RELACIÓN DE LA TOPOGRAFÍA CON LAS MATEMÁTICAS APLICADAS A TRAVÉS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

MSc. Ing. Manuel Pedroso Martínez[1], Est. Luis David Céspedes Domínguez [1], ATD. Ernesto Romedo Carmenate [1], Est. Enrique Espinosa Croas [1], Est. Ada Isabel Durán Vienes[1]

1.Universidad de Matanzas Sede "Camilo Cienfuegos", Vía Blanca Km.3, Matanzas, Cuba.

CD de Monografías 2017

Resumen.

El presente trabajo aborda el análisis de la vinculación que existe entre la Topografía y la Matemática Aplicada, y la importancia que tienen en la solución de problemas en la Ingeniería Civil. El objetivo a desarrollar se manifiesta mediante ejemplos prácticos como vías de solución que faciliten respuestas acordes a las situaciones que puedan presentarse en los trabajos de campo topográficos y que forman parte del proceso de formación del profesional antes mencionado. Se ha consultado y sometido a análisis e interpretación de un conjunto de textos, artículos e informes que propician la valoración integral de la problemática de manera contextualizada en la realidad cubana. La elaboración de este trabajo está sustentado en la práctica docente de los autores.

***Palabras claves**: Matemática; Geometría; Trigonometría; Topografía; Problemas.*

Introducción.

El Plan de Estudio D de la carrera Ingeniería Civil, desde el 2007 ha presupuestado la previsión de formar profesionales que respondan a las necesidades que demanda la sociedad en el sector de la construcción. En el contenido de este modelo se mencionan, describen y explican detalladamente las variadas disciplinas del ciclo de formación especializada, dentro de las que se encuentra la asignatura Topografía. Esta disciplina se desarrolla durante el segundo año de la mencionada carrera que se dicta en la Facultad de Ciencias Técnicas de la Universidad de Matanzas Sede "Camilo Cienfuegos". La misma relaciona otras disciplinas pero del ciclo de formación básica con diversas áreas del conocimiento, viéndose muy identificada con este aspecto la Matemática Aplicada, que desarrolla cada una de las asignaturas que la componen, durante los dos primeros años de estudio y preparación.

Refiriéndose a la Topografía García y Torres (2011) señalan: "La Topografía se ocupa de los métodos e instrumentos necesarios para obtener una representación plana de una parte de la superficie terrestre. Estos planos topográficos constituyen el soporte básico de cualquier proyecto relacionado con la ingeniería civil (...) contribuye a desarrollar las competencias relacionadas con el diseño y la ejecución de proyectos de Ingeniería Civil, con especial énfasis en los aspectos topográficos de estos, incluyendo las fases de elaboración de cartografía, replanteo, cubicación, control de movimientos de estructuras y obras geotécnicas, etc. Además, esta disciplina participa en el desarrollo de todas aquellas competencias profesionales relacionadas con el diseño y la construcción de obras civiles, tanto superficiales como subterráneas y con toda actividad profesional para la que se requiera el empleo de cartografía o de las técnicas de replanteo" (p. 4). Por otro lado, cuando de Matemática Aplicada se refiere, la Sociedad Española de Matemática Aplicada (SEMA, 2017) señala que según su nombre se procura su desarrollo "hacia afuera", es decir su aplicación o transferencia hacia el resto de las áreas, y se involucran aquellos métodos y herramientas matemáticas que pueden ser utilizados en el análisis o resolución de problemas pertenecientes tanto al área de las ciencias básicas como aplicadas; tal es el caso de las asignaturas Álgebra Lineal y Geometría Analítica, Cálculo Diferencial e Integral I y

II, Series, Ecuaciones Diferenciales y Métodos Numéricos, Probabilidades y Estadísticas, que son las que integran la disciplina Matemática Aplicada en el plan de estudio vigente antes mencionado. Y es que la denominada "ciencia formal que parte de axiomas y sigue el razonamiento lógico", según definición del Diccionario de la Lengua Española (DEL, 2014), ha sido empleada con gran frecuencia en distintas áreas tecnológicas para modelado, simulación y optimización de procesos o fenómenos y en las últimas décadas sus aplicaciones más directas han sido fundamento para el desarrollo de novedosas tecnologías de avanzada.

Este trabajo es el resultado de interrogantes que se han formulado en muchas ocasiones acerca de lo que representa para un ingeniero civil el dominio de las matemáticas aplicadas para el posterior entendimiento de las disciplinas que componen el ciclo de formación especializada, como es el caso de la Topografía. Por ende, se presenta como objetivo demostrar la importancia de la Topografía mediante ejemplos en vías que faciliten llevar a cabo actividades topográficas haciendo uso de los instrumentos más comúnmente empleados y conocidos, para lo cual se enfocará en herramientas que ayuden la práctica a través de la resolución de problemas. Por supuesto, para labores topográficas de mayor escala y necesidad de precisión, se estima necesario recurrir a un especialista.

Se demuestra en el presente trabajo que la Topografía depende en gran medida del dominio de las Matemáticas y la forma en que estas sepan ser aplicadas para dar soluciones a los problemas que por lógica propia han de presentarse, se verá estrechamente ligado al nivel de concreción y razonamiento alcanzado durante su estudio.

El tema tratado presenta una marcada importancia en la formación de profesionales de la rama de la construcción en la actualidad, responde a las líneas de trabajo metodológico de la universidad y a las necesidades de investigación, concretadas en los proyectos institucionales y nacionales vinculados con la Educación Superior en general.

Desarrollo.

Durante el estudio de la Topografía en el segundo año de la carrera Ingeniería Civil en la Universidad de Matanzas Sede "Camilo Cienfuegos", es necesario el apoyo y auxilio de la geometría y la trigonometría para el desarrollo de actividades que comprendan el cálculo de distancias, áreas, ángulos y volúmenes. Por otro lado, en asignaturas que conforman el ciclo de formación básica como la Geometría Descriptiva, se comprende que un punto queda determinado, si se conoce su proyección sobre un plano horizontal y su cota. Aplicamos esta manera de viajar puntos en la Topografía y se observa entonces que el problema queda dividido en dos partes:

1. Determinación de la proyección horizontal y al conjunto de estas operaciones lo definimos como Planimetría.
2. Determinación de la proyección vertical y al conjunto de estas operaciones lo definimos como Altimetría.

Podemos definir entonces que en la Topografía, todas las operaciones se reducen a mediciones sobre las siguientes magnitudes:

- Distancias horizontales
- Distancias verticales
- Ángulos horizontales
- Ángulos verticales

Teniendo en cuenta lo anteriormente planteado, es posible resolver entonces problemas que se presentan en el campo de la Topografía con la aplicación de conocimientos de la Matemática especialmente de áreas como la trigonometría. Para un mejor entendimiento de lo referido hasta el momento, cabe destacar alguna de las definiciones en cuanto a lo que la Topografía se refiere. Según Santamaría y Sanz (2005), los levantamientos topográficos son un conjunto de operaciones necesarias para determinar las posiciones de los puntos y realizar posteriormente su representación sobre un plano de referencia horizontal. El procedimiento a seguir en todo levantamiento topográfico posee dos fases fundamentales:

el trabajo de campo y el de gabinete. El primero comprendido como una recopilación de datos que consiste fundamentalmente en realizar mediciones de los ángulos y distancias verticales y/o horizontales; y el segundo en el cálculo de las posiciones de los puntos medidos y el dibujo de los mismos sobre un plano.

Por otro lado, para referirse al levantamiento en un terreno irregular señalan que siempre se mide en tramos horizontales para evitar el exceso de datos de inclinaciones de la cinta en cada tramo. Justifican también que la medida de superficies dentro del perímetro levantado se obtiene sumando o restando a la del polígono, la superficie bajo las curvas o puntos fuera del polígono, la que a su vez se puede calcular, calculando por separado la superficie de cada trapecio o triángulo irregular que se forme, o tomando normales a intervalos iguales para formar trapecios y triángulos de alturas iguales. En ambos casos el perímetro se supone formado por una serie de rectas. Cuando tratan aspectos relacionados con el replanteo de ángulos haciendo uso de una cinta métrica, exponen que es posible medir ángulos con cinta por el método llamado de la cuerda, que consiste en medir la distancia que existe entre dos agujas clavadas en el terreno luego de describir con la cinta un arco “r” que cortará en los puntos donde fueron clavadas sendas agujas denominados “a” y “b”. Por último, después de desarrollada esta práctica se busca a través del método de triangulación utilizado en la topografía lineal, la medida de la superficie. Este método se basa en determinar la medida de los lados del terreno y las diagonales necesarias para convertir su figura en un número de triángulos igual a la de sus lados menos 2.

En geometría, la triangulación de un polígono o área poligonal es una partición de dicha área en un conjunto de triángulos. De manera más precisa, una triangulación es una división del área en un conjunto de triángulos que cumplen las siguientes condiciones:

- La unión de todos los triángulos es igual al polígono original
- Los vértices de los triángulos son vértices del polígono original

Cualquier pareja de triángulos es disjunta o comparte únicamente un vértice o un lado.La definición anterior es la estándar en geometría computacional aunque en ciertos contextos, al hablar de triangulaciones, se puede hacer caso omiso del segundo requisito. En tal caso, no se requiere que los vértices de los triángulos sean vértices del polígono y para referirse a las triangulaciones que sí satisfacen el requisito se habla de “triangulaciones completas”.

Las prácticas que permiten el desarrollo de éstos métodos requieren de instrumentos básicos, con mayor facilidad de acceso y manejo. Para ello es fácil emplear los siguientes:

Cintas métricas: Las cintas métricas se hacen de muy distintos materiales con longitudes y pesos muy variados. Las más empleadas son las cintas metálicas. La cinta metálica se compone de un tejido impermeable que lleva entrelazados hilos de latón o de bronce para evitar la dilatación al utilizarla. Los tamaños más corrientes son de 15 y 30 m divididas en decímetros y centímetros, su anchura normal es de 1.5 cm.

Piquetes o agujas topográficas: son agujas de 30 cm o 40 cm de longitud, se utiliza para llevar la cuenta del número de veces que se coloca la cinta en toda su longitud.

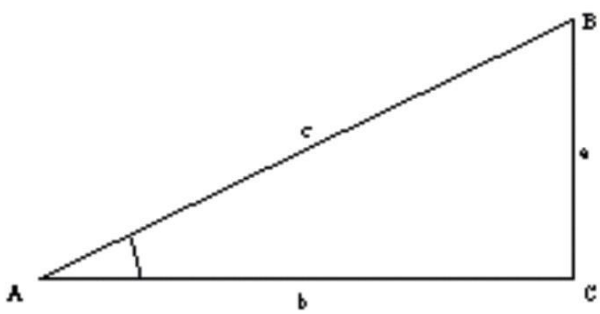
Nivel de mano: es un instrumento que sirve para verificar que las distancias se encuentren en un mismo nivel. Este es utilizado constantemente en los trabajos de construcción.

Pita: es un hilo de gran longitud que permite determinar las distancias entre los vértices y las cuerdas para la medida de los ángulos. Este instrumento facilita el trabajo de campo.

La trigonometría se aprovecha en la Topografía y se define en el marco teórico la relación de las prácticas mencionadas anteriormente con los teoremas trigonométricos utilizados en la solución de triángulos. Por experiencia en primer plano, los conocimientos básicos de la trigonometría aplicada a la topografía en sus aspectos planimétricos y altimétricos, corresponden al control y manejo de los triángulos en sus diferentes formas, siendo uno de los principales fundamentos para aplicaciones prácticas de Topografía. Es imprescindible entonces caer en la descripción geométrica de lo que se emplea con frecuencia en esta disciplina del ciclo de formación especializada:

1. Triángulos rectángulos

Se caracterizan por tener un ángulo recto (90 grados)



En la resolución de triángulos rectángulos tendremos para el ángulo “A”:

Seno A = Cateto opuesto/ Hipotenusa = a/c

Coseno A = Cateto adyacente / Hipotenusa = b/c

Tangente A = Cateto opuesto / cateto adyacente = a/b

Cotangente A = Cateto Adyacente / cateto opuesto = b/a

Secante A = Hipotenusa / cateto adyacente = c/b

Cosecante A = Hipotenusa / cateto opuesto = c/a

Las funciones recíprocas se definen de la siguiente forma:

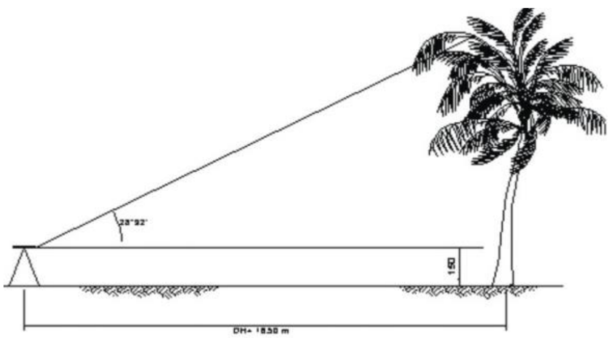
Sen A = 1/Cosec.A

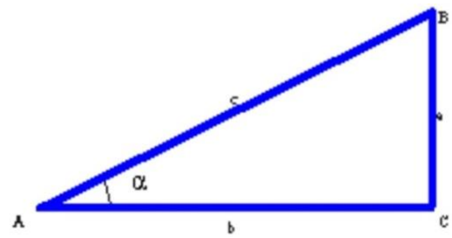
Cos A = 1/Sec. A

Tan A = 1/Cot. A

El teorema de Pitágoras para la distancia $a^2 + b^2 = c^2$; corresponde también para los lados a y b.

Desde la Topografía, un ejemplo común sería determinar la altura de un elemento dispuesto en el terreno (a) con respecto a un punto de mira (A):



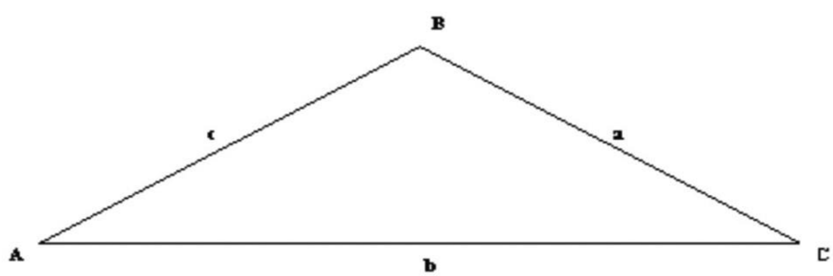


Para resolver este punto que resulta ser muy sencillo es aplicable la Ley del Coseno, concretada en la ecuación siguiente:

$$\boldsymbol{\alpha = \cos^{-1}\frac{c^2 + b^2 - a^2}{2cb}}$$

2. Triángulos Oblicuángulos

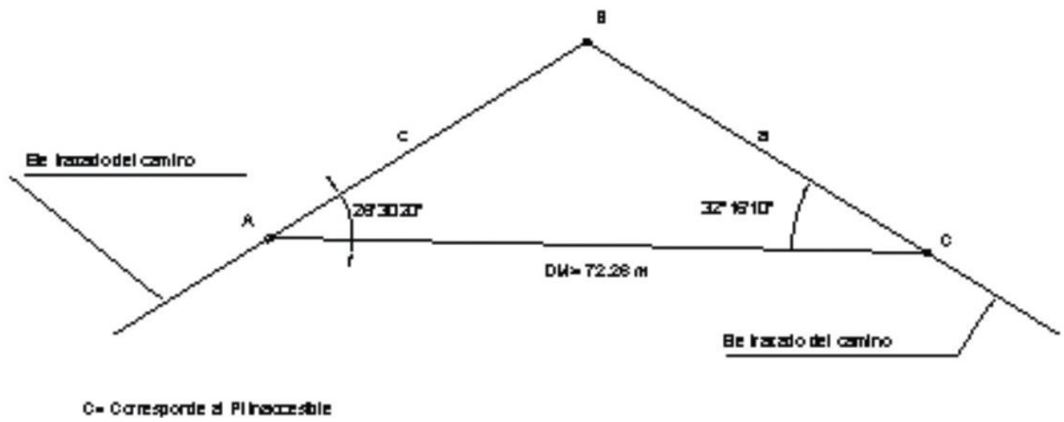
La resolución de estos tipos de triángulos corresponde a la Ley de los Senos.



El arte de maniobrar con esta ley consiste en igualdades de dos términos, pudiendo establecer las siguientes expresiones según se requiera:

$$\boldsymbol{\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C} = \frac{d}{\operatorname{sen} D}}$$

La ley de los senos en la solución de los triángulos oblicuángulos tiene su aplicación típica general en los puntos inaccesibles en el trazado de línea en cuanto a lo referido a la Topografía. A continuación se ilustra un ejemplo:



Datos correspondientes a la información del campo:

A= 26°30"20"

C=32°16"10"

B=72.26 m

Para solucionar el triángulo a partir de la Ley de los Senos en su forma general, se tiene la siguiente expresión, para el cálculo de "a":

$$\frac{a}{\text{senA}} = \frac{b}{\text{senB}} a = \frac{(b * \text{senA})}{\text{senB}}$$

Para el cálculo del ángulo B:

$$B = -(A + C)$$

$$B = 180 - (26°30'20" + 32°16'0")$$

$$B = 121°13'30"$$

$$a = (72.26 * \text{Sen}26°30'20")/\text{Sen}121°13'30"$$

$$a = 37.71 \text{ m}$$

Para el cálculo de C, se tiene:

$$\frac{c}{\text{senC}} = \frac{b}{\text{senB}} c = \frac{b * \text{senC}}{\text{senB}}$$

$$c = (72.26 * \text{Sen}32°16'10")/\text{Sen}121°13'30"$$

$$c = 45.12 \text{ m}$$

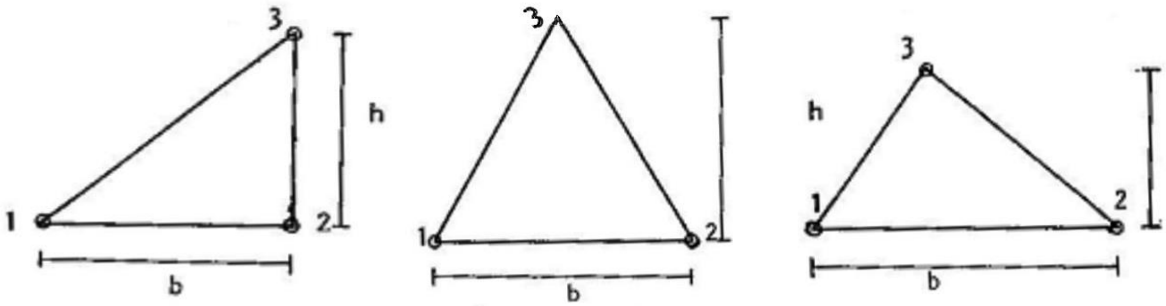
Al realizarse el cálculo de áreas, es pertinente partir de la definición de este término, que para los autores se entiende, considerando el tema tratado en el presente trabajo, como la magnitud del espacio comprendida dentro de un perímetro de una poligonal cerrada, es decir, la magnitud de una superficie. La superficie de un terreno puede ser calculada por muchos métodos, los que se tienen: mecánicos, planimétricos, analíticos; por triangulación y otros. Estos métodos se usan cuando no se necesita gran precisión en los resultados o para comprobar superficies calculadas por medios más exactos, la ventaja consiste en la rapidez con la que se halla el valor de las superficies propuestas. A continuación, algunos ejemplos lo demuestran:

Método de Herón:

$$\boldsymbol{A_{triángulo} = (S(S-a)(S-b)(S-c))^{\frac{1}{2}} S = \frac{a+b+c}{2}}$$

Método de altura:

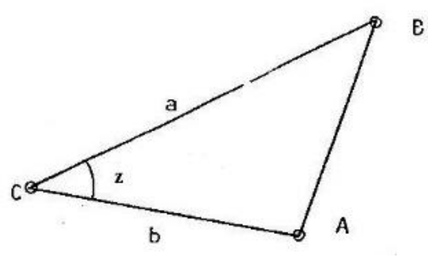
$$\boldsymbol{A_{triángulo} = \frac{b * h}{2}}$$



Triángulo rectángulo Triángulo equilátero Triángulo oblicuángulo

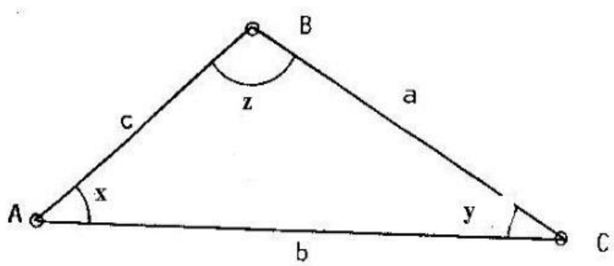
Método de función senos:

Conociendo dos lados y el ángulo correspondiente:



$$A_{triángulo} = \frac{b * c * senz}{2}$$

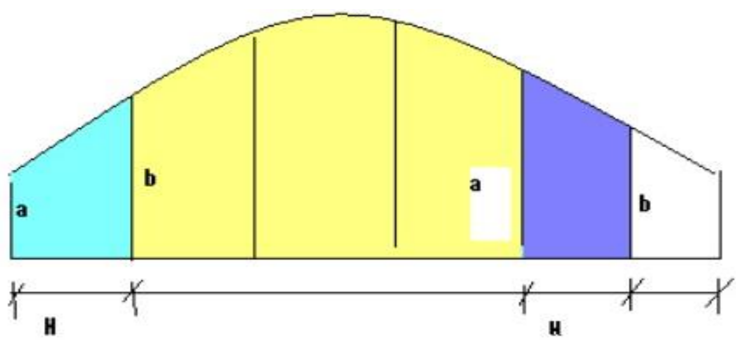
Conociendo ángulos internos y un lado:



$A_{triángulo} = c^2 senxsenz/(2seny)$

Cuando un lindero es irregular o curvo el procedimiento usual para localizarlos es por medio de ordenadas (Proyecciones Y) perpendiculares a una recta lo más cerca del lindero posible. Para facilitar los cálculos las ordenadas se levantan equidistantes. Un método conocido para este tipo de problemas es el de los trapecios o también conocido como método de Bezouth. Se trata de separar la línea en tramos iguales a h y se levantan perpendiculares hasta la intersección de la curva. Cada tramo se analiza como un trapecio rectangular y se considera cada área de la misma longitud de la cuerda tal que determine el área de cada trapecio y se suman, tiendo el área entre el tramo recto y la línea irregular donde el área es igual a la suma del área de cada trapecio, es decir:

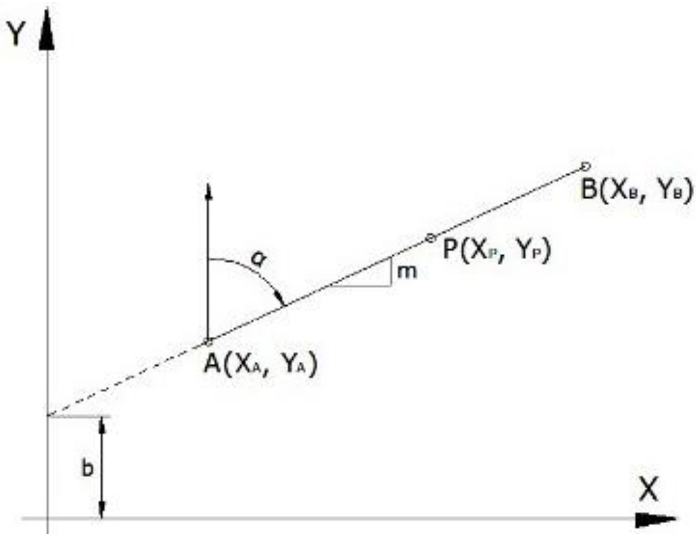
$A = \sum A1 + A2 + An = \sum ½ (a + b) h$



Otro método muy conocido y empleado es el de Simpson, muy particular y más preciso que el anterior pues para su utilización la parte irregular debe ser totalmente cóncava o convexa. El tramo recto se divide en partes iguales y de igual forma que el método anterior se levanta perpendicular hasta intersecar la curva. Este método considera el área y el arco de la cuerda.

En la Topografía, es común entre las principales actividades que comprenden un proyecto topográfico, el levantamiento de caminos y linderos. Para ello, con el uso de coordenadas geométricas es posible resolver algunos de estos problemas, siendo un ejemplo muy claro el cálculo de la longitud y el azimut de una línea a partir de sus puntos extremos. Por otro lado, para calcular las áreas se determina el punto de intersección de dos líneas rectas, una línea recta y una circunferencia y dos circunferencias. En estos trabajos es necesario calcular la intersección de tangentes con curvas circulares o líneas rectas y arcos circulares. Es mediante la geometría que se puede dar solución a estos problemas, utilizando las ecuaciones de la recta y de la circunferencia mostradas a continuación:

- Ecuación de la línea recta



La ecuación general de la línea recta es $y_p = mx_p + b$, donde:

$$y_p: coorenada\ y\ de\ cualquier\ punto\ P\ que\ se\ encuentre\ sobre\ la\ recta$$

$$x_p: coordenada\ x\ de\ cualquier\ punto\ P\ que\ se\ encuentre\ sobre\ la\ recta$$

$$m: Pendiente\ de\ la\ recta$$

$$b: ordenada\ al\ origen\ de\ la\ recta$$

La pendiente es constante en cualquier punto de la recta y se determina: $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

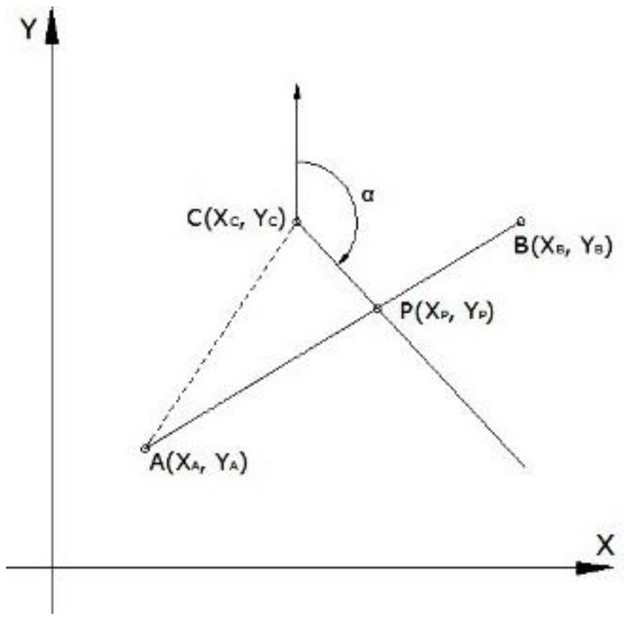
La longitud de la recta AB es igual a:

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - Y_A)^2}$

Y su azimut se determina:

$\alpha = tan^{-1}(\frac{x_B - x_A}{y_B - y_A})$

- Intersección de dos rectas



Como la pendiente es constante en cualquier punto de la recta se puede establecer la siguiente ecuación:

$$\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{y_P - y_A}{x_P - x_A} = \cot \alpha$$

Con esta ecuación es posible resolver fácilmente la intersección entre dos rectas. Reemplazando los valores se forma una ecuación para cada recta y luego se resuelven para encontrar las coordenadas del punto de intersección

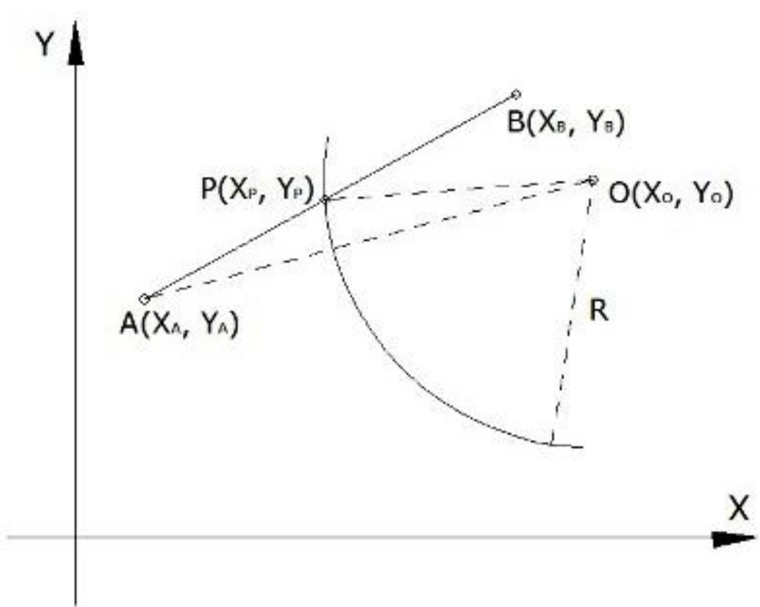
Otra herramienta a utilizar y que facilita el trabajo de campo es la ecuación general de una circunferencia:

$R^2 = (x_P - x_O)^2 + (y_P - y_O)^2$, donde:

R: Radio de la circunferencia

x_P, y_P: Coordenadas de cualquier punto que se encuentra dentro de la circunferencia

- Intersección de una recta y una circunferencia



A partir de la ecuación de la circunferencia que presentamos anteriormente se obtiene una ecuación cuadrática de la siguiente forma:

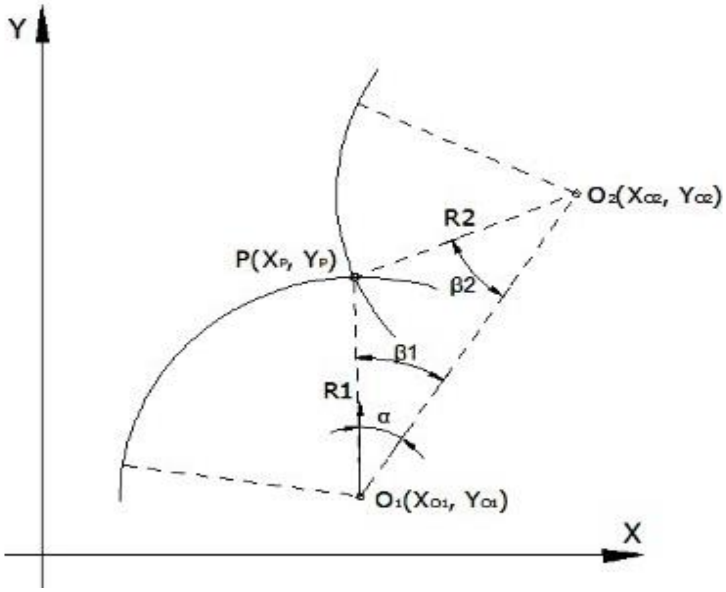
$$a{y_P}^2 + b{x_p}^2 + c = 0$$

Para encontrar la coordenada Y_P del punto de intersección se resuelve la ecuación cuadrática:

$$Y_p = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Luego se reemplaza este valor en la ecuación de la circunferencia o en la ecuación que se utiliza para determinar la intersección de dos rectas para obtener X_P.

- Intersección entre dos circunferencias



Una forma para obtener las coordenadas del punto de intersección entre dos circunferencias es determinar la longitud o el azimut de la recta O_1O_2. Calculando los puntos β_1 y β_2 por la ley de los cosenos se puede determinar los azimut de las líneas O_1 P y O_2 P, y con el radio de la circunferencia ya se puede determinar las coordenadas desde cualquiera de los dos puntos que se conocen.

Otro aspecto de total relevancia que demuestra la estrecha vinculación entre la Topografía y la Matemática Aplicada, son las condiciones geométricas de las poligonales, enmarcadas principalmente en las condiciones de cierre angular de estas, donde la principal condición está en que la sumatoria de ángulos internos siempre deberá ser igual a:

∑Ángulos internos = 180 (n-2)

Donde, n: Es el número de vértices o lados de la poligonal.

Al aplicar esta fórmula, sabremos que para determinado número de lados siempre los ángulos internos deberán cumplir con cierto valor por ejemplo:

Número de lados	Cierre angular (grados) 180(n-2)
3	180
4	360
5	540
6	720
…	…y así sucesivamente

La sumatoria de ángulos externos también debe cumplir su condición:

∑Ángulos externos = 180 (n+2)

Donde, n: Es el número de vértices o lados de la poligonal.

Cabe mencionar que los ángulos externos se calculan con el complemento de 360º. Muy pocos profesionales trabajan con los ángulos externos aunque es necesario comprender los métodos de obtención de los mismos.

Para demostrar esto, en una primera etapa se determinan los puntos en los cuales se ubicarán las estacas que permitirán observar los vértices del polígono formado. Para ello se unen los vértices con la pita formando triángulos. La cantidad de triángulos está determinada por:

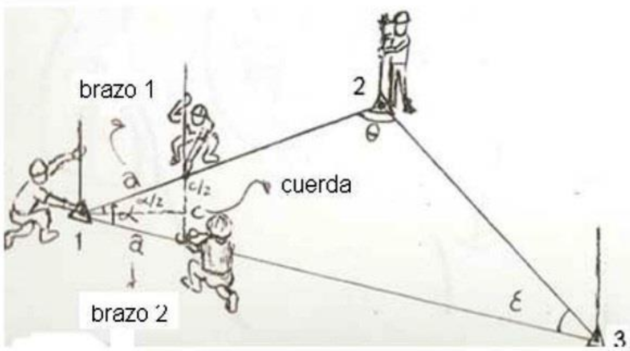
Cantidad de triángulos = números de lados de la poligonal menos 2(n – 2)

Para facilitar el levantamiento del terreno se debe verificar que estos triángulos tengan ángulos entre 45º y 75º ningún triángulo deberá tener menos de 30º ni más de 120º. Este procedimiento se hace a mano alzado. Posteriormente se miden cada una de las distancias señaladas entre los vértices. El anotador quien tiene el croquis toma nota de cada medición.

Para medir los ángulos de los triángulos formados en el levantamiento del terreno existen dos formas:

1. El método del Seno (Cuerda Bisecada).

Este método consiste en formar en el terreno un triángulo isósceles. A partir del vértice en cuestión se miden dos brazos de igual longitud, de tal manera, que los puntos extremos de estos queden en alineamiento, los puntos extremos de los brazos se materializan con el propósito de medir el tercer lado del triángulo, a este se le llama cuerda; si se realiza este proceso se aplica el teorema del seno para determinar el ángulo en cuestión de la siguiente manera.



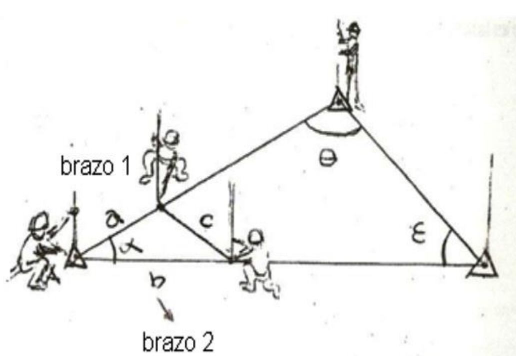
a = brazo

b = cuerda

$\mathrm{sen}\frac{\propto}{2} = \frac{c/2}{a} = \frac{c}{2a}\frac{\propto}{2} = \mathrm{arc\ sen}\frac{c}{2a}$ $\qquad \propto = \mathrm{arc\ sen}\ \frac{c}{2a}$

2. El Método del Coseno.

A diferencia del caso anterior, este método consiste en formar en el terreno un triángulo cualquiera. A partir del vértice en cuestión, se miden brazos de diferente longitud, de tal manera, que los puntos extremos de estos queden en alineamiento, los puntos extremos de los brazos se materializan con el propósito de medir el tercer lado del triángulo a este se le llama cuerda. Si se realiza este proceso se aplica el teorema del coseno para determinar el ángulo en cuestión de la siguiente manera:



$a \neq b \neq c$

$c^2 = a^2 - b^2 - 2ab\ \mathrm{cosc}$

$2ab\cos c = a^2 + b^2 - c^2$

$\cos \propto = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$

$\propto = \arccos \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$

Ya en la segunda etapa del levantamiento la cuadrilla escoge a qué escala se desea representar el terreno levantado teniendo en cuenta que la escala se representa como una fracción con numerador unidad (1):

1: 500, 1:1000, 1: 2000 quiere decir que una unidad medida en el plano representa D unidades en el terreno entonces:

$E = 1{:}D$, también $E = P * T$, entonces $\frac{1}{D} = \frac{P}{T}$ por lo tanto $T = P * D$

T: representa unidades medidas en el terreno

P: unidades medidas en el plano

$D = \frac{T}{P}$ Fórmula para elegir una escala apropiada

D: denominador de la escala

Una vez elegida la escala se construye el terreno en el que se hizo el levantamiento teniendo en cuenta los datos (longitudes y ángulos) que tiene el anotador, y se procede a dar solución a cada triángulo formado en el terreno. Se deben tener muy claros los procesos que deben aplicarse para hallar todos los datos del terreno (medida de ángulos y lados que forman cada triángulo) bien sea los teoremas del seno, del coseno o de ambos.

Para verificar el margen de error del levantamiento del terreno en la medida de los ángulos se hace la sumatoria de los ángulos internos medidos y se compara con la medida que debe tener el polígono formado con la siguiente expresión.

$\sum \text{ángulos interiores} = (n-2)180°$

Para que el levantamiento sea aceptado el margen no debe superar 1º 3`.

Después de garantizada las medidas del terreno se halla el área de este en donde se cuenta con dos opciones:

1. Utilizando la función seno, donde el producto de dos lados que forman un ángulo cualquiera en cada triángulo por el seno del ángulo referenciado dividido a la mitad determina el área del triángulo.

$$A = \frac{b * c * \text{sen } a}{2}$$

2. Utilizando la fórmula de Herón en la cual se halla el semiperímetro de cada triángulo del terreno teniendo en cuenta los siguientes datos:

a: lado conocido del triángulo

b: lado conocido del triángulo

c: lado conocido del triángulo

$$P = \frac{a + b + c}{2}$$

Y luego cuando ya se conozca el semiperímetro del triángulo se halla el área aplicando la expresión.

$$A = \sqrt{P(P - a)(P - b)(P - c)}$$

En este ejemplo se muestra la relación que tiene la trigonometría con las prácticas básicas de la topografía y como puede emplearse.

Y es que las Matemáticas Aplicadas constituyen ser uno de los principales nutrientes de la Topografía, aportando a ella los axiomas que son aceptados posterior a una demostración previa tal y como se realizó en este trabajo, pues resulta altamente evidente que la Topografía sin un vasto razonamiento matemático no sería la ciencia que hoy resulta ser. Por tanto, se puede afirmar que la actividad Matemática en el estudio de la disciplina Topografía, favorece el desarrollo técnico de cada estudiante, el que se ve fortalecido cuando se realizan transferencias de información entre las representaciones matemáticas y los problemas topográficos a solucionar tanto dentro como fuera del aula.

Se coincide con la señalado en Álvarez, Hernández, Cabreras y Herrero (2013) en que el estudio y la demostración de interrelaciones a través de la resolución de problemas, permite a los estudiantes explorar los conceptos, formular sus propias conjeturas, probar las conjeturas y discutirlas en un ambiente de clase general. En este contexto, la argumentación matemática en las soluciones es importante, no sólo porque hace viable la observación de las ideas y nociones que se está concibiendo sobre un saber matemático, sino también, es una forma de generar o desarrollar ideas de esta ciencia sobre la base de sólidos conocimientos matemáticos (Gibert & Ballester, 2013). Claro está que es importante conocer lo que representa un concepto matemático en las disciplinas que forman parte del ciclo de formación especializada en la carrera de Ingeniería Civil, pues coincidiendo con Hitt (2007), "(…) el tratamiento de las diferentes representaciones del concepto es lo que permitirá su construcción, es decir, son necesarias las tareas de conversión entre representaciones y la manipulación coherente de ellas".

Conclusiones.

Se logra demostrar la estrecha relación y vinculación entre disciplinas del ciclo de formación básica y el ciclo de formación especializada, sirviendo como objeto de análisis la Matemática Aplicada y la Topografía, demostrándose a través de ejemplos prácticos la dependencia que tiene la segunda de la primera. La elección de estos ejemplos se realizó de modo que fuera fácil la visualización de lo referido a la dependencia mencionada.

En la Topografía el uso de conocimientos básicos aportados por ramas de la Matemática, como son la Geometría y la Trigonometría se hace indispensable a la hora de resolver problemas que puedan presentarse en la práctica.

El ambiente de estudio y de trabajo se fortalece cuando se realizan labores de este tipo entre las disciplinas que conforman el programa de formación de la carrera, respondiéndose a las necesidades de la formación integral integral del profesional de la construcción para el siglo XXI, capaz de acceder al saber, saber hacer y saber ser desde modos de actuación donde predomine la coherencia y la integración.

Bibliografía.

1. Álvarez, A., Hernández, L., Cabreras, J. F. & Herrero, E., 2013. Estudio de las dimensiones de la integración de las TIC en una universidad tecnológica cubana. Revista Cubana de Ingeniería. Vol. IV, No. 3, pp. 5 -14.

2. Diccionario de la Lengua Española (DEL), 2014. Ed. Real Academia Española (RAE) (vigésima tercera edición). Consultado: octubre 1 de 2017. Madrid (España).

3. EcuRed, s.f. Software Educativo – EcuRed.EnConsultado el 1 de octubre de 2017. [En línea] Available at: https://www.ecured.cu/Software_Española de Matemática Aplicada.(último acceso: 1 octubre 2017)

4. García Martín, A.; Torres Picazo, M., 2011. Guía docente de la asignatura Topografía. Titulación: Grado en Ingeniería Civil. Escuela de Ingeniería de Caminos y de Minas. Universidad de Murcia, Murcia (España), p. 4.

5. Gibert, E. & Ballester, S., 2013. Promoviendo el aprender a aprender matemática en las clases de la educación secundaria básica. Atenas. Vol 4. No. 21, pp. 103-118. Recuperado de: http://atenas.mes.edu.cu

6. Hitt, F., 2007. Utilisation de calculatricessymboliquesdans le cadre d´uneméthoded´apprentissagecollaboratif, de débatscientifique et d´auto-réflexion. In Baron, M.; Guin, D.; Trouche, L. (Eds.) Environnementsinformatisés et ressourcesnumériquespourl´apprentissage: conception et usages, regardscroisés, Col. Systémes de formation et d´enseignement, pp. 1-25.

7. Santamaría Peña, J., Sanz Méndez, T., 2005. Manual de Prácticas de Topografía y Cartografía (vigésima segunda edición). Universidad de la Rioja, Rioja (España), pp. 11-41.