

CURVAS DE APRENDIZAJE

ATD Edian Dueñas Reyes¹, M. Sc. Yusef El Assafiri Ojeda², Daniela Cabot Grillo³

1. Universidad de Matanzas – Sede “Camilo Cienfuegos”, Vía Blanca Km.3, Matanzas, Cuba. eithan@nauta.cu

2. Universidad de Matanzas – Sede “Camilo Cienfuegos”, Vía Blanca Km.3, Matanzas, Cuba. yusef.assafiri@umcc.cu

3. Universidad de Matanzas – Sede “Camilo Cienfuegos”, Vía Blanca Km.3, Matanzas, Cuba. daniela.cabot@umcc.cu .
Estudiante de Ingeniería Industrial

Resumen

El efecto del aprendizaje fue notado por primera vez en el año 1920, durante el desempeño de trabajos repetitivos, y su modelación ha sido posible mediante modelos matemáticos utilizados para determinar la eficiencia obtenida en la realización de dichas actividades. El presente trabajo tiene como objetivo presentar una guía para el trabajo con las curvas de aprendizaje aplicado a las producciones masivas y seriadas, a partir de la importancia del tema en la reducción de las horas de trabajo repetitivo y la reducción de los costos de producción, lo que conlleva a una gestión eficiente.

Palabras claves: curvas de aprendizaje, aprendizaje, mejora de la producción

Antecedentes y consideraciones sobre las curvas de aprendizaje

La mayoría de las organizaciones aprenden y mejoran sus actividades en el tiempo. A medida que los empleados desarrollan alguna actividad una y otra vez aprenden cómo realizarla de forma más eficiente, esto significa que el tiempo y costo de la realización de la actividad tiende a disminuir.

Las curvas de aprendizajes se basan en que las personas y las organizaciones perfeccionan sus actividades a medida que estas son repetidas. Una curva de aprendizaje describe el grado de éxito obtenido durante el aprendizaje en el transcurso del tiempo. Este concepto proviene de Hermann Ebbinghaus, quien en 1885 utilizó por vez primera ese término en su monografía *Sobre el olvido (Über das Gedächtnis, por su traducción al alemán)*. No obstante, la primera definición asociada a la gestión empresarial fue hecha por Theodore Paul Wright en 1936.

En el entorno empresarial la curva de aprendizaje puede ser utilizada en las distintas esferas de actuación de la organización [1]: para fijar estándares de mano de obra y establecer los costos de la misma, así como los presupuestos. Externamente actúa sobre la compra y la subcontratación y, en el plano estratégico, determina los cambios en la relación volumen-costos y evalúa la actuación de la organización en el sector.

El presente trabajo tiene como objetivo analizar las aplicaciones y ventajas de las curvas de aprendizaje en la gestión empresarial.

Una curva de aprendizaje describe el grado de éxito obtenido durante el aprendizaje en el transcurso del tiempo. Es un diagrama en que el eje horizontal representa el tiempo transcurrido y en el eje vertical el número de éxitos alcanzados en ese tiempo.

A menudo se cometen muchos errores al comenzar una nueva tarea. En las fases posteriores disminuyen los errores, pero también las materias nuevas aprendidas, hasta llegar a una llanura. Los factores de los que depende este tipo de curvas indican no solo la habilidad que la mano de obra directa adquiere en un periodo determinado, sino que establecen la capacidad de cada uno de ellos. Por otro lado, la formación que cada persona posee juega un rol importante para cumplir una tarea de manera rápida, lo que permite reducir los costos que representan la construcción de las unidades.

A decir de varios autores citados en Chango 2017 [2] el aprendizaje individual es el incremento que se logra cuando el talento humano repite un proceso y obtiene habilidad, eficiencia o practicidad a partir de la repetición continua de tareas. Mientras que el aprendizaje de las empresas u organizacional es el resultado de la práctica que proviene de cambios en la administración, los equipos, y diseños de productos y procesos implica ser más eficientes por medio de la automatización y la inversión de capital en tecnología o en personal. Las organizaciones, de acuerdo a Krajenski [3], aprenden igual que las personas y

ambos tipos de aprendizaje se presentan al mismo tiempo y con frecuencia se detalla el efecto combinado como una sola curva de aprendizaje.

Las curvas de aprendizaje se pueden construir de dos maneras: la primera, indicar la cantidad de trabajo realizado en un lapso determinado y, la segunda, indicar las unidades de tiempo que son necesarias para realizar un trabajo específico. Generalmente el tiempo se precisa en el eje de las ordenadas, mientras que la variable cantidad de trabajo se plasma en el eje de las abscisas. Ellas intervienen incluso en el costo de producción, lo que las hace significativamente importante para la industria debido a que el costo esta generalmente ligado al tiempo de producción o a las horas hombre consumidas [4].

Las dos características principales de las curvas de aprendizaje según Everett y Ronald [5] resultan: en primer término, que la curva descendiente de izquierda a derecha indica que la experiencia hace descender los costos a medida que aumenta la producción y una segunda característica identificada por los autores es que los costos disminuyen en forma más lenta que la experiencia acumulada esto significa que a medida que pasa el tiempo y maduran los productos, se vuelve más difícil la reducción de costos.

Elementos que influyen sobre la curva de aprendizaje

Ninguna curva de aprendizaje es del todo uniforme, tienen fluctuaciones y la inclinación de la curva, según Yelle [6] , depende de varios factores como, por ejemplo: la edad, el conocimiento sobre el tema, las habilidades para aprender, la capacidad de concentración o el talento del individuo.

- La edad: con el tiempo las personas desarrollan ciertas habilidades tanto físicas como cognitivas y motoras que facilitan o dificultan el aprendizaje.
- Conocimiento del tema: será más lento el aprendizaje para una persona poco familiarizada con el tema mientras que un experto lo dominará con mayor rapidez.
- Habilidad para aprender: existen personas que son abiertas a aprender nuevas tareas mientras que otras prefieren especializarse en alguna.
- Capacidad de concentración: el nivel de atención que se presta al momento de observar una actividad nueva influirá en la velocidad de su aprendizaje.
- Talento del individuo: se refiere a las aptitudes, las habilidades y destrezas que posean de manera natural o adquirida para la tarea que se aprende.

Otras variables de gran influencia resultan: el método de enseñanza (teórico o vivencial), la didáctica y estilo de aprendizaje (visual, auditivo o kinestésico¹), contexto del aprendizaje (armonía entre el método, el lugar de enseñanza, la personalidad del maestro, entre otros).

Sin embargo, Kelly y Titone señalan que en todas las curvas se observan tres elementos comunes [4; 7]:

- Rápido ascenso inicial
- Estabilidad
- Disminución del ciclo progresivo

El rápido ascenso inicial es el ritmo de aprendizaje y es mayor al principio para luego caer en una desaceleración gradual a medida que el aprendizaje progresa, este efecto es conocido como aceleración negativa y los expertos lo atribuyen a la novedad del trabajo, al *background* de aprendizajes previos que posee la persona o a la motivación vigorosa.

En el caso de la estabilidad se refiere a la prolongación de la curva, que comprende períodos de estancamiento real o aparente. Esto se debe a un declive natural de la atención a la utilización de un método inadecuado, así como a una pausa o reajuste por reorganización.

Por último, la disminución del ritmo progresivo se refiere a una gradual reducción del progreso, es una etapa que sigue a la meseta, donde algunos lo entienden como un período de organización y selección de los aprendizajes hasta llegar al límite fisiológico y mental donde se perfecciona lo aprendido.

Asimismo, las curvas se diferencian entre sí según el coeficiente de aprendizaje, valor que expresa la rapidez con que un individuo u organización gana en conocimiento.

Campo de aplicación de las curvas de aprendizaje

En cierta ocasión, Theodore Paul Wright encontró que el ensamblaje de un segundo avión gastaba el 80 % de las horas/hombre gastadas por el ensamble del primer avión. El cuarto avión gastaba el 80 % de las horas del segundo. El octavo avión gastaba el 80% de las horas del cuarto y así sucesivamente hasta llegar a un límite lógico. A menor tasa de aprendizaje, mayor el paso de la curva de aprendizaje (esta es la única vez cuando 60 % es mejor que el 80 %)

El caso anterior resulta solo un ejemplo del alcance de las curvas de aprendizaje. López de Viñaspre [8] señala que abarca desde la planeación operativa de la entidad hasta la estratégica (figura 1) .

¹ Cinestesia o kinestesia o quinestesia es la rama de la ciencia que estudia el movimiento humano.

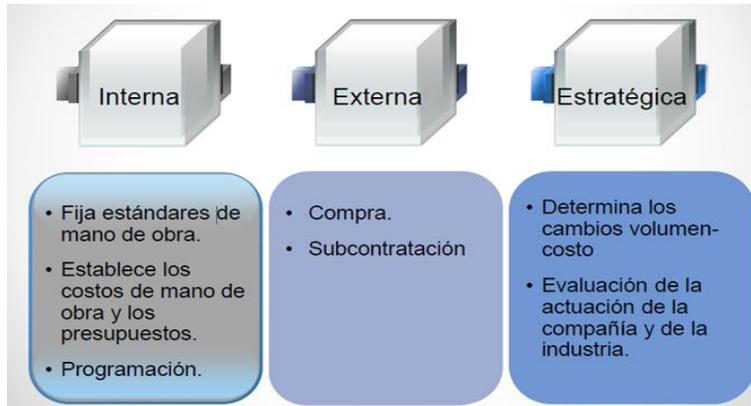


Figura 1. Campos de acción para el empleo de la curva de aprendizaje. Fuente: Romero (2017) [9].

Los modelos matemáticos más comunes para el análisis de las curvas se basan en diagramas de dispersión, análisis de correlación y regresión de modelos no lineales.

El análisis de correlación se utiliza para determinar si existe relación entre las variables y de qué tipo y grado es dicha relación. Aun cuando el diagrama de dispersión ofrece una representación gráfica que posibilita conjeturar el tipo y grado de relación existente entre las variables, resulta impreciso y subjetivo, por lo que es conveniente disponer de una estimación cuantitativa de dicha correlación.

En la dependencia estocástica tienen lugar dos tipos de técnicas: análisis de regresión y análisis de correlación. De modo general se dice que hay regresión de los valores de una variable respecto a la otra, si existe una línea llamada línea de regresión que se ajuste a la nube de puntos formada por los pares ordenados. Mientras que la correlación tiene como objetivo determinar si existe dependencia entre las variables y con qué grado.

El coeficiente de correlación, es muy sencillo de calcular si se dispone de la función de densidad conjunta de las variables aleatorias (X e Y). La dificultad estriba en el desconocimiento que en la mayoría de los casos se tiene de tal función. Sin embargo, a partir de valores observados de una muestra aleatoria de ambas variables es posible estimar dicho coeficiente, mediante el estimador de la ecuación 1.

Ecuación 1. Coeficiente de correlación

$$r(X,Y) = \hat{\rho}(X,Y) = \frac{n \sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{\sqrt{[n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2] [n \sum Y_i^2 - (\sum Y_i)^2]}}$$

Interpretación:

El valor de r toma valores siempre entre 0 y 1. Su valor se interpreta según su signo y según su valor absoluto:

- Si $r > 0$, correlación directa, para valores mayores de una variable los valores de la otra tienden también a aumentar.
- Si $r < 0$, correlación inversa, para valores mayores de una variable los valores de la otra tienden a disminuir.
- Si $r = 0$, no existe correlación

Mientras mayor sea el valor absoluto de r la correlación será más fuerte y mientras menor sea se dirá que es más débil.

Existen diversos tipos de regresión, según Miller [10] entre los que destacan la lineal simple y la múltiple, donde se presentan variadas formas de determinar la mejor relación para el conjunto de pares ordenados. Por otra parte, es frecuente encontrar en la práctica relaciones entre variables que responden a otro tipo de funciones no lineales, no obstante, en muchos de esos casos es posible realizar transformaciones que convierten el modelo a la forma lineal.

Diferentes modelos de cálculo han sido propuestos en la literatura, sin embargo, solo dos de ellos lograron tener una amplia difusión como se muestra en la figura 2: el modelo Unitario (U) y el modelo Media Acumulada (CA) (*unit* y *cumulative average* respectivamente, por sus siglas en inglés)

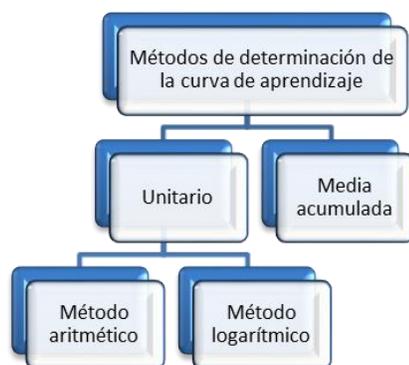


Figura 2. Métodos de la aplicación de las curvas de aprendizaje. Fuente: Elaboración propia.

Los factores de los que depende este tipo de curvas indican no solo la habilidad que la mano de obra directa adquiere en un período determinado, sino que establecen la capacidad de cada uno de ellos.

Método aritmético

El análisis aritmético es el método más simple para los problemas de curvas de aprendizaje. De tal forma, cada vez que la producción se duplica, la mano de obra por unidad disminuye en un factor constante, conocido como la tasa de aprendizaje. Permite hallar el tiempo para valores duplicados.

Fórmula: $T2N = LN * TN$

Donde: T2N: tiempo a establecer para una unidad duplicada

L: coeficiente de aprendizaje

TN: tiempo de la unidad anterior

Este método supone la limitante que solo permite el cálculo para unidades que impliquen la duplicación del producto.

Ejemplo 1

Como iniciativa del Ministerio de Cultura y Deportes de fomentar actividades recreativas, saludables y de inserción social, se ha planificado la construcción de canchas de fútbol sala en diferentes municipios de la ciudad capital. Actualmente se realiza la planificación del tiempo en horas/hombre para evaluar los costos de mano de obra que representa la construcción de cada cancha. Las proyecciones de la gerencia de área técnica, según su experiencia, indican que se tardará un total de 6,000 horas/hombre para construir cada cancha. Estos trabajos incluyen: la fundición de una plancha de cemento, la malla perimetral, los graderíos y un parque infantil a un costado. Debido a que el personal es nuevo en este tipo de proyectos se ha estimado un porcentaje de eficiencia del 85% para la segunda cancha, ya que se conformarán cuatro equipos de ocho trabajadores cada uno al inicio del proyecto, para construir cuatro canchas al mismo tiempo.

Fórmula: $T2N = L * TN$

Según el ejercicio anterior, $L = 0.85$

Este método solo funciona con valores duplicados por lo que comenzaremos el análisis con la segunda cancha. Aplicando la fórmula anterior quedaría:

$T2 = 5100$ horas

$T4 = 4335$ horas

$T8 = 3684,75$ horas

T16 = 3132,04 horas

T32 = 2662,23 horas

Método logarítmico

Permite determinar la mano de obra para cualquier unidad y el tiempo para cualquier valor de N.

Fórmula: $TN = T1 * N \log(L) / \log 2$

Donde: TN = Tiempo a establecer para X unidad

T1 = Horas para producir la primera unidad

N = Unidad requerida a producir

log L = Logaritmo del coeficiente de aprendizaje

log 2 = constante

Diferentes organizaciones y diferentes productos tienen diferentes curvas de aprendizaje. La tasa de aprendizaje varía en dependencia de la calidad de la gestión, del potencial del proceso y del producto. Cualquier cambio en el proceso, el producto o el personal, rompe la curva de aprendizaje.

Ejemplo 2

Con los datos del ejercicio anterior y considerando los 2 trabajadores

$T32 = 6000 * (32)^{-0,234} = 2662,83$ horas

Resulta evidente que la aproximación es significativa. La ventaja de este método radica en que permite calcular el tiempo de cualquier cantidad de piezas, individualmente de su multiplicidad.

Producción por lotes

Después de encontrar la curva que mejor modela la producción se debe utilizar la misma para estimar los tiempos de producción de unidades futuras. Pero, rara vez tenemos que estimar el costo o tiempo de una sola unidad más bien se necesita estimar el tiempo de lotes de unidades. Para ello se suman los valores de cada una de las unidades que contiene el lote.

$CTn = A1b + A2b + \dots + ANb$, aplicando una regla aritmética $CTn = A (\sum_{x=1}^N X^b)$

Donde: A: tiempo de la primera unidad

b: coeficiente. Se obtiene mediante $\ln(L)/\ln(2)$

L: índice de experiencia

La expresión anterior pudiera simplificarse mediante: $CTn = \frac{A(N^{b+1})}{b+1}$

Esto sería, indiscutiblemente si se quisiera calcular el tiempo del primer lote producido. Pero resultaría engorroso al calcular los siguientes lotes para llevar en cuenta en qué unidad empezar a producir y reenumerar cada vez que se pretende estimar la fórmula. Para calcular el costo total de un lote específico con las primeras F unidades hasta las últimas N se tendría:

$CTn = A (\sum_{x=1}^N X^b - \sum_{x=1}^{F-1} X^b)$ lo que equivaldría a calcular:

$$CTn = \frac{A(N^{b+1})}{b+1} - \frac{A((F-1)^{b+1})}{b+1}$$

Ejemplo 3

Se tienen los siguientes datos históricos suministrados por el jefe de producción de la empresa XYZ (tabla 1).

Tabla 1. Datos históricos suministrados por la empresa XYZ

Número de Lote	Número de unidades	Primera unidad	Última unidad	Costo (miles)
1	50	1	50	10
2	50	51	100	8
3	100	101	200	14
4	50	201	250	¿?

Se desea estimar el costo del cuarto lote considerando el índice de experiencia de 0.8.

Aplicando la fórmula $CTn = CTn = \frac{A(N^{b+1})}{b+1} - \frac{A((F-1)^{b+1})}{b+1}$

para determinar el valor de A con la información de los dos últimos lotes.

$$CTn = 14000$$

$$N = 200$$

$$F-1 = 100$$

$$b + 1 = \ln(0,8)/\ln(2) + 1 = 0,678$$

Si se extrae factor común $A/(b+1)$ y se despeja A en la ecuación entonces queda:

$$A = CTn = \frac{A(N^{b+1})}{b+1} - \frac{A((F-1)^{b+1})}{b+1} = 697$$

Tomando este valor como el costo de la primera unidad se toma ahora la misma ecuación para determinar el costo del siguiente lote.

$CT_{201;250} = (697((250)^{0,678})/0,678 - (697((200)^{0,678})/0,678) = 6097,92$ lo que equivaldría a 6,1 miles de pesos.

Se hace imprescindible entonces, determinar si las variables analizadas están correlacionadas, de modo que se pueda verificar la validez del modelo utilizado.

Una vez establecida la correlación entre las variables, resulta necesario comprobar el nivel o grado de correlación de las mismas a fin de validar el estudio. Se toma como ejemplo el caso de la media aritmética y se denota con una X el número de canchas a construir y, con Y, el número de horas empleadas en la construcción de X canchas Si se calcula el coeficiente r, se obtiene un valor de $r = -0,896$, lo que indica que ambas variables tienen una fuerte correlación lineal negativa.

Es evidente, además, el ahorro significativo de tiempo que se logra con la aplicación de dicha curva, pues aun el modelo más simple de ella, logra una reducción del 47,8% del tiempo empleado para la construcción de la primera cancha.

X	Y	X ²	Y ²	XY
2	5100	4	26010000	10200
4	4335	16	18792225	17340
8	3684,75	64	13577382,56	29478
16	3132,04	256	9809674,526	50112,64
32	2662,23	1024	7087468,573	85191,36
62	18914,02	1364	75276750,7	1172669,24

Si la producción lleva algún tiempo efectuándose, es fácil obtener el porcentaje de aprendizaje a partir de los registros de producción (se divide el número de trabajadores que se necesitan para producir la segunda unidad entre el utilizado para producir la primera). En términos generales, Everett y Ronald [5] señalan que, si es larga la historia de producción, la estimación es más precisa. Si todavía no se ha iniciado la producción, la estimación del porcentaje de aprendizaje depende de la selección de tres opciones:

- Suponer que el porcentaje de aprendizaje será el mismo que se ha presentado en aplicaciones anteriores dentro de la misma industria.
- Suponer que será el mismo que existió con productos iguales o similares.

- Analizar las similitudes y diferencias entre el inicio propuesto y los inicios anteriores y desarrollar un porcentaje de aprendizaje modificado que se ajuste lo mejor posible a la situación.

Algunas observaciones sobre la curva. Estimación del porcentaje de aprendizaje

Según Chase [11], las diferencias entre los índices de la curva pueden tener efectos impresionantes (figura 3).

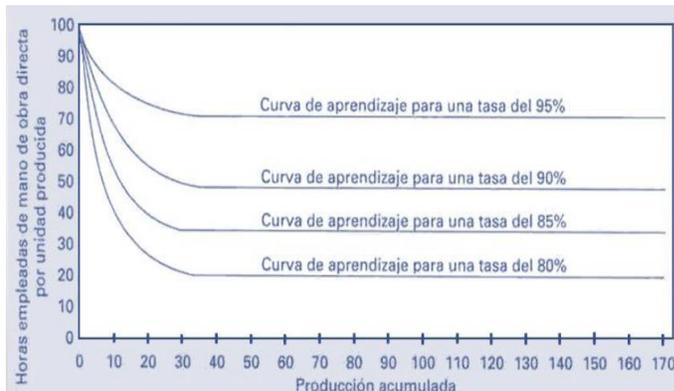


Figura 3: Curvas de aprendizaje para distintos coeficientes de aprendizaje. Fuente: Romero (2017) [9].

Mientras menor sea el índice de experiencia menor coste o tiempo de las operaciones se percibirá para un aumento de unidades. Asimismo, se definen diferentes índices en función de la industria o de las características de la entidad. Otros índices de experiencia quedan reflejados en la tabla 2.

- Industria aeroespacial – 0,85
- Construcción naval – 0,80 a 0,85
- Herramienta compleja para nuevos modelos – 0,75 a 0,85

Tabla 2. Valores del índice de experiencia según el por ciento de mecanización de la entidad.

Porcentaje de operación manual	Porcentaje de operación mecánica	Valor del índice
75	25	0,80
50	50	0,85
25	75	0,90

Fuente: Elaboración propia

Las causas fundamentales que originan dicha diferencia resultan:

1. Las diferencias de equipos y métodos.
2. El diseño de producto

3. La organización de la planta
4. El cálculo utilizado para la industria, que puede estar basado en un solo producto o bien en una línea de productos, y en la forma en que se agregan los datos.

Mejora del aprendizaje

Entre los problemas de adiestramiento destacan: la reducción en horas de trabajo, facilidades inadecuadas para el adiestramiento, la falta de experiencia del personal que ingresa al adiestramiento y la falta de recursos. La actitud, la destreza manual y un adiestramiento estructurado, resultan factores importantes en la reducción de la curva de aprendizaje

Entre los elementos a tener en cuenta para el uso de las curvas de aprendizaje se pueden mencionar los siguientes:

- Las curvas de aprendizaje difieren de compañía a compañía, así como entre las distintas industrias. La estimación para cada organización debe ser desarrollada en vez de aplicada esquemáticamente.
- Se basan comúnmente en el tiempo necesario para completar las unidades iniciales, por lo que los tiempos deben ser exactos. Según la información recurrente se convierte en información disponible la reevaluación se va haciendo apropiada.
- Cualquier cambio en el personal, diseño o procedimiento puede ser producto de alteración en las curvas de aprendizaje.

Conclusiones

Las curvas de aprendizaje son una herramienta para la gestión y administración de las organizaciones en los tres niveles de planificación: operativo, táctico y estratégico. La curva prevé la proyección de los costos o estimación del tiempo de las unidades a producir en la industria según el grado de mecanización o experiencia de la mano de obra laboral. Los métodos de cálculo no son contrarios, sino que poseen ventajas e inconvenientes unos con otros que hacen posible su uso en determinadas situaciones, apoyados de los modelos estadísticos para la validación e interpretación de los mismos.

Bibliografía

1. MISLICK, G. K. Conference 10. Learning Curves. Unit Theory. En: *Cost Estimation* Naval Postgraduate School, 2016.
2. CHANGO, M. y ZAMBRANO, I., *Las curvas de aprendizaje. Factor de éxito en la medición del desempeño laboral en la gestión*. Universidad de las Fuerzas Armadas-ESPE, Publicaciones Científicas, 978-9942-765-12-3, 2017.
3. KRAJENSKI, L. y RITZMAN, L., *Administración de Operaciones, Estrategia y Análisis*. (Editorial Pearson), 5ta edición, México, Editorial Pearson, 2000.
4. KELLY, W., *Psicología de la Educación* (Ediciones Morata), 7ma edición, Madrid, Ediciones Morata, 1982.
5. EVERETT, A. y RONALD, E., *Administración de la Producción y las Operaciones: Conceptos, modelos y funcionamiento*. 4ta edición, Prentice Hall, 1991 (México).
6. YELLE, L. E., *The Learning Curve: Historical review and comprehensive survey*, pp. 302-328. 1979
7. TITONE, R., *Psicodidáctica* (Narcea Ediciones), 4ta edición, Madrid, Narcea Ediciones, 1986.
8. LÓPEZ DE VIÑASPRE, P., *¿Cuál es la curva de aprendizaje de tu empresa?*, 2018.
9. ROMERO, I. Unidad 5: Curvas de aprendizajes. En: *Curvas de aprendizajes* 2017).
10. MILLER, F. et.al., *Probabilidad y Estadística para Ingenieros*, México, McGraw Hills, 2011.
11. CHASE, R. et. al., *Administración de la Producción y Operaciones para una ventaja competitiva*. McGraw Hills, 2011.