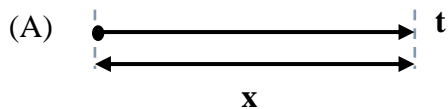
(PM) **Interpretación del significado físico de lo que dice el problema.**

(P) ¿Puedo expresar con mis palabras lo que plantea el problema?

(A) Expresamos para sí, con palabras en silencio lo que dice el problema.

(PM) **Descripción verbal del problema.**

(P) ¿Cómo expresar la situación que describe el problema con más claridad?



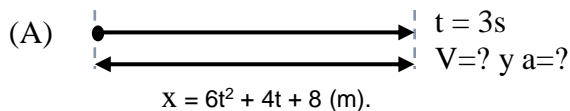
(PM) **Realización de gráficos, esquemas o bocetos que representen lo planteado en el problema, señalando en él los elementos necesarios.**

(P) ¿Cuál puede ser el interés de la solución?

(A) Determinar la **velocidad** y la **aceleración** para un instante de tiempo.

(PM) **Precisión de la problemática abordada.**

(P) ¿Puedo acotar y definir con precisión el problema?



(PM) **Realización de un estudio cualitativo del problema.**

(P) ¿Has resuelto algún problema similar?

(A) No he resuelto problemas similares

(PM) **Establecimiento de analogías con algún otro problema ya resuelto por usted.**

(P) ¿Puedo reducirlo a un problema conocido?

(A) Por ser un problema sencillo no puedo reducirlo.

(PM) **Reducción a otro problema ya conocido.**

(P) ¿Con los datos que poseo puedo determinar lo buscado?, ¿Qué conocimientos debo aplicar para determinar la velocidad y la aceleración instantánea de la partícula?, ¿Puedo auxiliarme de alguna tabla?

(A) Con lo que tengo puedo resolver el problema derivando la función  $x_t = 6x^2 + 4t + 8$

(PM) **Relación de lo dado con lo buscado a partir de los datos que se tienen.**

(P) Indica que se aplique una estrategia de razonamiento de acuerdo al tipo de problema.

(A)

$$V = \frac{dx}{dt} = \frac{d(6t^2+4t+8)}{dt} = 12t + 4 \text{ m/s} \text{ Para } t = 3\text{s se tiene que } V = 40 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d(12t + 4)}{dt} = 12 \text{ m/s}^2$$

(P) ¿El resultado obtenido es posible?, ¿Es lógico en las condiciones del problema?

(A) Los valores obtenidos de la velocidad y la aceleración son lógicos a las condiciones del problema y de la práctica.

(PM) **Análisis de la lógica del resultado obtenido.**

(P) Realice la comprobación para verificar del resultado obtenido.

(A) Además de ser lógico el resultado verificar si satisface todas las exigencias del problema, según las relaciones que se establecen en el texto, puede apoyarse en gráficos y en la definición de derivada de una función en un punto.

(PM) **Comprobación del resultado** por otra vía de solución, si es posible.

(P) Describe cómo procedió para comprender el problema, buscar la solución y comprobar la solución. ¿Qué resultó más difícil en el proceso de resolución?, ¿Por qué?, ¿Cómo

resolviste las dificultades presentadas? Debe irse enfatizando en los procedimientos metodológicos empleados en cada momento.

(A) Expresan los procedimientos utilizados en cada fase. Se deben ir completando con la participación de varios estudiantes.

**(PM) Reflexiona sobre los pasos ejecutados al implementar el método.**

(P) Reflexiona si puede emplearse el resultado o el método para resolver algún otro problema posteriormente.

(A) Analiza y reflexiona sobre las formas de trabajo y razonamiento utilizados y cómo se puede emplear en problemas en que se den condiciones similares.

**(PM) Valorar posibilidades de emplear estos métodos en problemas posteriores.**

Su puesta en práctica solicita al profesor meditar en cada unidad de estudio, cómo estructurarla, elegir el contenido de enseñanza necesario; establecer las habilidades a desarrollar, decidir los problemas a resolver, de manera que se potencie el desarrollo de las formas de pensamiento fundamentales de la ciencia.

La escuela al preparar al hombre para la vida, desempeña un papel primordial en su formación para convertirlos en creativos, capaces de transformar con su actividad la realidad objetiva en que viven y su propia personalidad, por eso la educación que recibe debe llevarlo a querer saber por qué hace algo, cómo lo hace, para qué hace algo y para quien lo hace.

Conclusiones

Desde la Escuela Histórico Cultural la enseñanza de los procedimientos para la resolución de los problemas es una necesidad, ya que esta actividad, el estudiante la realiza no solo en la escuela, sino que todos vivimos resolviendo problemas, desde los más cotidianos de la vida diaria, hasta los más complejos en el desempeño profesional.

Si bien la realización de impulsos por parte del profesor juega un papel mediador importante en el proceso de enseñanza aprendizaje durante la resolución de los problemas, lo que se pretende es que en la escuela se enseñe a resolver problemas y no solo se resuelvan problemas, para ello el profesor debe enseñar procedimientos generalizados, válidos para cualquier tipo de problemas, así le conferimos al estudiante mayor protagonismo en su propio proceso de aprendizaje mediante la indagación y la utilización de múltiples recursos existentes, le corresponde a la Didáctica de la Matemática y la Física enfrentar este desafío en la formación de profesores, de conjunto con las disciplinas propia de las especialidades.

La estructura del proceso de la resolución de un problema depende en primer término del carácter del problema mismo y, por supuesto, de cuáles sean los conocimientos y habilidades que posee quienes resuelven el problema. Las fronteras de las fases mencionadas son movibles, se entrelazan. No todas son obligatorias, está en dependencia de las exigencias del problema y de la preparación de los estudiantes para enfrentar su resolución.

Durante la enseñanza - aprendizaje de los procedimientos metodológicos para la resolución de problemas, el profesor al resolver un problema en conjunto con los estudiantes se puede apoyar en la tarjeta de trabajo, la cual constituye una base orientadora en el aprendizaje de los procedimientos, también se puede demostrarles a los estudiantes la utilización de los procedimientos al resolver un problema en elaboración conjunta con ellos.

#### Referencias bibliográficas

ALMEIDA CARAZO, B. Comprender antes de resolver. Revista científico pedagógica *Atenas*. julio-septiembre. Vol 3 (39). pág. 48 - 63. <http://atenas.mes.edu.cu>. [En línea] 2017.

ÁLVAREZ, PÉREZ M et al. *El proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática. Documentos metodológicos*. La Habana, Pueblo y Educación, 2014.

BALLESTER PEDROZO, S et al. *Metodología de la Enseñanza de la Matemática. Tomo I*. La Habana, Pueblo y Educación, 1992.

BUGAEV, A. I. *Metodología de la enseñanza de la Física en la escuela media*. La Habana : Pueblo y Educación, 1989.

DANILOV, M. *Didáctica de la Escuela Media*. La Habana : Pueblo y Educación, 1978.

ESPINOSA GONZÁLEZ, J. La resolución y planteamiento de problemas como estrategia metodológica en clases de Matemática. Revista Científico Pedagógica *Atenas*. Vol 3 (39), págs. 64 -79. <http://atenas.mes.edu.cu>. [En línea] julio -septiembre de 2017.

FRIDMAN, L. *Metodología para resolver problemas en Matemática*. México : Grupo Editorial Iberoamérica, 2001.

MELLADO JIMÉNEZ, V et al. Las emociones en la enseñanza de las ciencias. *Enseñanza de las Ciencias*, Vol 32 (3), págs. 11-36. <http://dx.doi.org/10.5565/rev/ensciencias.1478>. [En línea] 2014.

ORTIZ CARMONA, M et al. *Programa de Física Décimo Grado. Perfeccionamiento de planes y programas*. La Habana, Cuba : s.n., 2016.

PÉREZ PONCE DE LEÓN, N. La resolución de problemas: un estudio cualitativo de cómo los estudiantes lo hacen. [aut. libro] N. Pérez, y otros. *Temas seleccionados de la Didáctica de la Física*. La Habana : Pueblo y Educación, 2012, págs. 152-160.

PINO BATISTA, M. G. *Procedimientos metodológicos para la comprensión de los problemas Físicos-docentes y la planificación de su resolución en la escuela Secundaria Básica*. La Habana. : Tesis presentada en opción al grado científico de doctor en Ciencias Pedagógicas. La Habana 2005.

PINO BATISTA, M. G et al. *Enseñar procedimientos para resolver problemas de Matemática y Física: reto de la didáctica en la formación de profesores*. En: Evento Internacional MATECOMPU 2017. Varadero, Matanzas, Cuba : Universidad de Matanzas, 14 al 18 de Noviembre de 2017.

PINO BATISTA, M et al. El diseño curricular del curso optativo: la enseñanza de la resolución de los problemas. *Revista Científico Pedagógica Atenas*. Vol 3 (39), págs 80 - 95. <http://atenas.mes.edu.cu>. [En línea] 2017.

POZO MUNICIO, J. *La resolución de problemas*. Madrid : Santillana, 1994.

RAMOS, L et al. Instrucción en el uso de esquemas para la resolución de problemas aditivos a estudiantes con necesidades educativas especiales. *Enseñanza de las Ciencias*. Vol. 34 (1), págs 173 - 192. 2016.

REBOLLAR MOROTO, A et al. La enseñanza basada en problemas y ejercicios: una concepción didáctica para estimular la gestión aprendizaje del docente y del alumno. *Revista Científico Pedagógica Atenas*. Vol 2 (26), págs 23 - 37. <http://atenas.mes.edu.cu>. [En línea] 2014.

RIVERO PÉREZ, H. *El tratamiento didáctico integral de las tareas teóricas de Física para los profesores de la escuela media en funciones*. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. ISP Félix Varela, 2002.

RIZO CABRERA, C. y al, et. *Didáctica de la resolución de problemas en Matemática*. La Habana : IPLAC, 2002.

TALÍZINA, N. *Conferencias sobre Didáctica de la Educación Superior*. Habana : Universidad de la Habana, 1992.

TALÍZINA, N. *Psicología de la enseñanza*. Moscú : Progreso, 1988.



## ANEXO 1,

### Tarjeta de trabajo.

Alumno, se te sugieren procedimientos metodológicos para la resolución de los problemas. Se recuerda que no es obligatorio utilizarlos todos y los que emplees no se tienen que ejecutar en ese orden.

- **Lectura analítica del problema.** ¿Qué dice el problema? ¿Existe palabra, frase o parte de la representación del problema que no entiendo?
- **Identificación del tipo de problema a resolver.** ¿Qué tipo de problema es? ¿Es cualitativo, cuantitativo, gráfico, experimental o abierto?
- **Identificación de la parte de la física con que se corresponde.** ¿Es un problema de mecánica? ¿De cantidad de calor? ¿De Termodinámica? ¿De Electricidad? ¿De Óptica? ¿De Ondas?
- **Reconocimiento de palabras - claves.** ¿Qué palabras son clave? ¿Qué significado poseen?
- **Interpretación del significado físico de lo que dice el problema.** ¿Cuál es el fenómeno que se analiza? ¿Cuál es el concepto que se analiza?
- **Descripción verbal del problema.** ¿Puedo expresar con mis palabras lo que plantea el problema?
- **Realización de gráficos, esquemas o bocetos que representen lo planteado en el problema, señalando en él los elementos necesarios.** ¿Cómo expresar la situación que describe el problema con más claridad?
- **Precisión de la problemática abordada.** ¿Cuál puede ser el interés de la solución?
- **Realización de un estudio cualitativo del problema.** ¿Puedo acotar y definir con precisión el problema?
- **Selección de las condiciones y exigencias.** ¿Cuál es la incógnita? ¿De qué parto (qué se conoce)? ¿Cuál es la exigencia del problema?
- **Establecimiento de analogías con algún otro problema ya resuelto por usted.** ¿He resuelto algún problema similar?
- **Reducción a otro problema ya conocido.** ¿Puedo reducirlo a un problema conocido?
- **Relación de lo dado con lo buscado a partir de los datos que se tienen.** ¿Con los datos que poseo puedo determinar lo buscado? ¿Puedo auxiliarme de alguna tabla?
- **Aplicación de una estrategia de razonamiento de acuerdo al tipo de problema.**
  - ⇒ **Cualitativo.** ¿Qué fenómeno se estudia?, ¿Cuál es el concepto estudiado? ¿Qué ley le da respuesta?
  - ⇒ **Cuantitativo.** ¿Existe relación entre las magnitudes que se expresan en el problema? ¿Qué falta todavía? ¿Cómo determinar lo que falta? ¿Qué vía de solución aplicar? ¿Qué método usar para obtener lo buscado?
  - ⇒ **Gráfico.** ¿Cuáles son las magnitudes que se relacionan en el gráfico? ¿Qué información brinda la gráfica? ¿La forma de la curva sugiere alguna información? ¿Qué magnitudes puedo obtener de la gráfica?
  - ⇒ **Experimental.** ¿De qué instrumentos de medición dispongo o solicito al profesor acorde al modelo y a la ecuación solución? ¿Qué magnitudes físicas puedo determinar con ellos? ¿Puedo determinar experimentalmente la magnitud que me falta para resolver la exigencia del problema, por una vía directa o indirectamente? ¿Cómo proceder? ¿Cuál es la escala del instrumento? ¿Qué valor tiene la menor división de la escala del instrumento, la apreciación del mismo, que me da el error absoluto de la medición? ¿Cuál es el valor de la magnitud con su error? ¿Cuáles son las posibles fuentes de incertidumbre en el resultado obtenido?
  - ⇒ **Abiertos.** ¿Puedo expresar en un esquema la situación planteada en el problema? ¿Qué hipótesis puedo emitir? ¿De qué factores puede depender la magnitud buscada? Elaborar y aplicar posibles estrategias de resolución.
- **Sustitución en la ecuación solución del valor de las magnitudes y sus unidades expresándolas en el SI.** ¿Es necesario realizar alguna conversión de las unidades?
- **Realización de los cálculos correspondientes.** ¿Qué operaciones de cálculo debo hacer?
- **Análisis de la lógica del resultado obtenido.** ¿El resultado obtenido es posible?
- **Comprobación del resultado por otra vía de solución, si es posible.**