

# MÉTODOS DE ANÁLISIS A EMPLEAR EN EL DISEÑO DE COLUMNAS SOMETIDAS A FLEXOCOMPRESIÓN BIAxIAL.

Ing. Annarelys Salas Navarro<sup>1</sup>, Ing. Raydel Alejandro Batista Cairo<sup>2</sup>, MSc. Ing. Alejandro Hernández Hernández<sup>1</sup>

1. Universidad de Matanzas, [annarelys.salas@umcc.cu](mailto:annarelys.salas@umcc.cu)

2. ARCOS

## Resumen

La flexocompresión biaxial es un estado tenso-deformacional que presentan las columnas sometidas a carga axial y flexión en ambos ejes. Su estudio exige análisis iterativos complejos debido a que intervienen una amplia cantidad de variables de cálculo. Este problema durante muchos años se ha eludido ya que eran predominantes los análisis planos de las estructuras en pos de agilizar el trabajo. Diferentes investigadores se han destinado al tema planteando diferentes métodos de análisis a emplear en el diseño de columnas sometidas a flexocompresión biaxial. El objetivo es designar una variante racional para el diseño y revisión de columnas cortas rectangulares. Luego de investigar se dedujo que, para un diseño ideal, se debe combinar particularidades de varios métodos como son la precisión de los numéricos y la facilidad de comprobación de datos que ofrecen los gráficos ya que se puede calcular las solicitaciones máximas resistente para cada sección y graficarlas.

**Palabras claves:** Flexocompresión biaxial; diagramas de interacción; diseño y revisión.

---

## Introducción

Las columnas son elementos estructurales, generalmente verticales, que soportan fuerzas de compresión y flexión, encargándose de transmitir estas cargas de una edificación hacia la superficie de apoyo, utilizando a las cimentaciones como estructuras intermedias de soporte. (Tamay, 2013). Las columnas de hormigón armado trabajan a esfuerzos de carga axial, sin embargo, al mismo tiempo se presentan momentos flectores en una o dos direcciones ortogonales, dando lugar a la flexocompresión (FC) y también puede estar originado por la hiperestaticidad de una estructura, debido a que la carga no se encuentra en el eje centroidal del elemento y al efecto que producen las cargas laterales. (Gago, 2018)

La Flexocompresión se puede presentar en dos diferentes casos, si la flexión combinada se presenta en un solo eje se le llamará Flexocompresión Uniaxial (FCU) y cuando ocurra en los dos ejes le corresponderá la Flexocompresión Biaxial (FCB). Existen situaciones, de ninguna manera excepcionales, en las cuales la compresión axial está acompañada por flexión simultánea con respecto a los dos ejes principales de la sección. (Pérez, 2016).

Según Pérez (2016) este estado se presenta en los siguientes casos:

- En aquellas secciones que, por su forma, no presenten un plano de simetría, como las secciones “T” de lados desiguales.
- En aquellas secciones que, siendo simétricas en cuanto a la forma, están armadas asimétricamente respecto a su plano de simetría.
- En aquellas secciones que, siendo simétricas por su forma y armaduras, están sometidas a una sollicitación que no está contenida en el plano de simetría, c). Este último caso es el más frecuente y será el objeto de estudio fundamental del presente trabajo.

Durante muchos años esta problemática se ha evitado debido a que en muchas ocasiones los análisis estructurales terminaban simplificándose a análisis planos y, por otra parte, los cálculos de la flexocompresión biaxial son complejos debido a que el conjunto de variables que incluye el análisis y diseño de elementos transforma el trabajo del ingeniero en un proceso extenso y con características iterativas demasiado complejas para ser realizado de forma manual.

Se han planteado diferentes métodos de análisis a emplear en el diseño de columnas sometidas a flexocompresión biaxial como son los analíticos y los gráficos, varios investigadores e instituciones que se han destinado a este tema. El objetivo de esta investigación es designar una variante racional para el diseño y revisión de columnas cortas rectangulares.

## Desarrollo

### Generalidades sobre la Flexocompresión biaxial.

La FCB se presenta en secciones que, siendo simétricas por su forma y armaduras, están sometidas a una sollicitación que no está contenida en el plano de simetría debido a las siguientes variantes:

#### 1. Acción de la carga axial con excentricidades físicas.

- La existencia de ménsulas o de cargas desplazadas en los apoyos.
- Posibles inexactitudes en la construcción.

#### 2. Acción de la carga axial y el momento flector provocados por el mismo efecto o por efectos diferentes.

- La mayoría de las columnas, pues, aunque formen parte de pórticos planos, la acción del viento o del sismo puede producir flexiones secundarias, que con frecuencia se desprecian, lo mismo que las que resultarían de una consideración rigurosa del pandeo, con las consiguientes excentricidades situadas fuera del plano principal de flexión. Un caso específico sería las columnas de los puentes las cuales usualmente están sometidas a esfuerzos transversales y longitudinales. (Montoya, 2000)
- Algunas estructuras, que pueden estar sometidas a cargas laterales (viento, empuje de tierras en muros y cimientos, empuje de agua en depósitos y empuje del material almacenado en silos) (Nilson, 2006)
- Las columnas esquineras de edificios donde las vigas principales y las secundarias llegan hasta estas columnas en las direcciones de los dos muros y transfieren sus momentos extremos a la columna en dos planos perpendiculares. Situaciones similares de carga pueden ocurrir en columnas interiores en particular si la planta de columna es irregular. (Nilson, 1999)

### Hipótesis básicas. Método de los Estados Límites.

El Método de los Estados Límites (MEL) se fundamenta en la obtención de un diseño donde las cargas y las tensiones a las que está sometido el material que se emplee en el elemento a diseñar, así como las deformaciones y desplazamientos que en ella se originan, tanto en el período de construcción como durante su vida útil, estén cerca de los límites permisibles para cada caso, sin llegar a sobrepasarlos. Se denominan Estados Límites a aquellas situaciones tales que, al ser rebasadas, colocan a la estructura fuera de servicio. Los estados límites pueden clasificarse en:

- Estados límites últimos: Estado en que se diseña para lograr la resistencia y estabilidad de la estructura, con los valores de cálculo de todas las variables que intervienen (cargas y resistencias).
- Estados límites de utilización: Estado que garantiza el servicio y utilización de la estructura, comprobándose variables como la deformación y la fisuración para los valores característicos, tanto de las cargas como de las resistencias de los materiales. Coeficientes de mayoración para las cargas. (NC 53-38-1985)

El American Concrete Institute (ACI) introduce el MEL pasado un tiempo después de que se diera a conocer, pero lo hizo bajo el nombre de diseño por resistencia, en un inicio como método alternativo dentro del reglamento. La forma en que introduce la seguridad al agotamiento se fundamenta en la siguiente base de diseño:  $Su \leq \phi Rn$

Donde:

$Su$ : Resistencia mínima requerida evaluada a partir de los factores de carga que deben emplearse.

$Rn$ : Resistencia nominal evaluada a partir de los valores de resistencia característica de los materiales.

$\phi$ : Factor de reducción de la resistencia.

El factor de reducción de la resistencia  $\phi$  toma en cuenta la probabilidad de que la resistencia de un elemento sea menor que la supuesta debido a las variaciones en la resistencia de los materiales, de sus dimensiones, de las imprecisiones de las ecuaciones de diseño, del grado de ductilidad y la confiabilidad requerida del elemento cargado, y la importancia que tenga el elemento dentro de la estructura. (Pérez, 2016)

La resistencia nominal de un elemento o sección transversal se determina usando las hipótesis y ecuaciones de resistencia del Método de Diseño por Resistencia, antes de aplicar cualquier factor de reducción de la resistencia. La resistencia mínima requerida o sollicitación de cálculo se determina al mayorar las cargas o sollicitaciones de servicio, aplicando los factores de carga tabulados anteriormente. Los factores de carga incrementan la magnitud de las cargas normalizadas para considerar la probable variación de sus magnitudes respecto de sus valores característicos o de servicio. Las sollicitaciones de servicio obtienen a partir de las cargas especificadas por el código de construcción correspondiente. (Santana y Caneiro, 2012)

**Métodos de análisis a emplear en el diseño de columnas sometidas a FCB.**

Los métodos de cálculo de secciones en flexo-compresión son los procedimientos a través de los cuales se puede obtener una respuesta tenso-deformacional de la sección frente a las solicitaciones de este tipo.

La comprobación de una sección de forma cualquiera, con cualquier número y distribución de armaduras, sometida a una solicitación normal ( $N, M_x, M_y$ ), o, lo que es lo mismo, a una resultante normal  $N$  actuando con excentricidades  $e_x = M_x/N$ ,  $e_y = M_y/N$ , referidas a los ejes de la sección, exige determinar la posición del eje neutro y la deformación máxima de la sección. Para ello se usan las ecuaciones de compatibilidad y equilibrio. Estas ecuaciones no pueden expresarse de forma simple en función de las incógnitas del problema, por lo que este no admite solución analítica exacta y hay que recurrir a métodos aproximados. Tales métodos, tanto si son numéricos como si son gráficos, exigen el tanteo de distintas posiciones del eje neutro, siendo el cálculo laborioso, por ello, su tratamiento mediante ordenador. (Montoya, 2000)

### **Métodos numéricos.**

Consiste en encontrar por tanteo una posición del eje neutro tal que, con ella, la carga de agotamiento  $N_u$  de la sección tenga excentricidades  $e_x, e_y$  iguales a las de la solicitación mayorada o de cálculo  $N_d$ . En la obtención de  $N_u$  se utilizan los valores minorados o de cálculo de las resistencias de los materiales. Si se verifica  $N_d \leq N_u$  la sección está en buenas condiciones de seguridad. La precisión y rapidez de estos programas es más que satisfactoria. No obstante, suelen presentar limitaciones en la disposición de la armadura lo que impide usarlos para optimizar el resultado. Así, existen programas para disposiciones prefijadas de armado. (Montoya, 2000)

### **Métodos analíticos.**

Los diversos métodos analíticos planteados a continuación surgieron ante la necesidad de simplificación de los métodos numéricos existentes para el diseño de columnas sometidas a FCB debido a la complejidad de estos y a la falta de instrumentos capaces de afrontar los requerimientos computacionales exigidos para las iteraciones de dichos métodos. Los procedimientos analíticos tienen como elemento común que todos son aproximaciones desde diversos puntos de vista del perfil de la superficie de interacción de la que se pueden calcular las resistencias a flexión biaxial, conocidas las resistencias uniaxiales. Entre estos métodos se encuentran: (Pérez, 2016)

- Método de las Cargas Recíprocas.
- Método del Contorno de las Cargas de Bresler.
- Método del Contorno de las Cargas del PCA.

## Método de las Cargas Recíprocas de Bresler.

Este método aproxima la ordenada  $1/P_n$  en la superficie  $S_2(1/P_n, ex, ey)$  mediante una ordenada correspondiente  $1/P'_n$  en el plano  $S'_2(1/P'_n, ex, ey)$ , el cual se define por los puntos característicos A, B y C como se indica en la Figura 1.1. Para cualquier sección transversal en particular, el valor  $P_0$  (correspondiente al punto C) es la resistencia a la carga bajo compresión axial pura;  $P_{0x}$  (correspondiente al punto B) y  $P_{0y}$  (correspondiente al punto A) son las resistencias a la carga bajo excentricidades uniaxiales  $ey$  y  $ex$ , respectivamente. Cada punto de la superficie verdadera se aproxima mediante un plano diferente; por lo tanto, la totalidad de la superficie se aproxima usando un número infinito de planos. (SalemAl-Ansari y MuhammadShekaibAfzal, 2019)

Según SalemAl-Ansari y MuhammadShekaibAfzal (2019), la expresión general para la resistencia a la carga axial  $P$  para cualquier valor de  $ex$  y  $ey$  es la siguiente:  
 $1/P_n \approx 1/P'_n = 1/P_{0x} + 1/P_{0y} - 1/P_0$

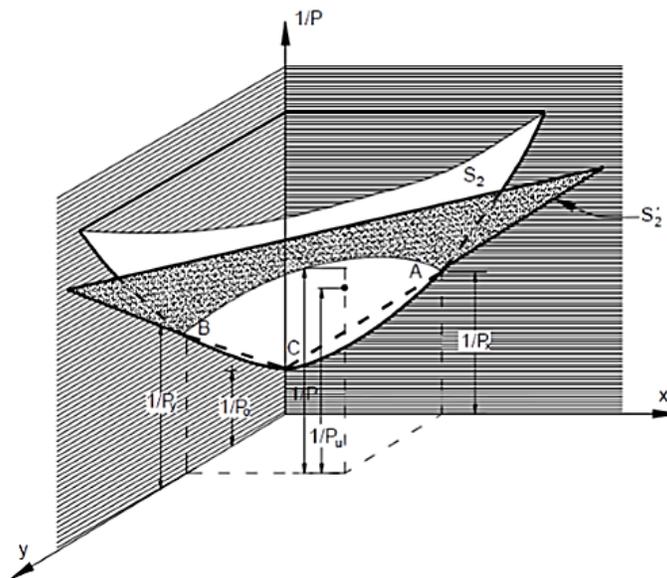


Figura 1: Método de las cargas recíprocas. (Novak, 2013)

Reordenando las variables se obtiene:  $P_n = 1 / (1/P_{0x} + 1/P_{0y} - 1/P_0)$

donde:

$P_{0x}$  = Máxima resistencia a la carga uniaxial de la columna con un momento de  $M_{nx} = P_{ney}$  (Charif, 2012)

$P_{oy}$  = Máxima resistencia a la carga uniaxial de la columna con un momento de  $M_{ny}=P_{nex}$  (Charif, 2012)

$P_0$  = Máxima resistencia a la carga axial sin momentos aplicados (Charif, 2012)

Esta ecuación tiene una forma sencilla y las variables se pueden determinar fácilmente. Las resistencias a la carga axial  $P_0$ ,  $P_{ox}$  y  $P_{oy}$  se determinan usando cualquiera de los métodos presentados anteriormente para flexión uniaxial con carga axial. Resultados experimentales han demostrado que esta ecuación será razonablemente exacta si la flexión no gobierna el diseño. (SalemAl-Ansari y MuhammadShekaibAfzal, 2019). La ecuación sólo se debe usar si:  $P_n \geq 0.1f'cA_g$

### Método del Contorno de las Cargas de Bresler.

En este método se aproxima la superficie  $S_3(P_n, M_{nx}, M_{ny})$  mediante una familia de curvas correspondientes a valores constantes de  $P_n$ . Como se ilustra en la Figura 1.2, estas curvas se pueden considerar como "contornos de las cargas."

La expresión general para estas curvas se puede aproximar por medio de una ecuación de interacción adimensional de la forma:  $(M_{nx}/M_{nox})^\alpha + (M_{ny}/M_{noy})^\beta = 1$

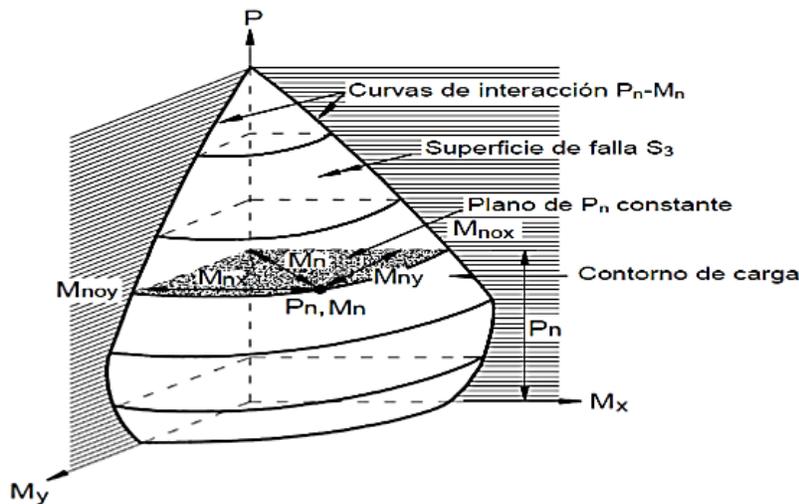


Figura.2: Contornos de las cargas de Bresler para  $P_n$  constante en la superficie de falla  $S_3$ . (McCormac, 2016)

Donde  $M_{nx}$  y  $M_{ny}$  son las resistencias nominales al momento biaxial en las direcciones de los ejes  $x$  e  $y$ , respectivamente. Observar que estos momentos son el equivalente vectorial del momento uniaxial  $M_n$ . El momento  $M_{nox}$  es la resistencia nominal al momento

uniaxial respecto del eje x, y el momento  $M_{noy}$  es la resistencia nominal al momento uniaxial respecto del eje y (Lejano, 2007).

Los valores de los exponentes  $\alpha$  y  $\beta$  son función de la cantidad, distribución y ubicación de la armadura, las dimensiones de la columna, y la resistencia y las propiedades elásticas del acero y el hormigón. Bresler indica que es razonable suponer  $\alpha=\beta$ .

Para utilizar esta aún es necesario determinar el valor  $\alpha$  para la sección transversal considerada. Bresler indicó que, típicamente,  $\alpha$  variaba entre 1,15 y 1,55 y que un valor de 1,5 era razonablemente exacto para la mayoría de las secciones cuadradas y rectangulares con armadura uniformemente distribuida.

Fijando  $\alpha$  igual a la unidad, la ecuación de interacción se vuelve lineal:  $M_{nx}M_{nox}+M_{ny}M_{noy}=1$

Siempre se obtendrán valores conservadores, ya que subestima la capacidad de la columna especialmente para el caso de cargas axiales elevadas o bajos porcentajes de armadura. Sólo se debería usar cuando  $P_n < 0.5f'_cA_g$

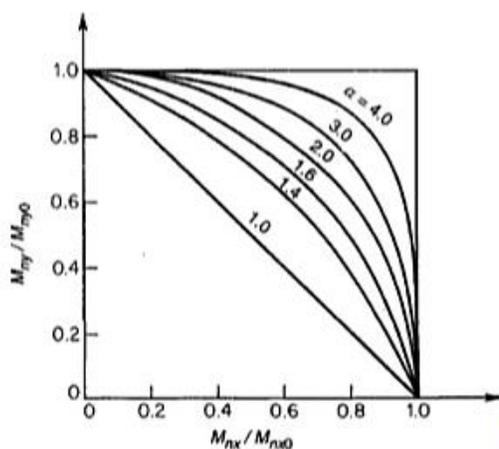


Figura 3: Curvas de interacción para el Método del Contorno de las Cargas de Bresler. (Nilson, 2006)

### Método del Contorno de las Cargas del PCA.

El enfoque de la PCA descrito a continuación fue desarrollado como una extensión o ampliación del Método del Contorno de las Cargas de Bresler. Se eligió la ecuación de interacción de Bresler como el método más viable en términos de exactitud, practicidad y potencial de simplificación. En la Figura 1.4(a) se ilustra un contorno de carga típico según Bresler para una cierta  $P_n$ . En el método de la PCA, el punto B se define de manera tal que las resistencias nominales al momento biaxial  $M_{nx}$  y  $M_{ny}$  tienen la misma relación que las

resistencias al momento uniaxial  $M_{nox}$  y  $M_{noy}$ . Si se grafica la resistencia a la flexión en términos de los parámetros adimensionales  $PnPO'$ ,  $M_{nx}M_{nox}'$ ,  $M_{ny}M_{noy}'$  (estos dos últimos llamados momentos relativos), la superficie de falla generada  $S4$  ( $PnPO'$ ,  $M_{nx}M_{nox}'$ ,  $M_{ny}M_{noy}'$ ) adopta la forma típica. La ventaja de expresar el comportamiento en términos relativos es que los contornos de la superficie – es decir, la intersección formada por los planos de  $PnPO'$  constante y la superficie – para los propósitos del diseño se pueden considerar simétricos respecto del plano vertical que bisecta los dos planos coordenados. Aún para las secciones que son rectangulares o en las cuales la armadura no está uniformemente distribuida, esta aproximación permite obtener valores con precisión suficiente para el diseño. (Montoya, 2000)

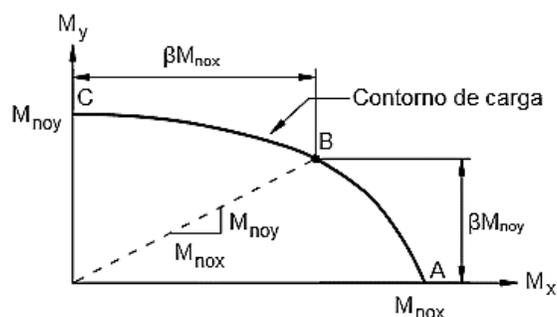


Figura 4 (a): contorno de cargas de la superficie de falla  $S3$  sobre un plano de  $Pn$ . (Montoya, 2000)

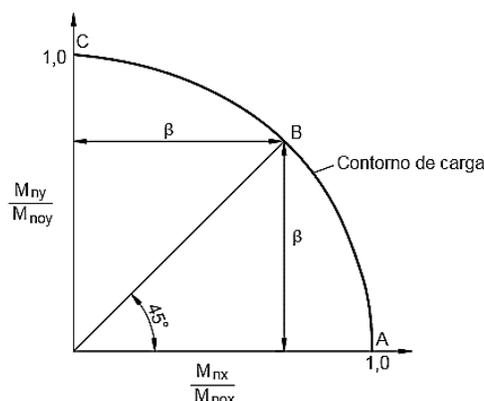


Figura 4 (b): Contorno de cargas adimensional para  $Pn$  constante. (Montoya, 2000)

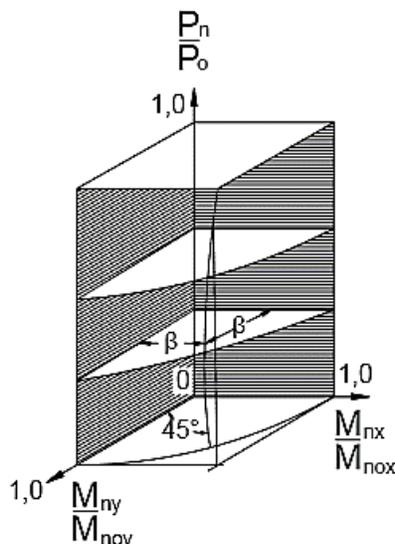


Figura 4 (c): Superficie de falla S4. (Montoya, 2000)

El proceso de cálculo, comprobación de la resistencia para las cargas y momentos de cálculo ( $P_u$ ,  $M_{ux}$  y  $M_{uy}$ ), consistirá entonces en:

1. Establecer la sección de la columna.
2. Calcular los valores de  $P_o$ ,  $M_{nox}$ ,  $M_{noy}$  y  $\beta$ . Obtenidos considerando flexo-compresión recta.
3. Comprobar para la combinación de cargas actuante.

En la aplicación de este procedimiento uno de los aspectos más complicados está en la estimación del coeficiente de seguridad  $\phi$ , que permita establecer las relaciones:

$$P_u = \phi P_n \quad M_{ux} = \phi M_{ux} \quad M_{uy} = \phi M_{uy}$$

### Crítica a los métodos analíticos.

Existe una serie de métodos simplificados que permiten el trabajo manual como los que se han caracterizado anteriormente con los cuales se puede realizar el diseño y revisión de columnas sometidas a cargas de FCB. A pesar de que las metodologías expuestas en estos son sencillas, presentan limitaciones importantes que pueden afectar la seguridad del diseño estructural como las que se presentan a continuación:

- Con el método de contorno de carga, la selección del valor apropiado para el exponente  $\alpha$  se hace difícil por varios factores relacionados con la forma de la columna y con la distribución de las barras. En muchos casos la premisa usual

$\alpha_1 = \alpha_2$  es una aproximación bastante pobre. Hay ayudas de diseño disponibles, pero estas introducen mayores aproximaciones, como la utilización de una representación bilineal para el contorno de la carga como hemos explicado anteriormente. El método de la carga inversa es muy sencillo de utilizar, pero la representación de la superficie de falla curva mediante una aproximación plana no es confiable en el intervalo de las excentricidades grandes, donde la falla se inicia por fluencia del acero.

- En todas las metodologías de carácter analítico mencionadas anteriormente existe un conflicto con la consideración del coeficiente  $\phi$  ya que para que las ecuaciones planteadas en los tres métodos sean factibles dependen de que  $\phi$  sea constante. Esta suposición antagoniza con otras investigaciones realizadas por el ACI en las cuales ha quedado probado irrefutablemente que dicho coeficiente varía con la deformación del acero más traccionado, por lo que para cargas menores que la balanceada no se podrán emplear estos métodos analíticos. (Santana, et. al, 2016)
- Con la amplia disponibilidad de computadoras personales es posible el empleo de metodologías más complejas y laboriosas que usualmente ofrecen resultados más precisos y dotan al ingeniero de los instrumentos necesarios para conformar diseños confiables y económicos. (Santana, et. al, 2016)

### **Métodos gráficos.**

Los métodos gráficos no son más que la materialización en forma de curvas equirresistentes, ábacos, diagramas de interacción o similares de los resultados de métodos numéricos utilizados de forma sistemática. Tienen la ventaja de que facilitan al proyectista su uso, sin necesidad de disponer de los programas informáticos que los generan, aunque padecen de la limitación propia de que solo pueden utilizarse para secciones con las características de geometría y distribución de armaduras para las que fueron creados. (Gago, 2018)

Entre algunos de estos métodos se destacan los siguientes:

- Ábacos adimensionales en roseta.
- Ábacos de interacción (previa reducción a flexión recta)
- Método de superposición.
- Diagramas de Interacción y Superficies de Contorno.

### **Ábacos adimensionales en roseta.**

Son el equivalente, en flexión esviada, a los diagramas de interacción adimensionales en flexión recta. Del mismo modo que allí, al variar la cuantía, se obtenía para cada sección un conjunto de diagramas de interacción ( $N, M$ ), aquí se obtiene un conjunto de superficies de interacción ( $N, M_x; M_y$ ). Estas superficies pueden representarse mediante las curvas que resultan al cortarlas por planos  $N=cte$ . Generalmente se agrupan 4 u 8 de estos gráficos, aprovechando las simetrías. Si además se preparan en forma adimensional, llevando en los ejes los esfuerzos reducidos ( $\nu, \mu_x, \mu_y$ ) son válidos para una sección rectangular, cualesquiera que sean sus dimensiones y la resistencia del hormigón.

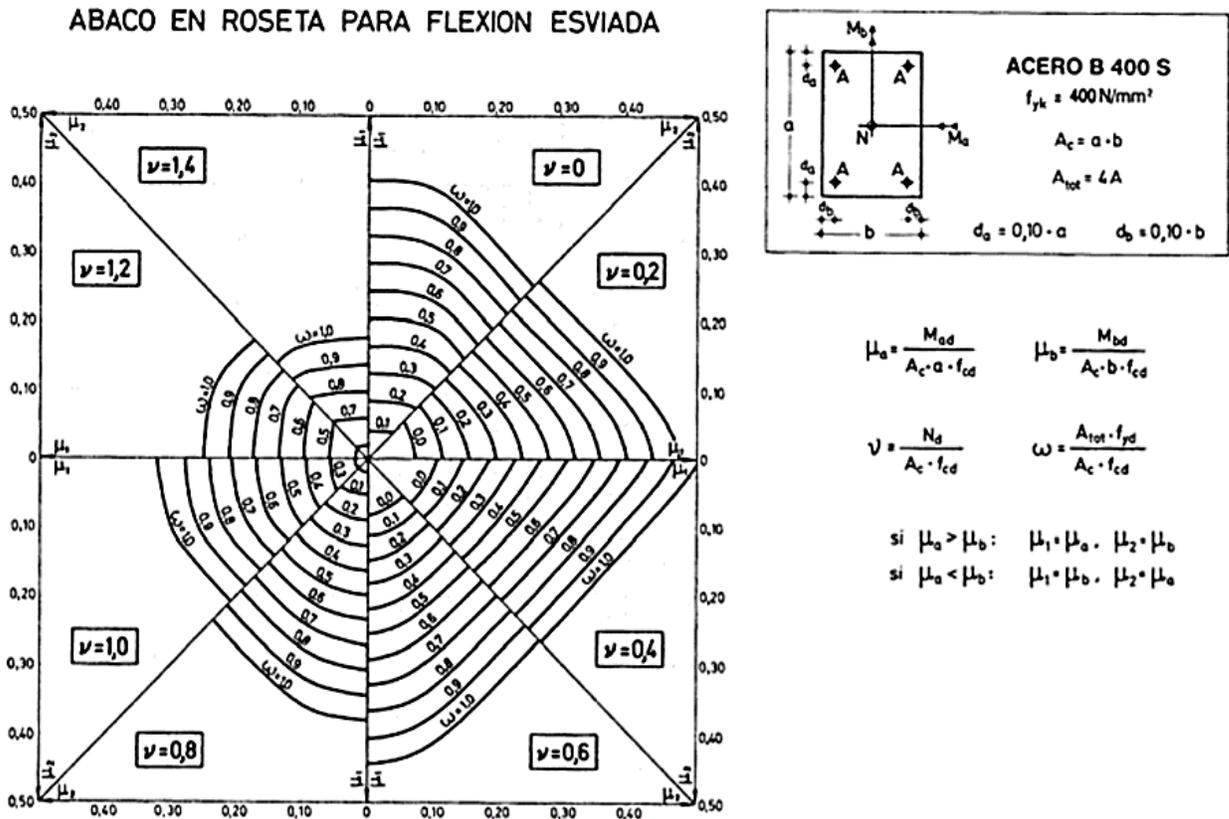


Figura 5: Ábaco adimensional en roseta. (Md. Alvee Islam Navid y Mahbulul Islam 2016)

### Ábacos de interacción (previa reducción a flexión recta).

En la mayoría de los casos las armaduras se disponen no sólo simétricamente, sino además con el mismo número de barras en cada cara. Resulta útil en estos casos el empleo de la fórmula simplificada de Jiménez Montoya, reduciendo el problema de flexión esviada a otro equivalente de flexión recta. Este procedimiento se realiza reduciendo primeramente a los momentos en ambas direcciones a un estado adimensional tal y como se desarrolla en el

caso de los ábacos adimensionales roseta y posteriormente llevándolo a la flexión recta mediante una ecuación que incluye un coeficiente  $\beta$  que está en función del axial reducido  $v=Nd*Uc$ , el cual se encuentra tabulado, y afecta al menor de los momentos ( $\mu=\mu_1+\beta\mu_2$ ). Existen también otros métodos similares a este que varían en cuanto a la forma de obtención del coeficiente  $\beta$  los cuales reducen las dimensiones de los errores medios en los resultados obtenidos hasta un 1%. (Montoya, 2000)

### **Método de superposición.**

Consiste en considerar por separado dos solicitaciones de flexión recta, la  $(N, Mx)$  y la  $(N, My)$ , sumando luego las armaduras resultantes. El empleo de este método es desaconsejable, ya que, aparte de carecer de fundamento teórico, puede conducir a errores importantes del lado de la inseguridad. (Gago, 2018)

### **Diagramas de Interacción y Superficies de Contorno.**

Los Diagramas de Interacción son ábacos que relacionan los pares de esfuerzos (axial y momento) que agotan la sección, para una geometría, cuantía, y disposición de armaduras conocidas. Si como es común en el estudio del comportamiento de secciones de hormigón armado se construyen curvas de  $M$  vs  $\phi$  para diversas combinaciones de  $M$  y  $P$  sería necesario construir una curva para cada valor de axial en las combinaciones analizadas. De ahí que no sea factible realizar este procedimiento para un análisis del comportamiento de las columnas. Las mismas consecuencias traerá si se realizan curvas de  $P$  vs  $\Delta$  o  $P$  vs  $\epsilon c$  donde se deberá realizar una curva para cada excentricidad  $\epsilon_0$ . Debido a lo anteriormente expuesto para el análisis de comportamiento de columnas que están sometidas a un conjunto de combinaciones se emplean los denominados Diagramas de Interacción (DI). En estos se reflejan las diversas etapas que atraviesan las secciones: fisuración, fluencias y agotamiento. Donde sí las combinaciones reales están dentro de cada diagrama, no se provoca un estado que sobrepase lo establecido y la sección resulta apropiada. En las siguientes figuras se ilustran diagramas de interacción para secciones con refuerzo simétrico (Mustafa Mahamid, 2018)

En el caso de refuerzo diferente en las caras opuestas el diagrama no será simétrico y la carga axial máxima no estará en  $M=0$ , sino desplazado para una excentricidad conocida como excentricidad del Baricentro Plástico. (Santana y Caneiro, 2012)

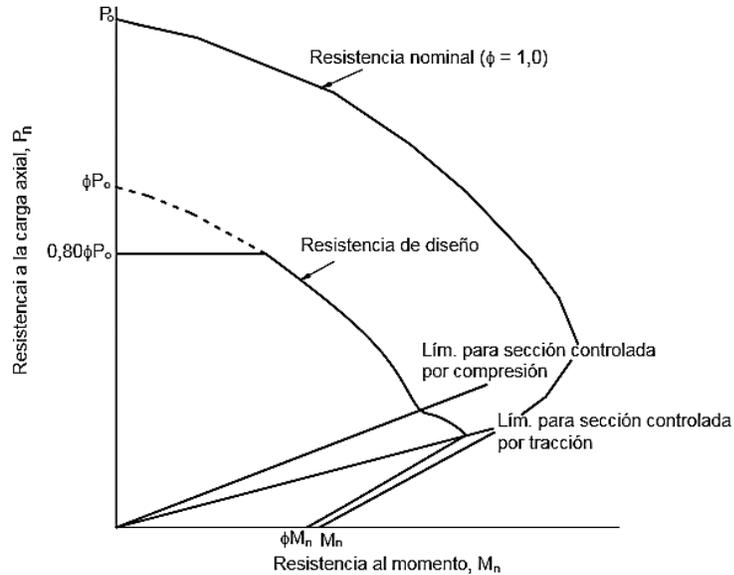
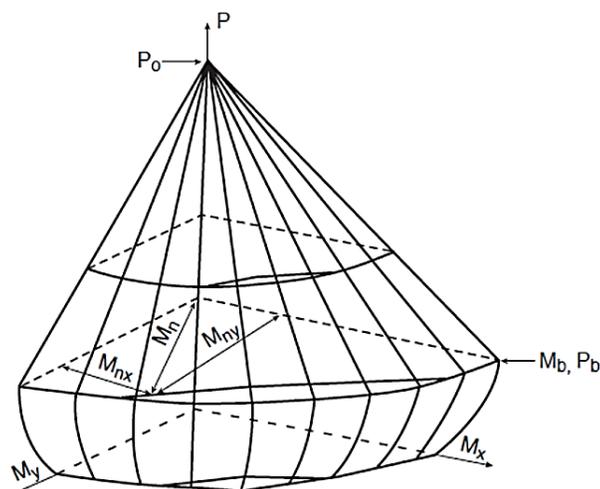


Figura.6: Diagrama de interacción con refuerzo simétrico. (Novak, 2013)

Como se puede ver en la figura se puede generar un "diagrama de interacción de las resistencias" graficando la resistencia a la carga axial de diseño  $\phi P_n$  en función de la correspondiente resistencia al momento de diseño  $\phi M_n$ ; este diagrama define la resistencia "utilizable" de una sección para diferentes excentricidades de la carga. En la Figura 1.9 se ilustra un típico diagrama de interacción de las resistencias a la carga axial y al momento de diseño, que muestra los diferentes segmentos de la curva de resistencia que se permiten para el diseño. El segmento "plano" de la curva de resistencia de diseño define la resistencia a la carga axial de diseño limitante  $P_n(max)$ . A medida que disminuye la resistencia a la carga axial de diseño  $\phi P_n$ , se produce una transición entre el límite correspondiente a secciones controladas por compresión y el límite correspondiente a secciones controladas por tracción. Lo anteriormente expuesto correspondería a la flexo-compresión recta (FCR) como caso particular de la FCB. El DI obtenido para la FCB deberá ser tridimensional ya que esta combinación de carga incluye momento no en una dirección como es el caso de la FCR sino en dos. El diagrama obtenido para el este caso recoge todas las combinaciones de carga y momentos flectores en ambos ejes que limitan la resistencia de la sección. También existe otra forma de plantearse las zonas de resistencia de la sección que son las Superficies de Contorno que se obtienen fijando una carga axial sobre el diagrama tridimensional por lo que estarán en función de los momentos en ambas direcciones. (Novak, 2013)



*Figura 7: Diagrama de interacción tridimensional para columnas sometidas a flexocompresión biaxial. (Mustafa Mahamid, 2018)*

Estos diagramas toman en consideración específicamente los efectos de la flexocompresión, no se considera los efectos de la fluencia lenta y el pandeo. El empleo de los diagramas resulta de utilidad para el dimensionamiento de columnas de hormigón armado u otros elementos estructurales, utilizados tanto en el ámbito académico como profesional. Para el efecto se elige una de las secciones más frecuentes utilizadas en el campo profesional, las secciones rectangulares con armadura simétrica, aunque las mismas bases de diseño sirven para la resolución de otros casos de forma de sección o de disposición de la armadura. (Mustafa Mahamid, 2018)

### **Crítica a los métodos gráficos.**

En este tópico se han tratado una serie de métodos gráficos los cuales presentan la ventaja de ser muy simples una vez que se cuenta con los ábacos correspondientes a cada uno. Esta fortaleza se convierte en una debilidad cuando se analiza que la mayoría de estos ábacos se confeccionan bajo condiciones estándares de disposiciones de armaduras, recubrimientos relativos, límite elástico del acero, número y diámetro de las barras, dimensiones de la sección de hormigón, etc. Como se puede apreciar, estos métodos a pesar de su simplicidad dificultan la labor proyectista a la hora del diseño ya que no le permiten alterar fácilmente las características de las secciones con el propósito de obtener diseños más económicos y eficientes ya que para ello se debe contar con un número considerable de ábacos a su disposición, además de convertirse en un trabajo engorroso debido al número de materiales que se deben emplear simultáneamente. Estas dificultades desaparecen en el caso de los diagramas de interacción y superficies de contorno obtenidos por computador. La ventaja principal de estos son la sencillez de utilización y la precisión, ya que la operación de

comprobar o dimensionar se hace de forma directa y estos diagramas se obtienen utilizando hipótesis precisas de comportamiento de los materiales respecto a la realidad que de forma manual sería un proceso complejo y extenuante. (Pérez, 2016)

## **Conclusiones**

Los métodos analíticos son, por lo general, poco precisos ya que los estudiados durante este trabajo introducen simplificaciones que afectan considerablemente la seguridad del diseño o comprobación efectuados. A pesar de la simplicidad de empleo de los métodos gráficos, estos presentan la dificultad de que se debe contar con un amplio repertorio de ábacos para que el proyectista pueda lograr un diseño o revisión eficiente ya que cada ábaco está definido para las características específicas de la sección analizada, además de que se deben emplear un número considerable de ellos simultáneamente. El método de diseño ideal debe combinar características de los métodos abordados anteriormente como son la exactitud de los métodos numéricos y la facilidad de comprobación de los datos que ofrecen los métodos gráficos ya que se puede calcular las solicitaciones máximas resistente para cada sección y posteriormente graficarlas.

## Referencias bibliográficas

- CHARIF, A. 2012. *Biaxial bending in columns. University King Saud KKHU*.
- GAGO, Y. D. A. 2018. Diseño de elementos de hormigón armado sometidos a flexocompresión uniaxial a partir del empleo de diagramas de interacción. Universidad de Matanzas Camilo Cienfuegos.
- INSTITUTE, A. C. 2015. Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-14).
- LEJANO, B. A. 2007. Investigation of Biaxial Bending of Reinforced Concrete Columns Through Fiber Method Modeling. *Journal of Research in Science, Computing, and Engineering*.
- MCCORMAC, J. 2016. *Design of Reinforced Concrete*.
- MD. ALVEE ISLAM NAVID, S. J. U. A., MD. MAHBUBUL ISLAM. 2016. Development of Computer Aided Interaction Diagram for Bi-axially Loaded Column *Engineering International*.
- MONTOYA, P. J. 2000 Capítulo 7. In: GILI, N. G. (ed.) *Hormigón Armado*. Me.
- MUSTAFA MAHAMID, M. H. 2018. Direct Design Method and Design Diagrams for Reinforced Concrete Columns and Shear walls. *Journal of Building Engineering*.
- NILSON, A. 1999. *Diseño de estructuras de concreto*.
- NILSON, A. 2006. BIAxIAL BENDING Consideration of Columns with Axial Load and Biaxial Bending. *Science Direct*.
- NOVAK, M. E. K. L. C. 2013. NOTES ON ACI 318-11 BUILDING CODE REQUIREMENTS FOR STRUCTURAL CONCRETE. In: PCA (ed.).
- PÉREZ., C. S. 2016. *Ayudas de cálculo para columnas de hormigón armado bajo Flexión Compuesta Biaxial*. Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas.
- SALEMAL-ANSARI, M. & MUHAMMADSHEKAIBAFZAL. 2019. Simplified biaxial column interaction charts. *Engineering Reports Department of Civil and Architectural Engineering, Qatar University, Doha, Qatar*.
- SANTANA, D. et al. 2016. *Hormigón Estructural Diseño por Estados Límites*.
- SANTANA, J. & CANEIRO, J. A. H. 2012. *Hormigón Estructural. Diseño por Estados Límites*.

TAMAY, J. A. M. 2013. *Hoja electrónica para el diseño biaxial de columnas rectangulares con estribos*. Universidad Central Del Ecuador Facultad De Ingeniería, Ciencias Físicas Y Matemática Carrera De Ingeniería Civil.



---

*Monografías 2020*  
*Universidad de Matanzas* © 2020  
ISBN: