TRATAMIENTO DE LA FUNCIONES EN LA PREPARACIÓN PARA EL INGRESO A LA EDUCACIÓN SUPERIOR

MSc. Jorge Luis Sotolongo Echevarria[1], MSc. Olga Lydia González Reyes[2], Lic. Nelson Posada Martínez[3]

1. Universidad de Matanzas – Centro Universitario "Enrique Rodríguez-Loeches", Calle 54 #904 e/ 9 y 11 Jagüey Grande, Matanzas.

2. Universidad de Matanzas – Centro Universitario "Enrique Rodríguez-Loeches", Calle 54 #904 e/ 9 y 11 Jagüey Grande, Matanzas.

3. Universidad de Matanzas – Centro Universitario "Enrique Rodríguez-Loeches", Calle 54 #904 e/ 9 y 11 Jagüey Grande, Matanzas.

CD de Monografías 2016

ISBN: XXX-XXX-XX-XXXX-X

Resumen

El trabajo aborda uno de los contenidos para la preparación del ingreso a la educación superior en la asignatura Matemática, el cual se evalúa de manera teórica en la pregunta de formato diverso de dicho examen a partir del cálculo de valores funcionales, determinación del dominio de definición, imagen, ceros, monotonía, simetría, paridad, periodicidad y signo de funciones lineales, cuadráticas, potenciales, con radicales, trigonométricas, exponenciales y logarítmicas conociendo su ecuación o su gráfico. Transferencia de una forma de representación a otra de estas funciones, representación de situaciones a través de funciones y viceversa, extracción de conclusiones a partir de la representación brindada, utilizando dichas funciones. Se ha realizado un estudio de las funciones primarias y con sus respectivos desplazamientos en los ejes coordenados de cada una de ellas apareciendo después un resumen de cada una de las propiedades teniendo en cuenta las que le son comunes.

***Palabras claves**: Funciones; Propiedades.*

Introducción

A la asignatura de Matemática se le ha planteado como una de las tareas fundamentales dentro del proceso docente la de "elevar el nivel de eficiencia de la enseñanza de la Matemática en la escuela y la necesidad de encontrar vías, formas y estrategias en función de elevar la calidad del aprendizaje en los alumnos".

Como una vía que puede contribuir a la preparación matemática de los estudiantes en el nivel Preuniversitario y en particular para ayudar en la preparación de los mismos es que los autores de este trabajo se dan a la tarea de elaborar este material para contribuir a una mejor preparación de los estudiantes con vistas a su formación matemática general y a su preparación para continuar sus estudios en la Educación Superior por lo que pone en manos de los estudiantes un material que les sirva para organizar y desarrollar su preparación.

El concepto función es resultado de una larga evolución histórica hasta llegar a su definición actual, al dejarse de exigir: 1) que su representación gráfica fuera una curva continua y 2) que estuviera dada necesariamente mediante una expresión analítica (ecuación). La denominación de función fue utilizada por primera vez por el alemán W.G. Leibniz en 1694 para designar una relación de dependencia entre dos magnitudes.

Gracias al lenguaje simbólico de la matemática hoy en día no solo se puede establecer de manera unívoca el significado de las proposiciones matemáticas, sino que también se facilita escribirlas de forma más compacta y clara, lo cual favorece su comprensión y fijación y permite el desarrollo de cálculos y algoritmos, que si bien son posibles en teoría mediante el lenguaje natural, se podrían realizar difícilmente en la práctica. De esta manera podemos establecer relaciones a partir de informaciones dadas en diferentes formatos y podemos

ISBN: XXX-XXX-XX-XXXX-X

interpretar, representar o generalizar situaciones de la realidad, o de la propia matemática, mediante reglas verbales, tablas, gráficos o ecuaciones que describen funciones. El relacionar la parte gráfica de las funciones, sus propiedades y su expresión analítica como un recurso indispensable en la solución de problemas, ha constituido una de las mayores dificultades que evidencian los alumnos.

Gran parte de los docentes atribuyen estas insuficiencias al pobre desarrollo del pensamiento lógico que logran sus alumnos en el aprendizaje de la Matemática; sin embargo, en un gran número de casos el problema está dado en una inadecuada comprensión de los datos gráfico de las funciones y su consecuente expresión analítica; es por ello, que muchos de los estudiantes son capaces de deducir grupos de relaciones desde su análisis en la expresión analítica sin tener la menor idea del significado en la parte gráfica de lo obtenido.

De ahí que muchas veces se olvida que para resolver problemas sobre funciones, dada la naturaleza de los conceptos en este contenido, se hace necesario analizar detalladamente cada uno de los datos que me ofrece la expresión analítica y su relación con elementos que me aporta la representación gráfica (o viceversa), pues se debe tener presente que la recepción de cualquier información (y sobre todo la parte gráfica) se realiza por uno de los canales: la vista o el oído, es decir escuchamos lo que leemos y observamos lo que vemos de esa lectura.

Contenidos en el programa vigente para el ingreso a la Educación Superior relacionados con las funciones:

- Cálculo de valores funcionales.
- Determinación de dominio de definición, imagen, ceros, monotonía, simetría, paridad, periodicidad y signo de funciones lineales, cuadráticas, potenciales, con radicales, trigonométricas, exponenciales y logarítmicas a partir de su ecuación o su gráfico.
- Transferencia de una forma de representación a otra de las funciones racionales, irracionales (con radicales), trigonométricas, exponenciales y logarítmicas.
- Representación de situaciones a través de funciones y viceversa, extracción de conclusiones a partir de la representación brindada, aplicando funciones racionales, irracionales (con radicales), trigonométricas, exponenciales y logarítmicas.

Desarrollo:

La interpretación correcta de expresiones tan simples y cotidianas como: crecimiento o decrecimiento lineal, salto exponencial de la economía, procesos continuos o discontinuos; optimizar el área de siembra, entre otras, lleva consigo el dominio por parte del hombre común actual de la teoría de funciones y sus aplicaciones.

ISBN: XXX-XXX-XX-XXXX-X

Dados dos conjuntos X, Y cualesquiera, una función $f: X \rightarrow Y$ es una correspondencia que a cada elemento x ($x \in X$) le hace corresponder un único elemento y ($y \in Y$) que se denota y = f(x).

Al conjunto X se le llama conjunto de partida o dominio de la función y se denota Dom f. Al conjunto de todos los $y \in Y$, tales que existe un x con y = f(x) se le denomina imagen de la función y se denota Im f. A x se le denomina preimagen, argumento o variable independiente y a y = f(x), imagen de x por la función f o variable dependiente.

También puede definirse como: Dados dos conjuntos X, Y cualesquiera. Una función f de X en Y ($f: X \rightarrow Y$) es un conjunto de pares ordenados (x;y) tal que $x \in X$, $y \in Y$, y cada x aparece como la primera coordenada de un solo par ordenado.

El **cero** de una función es el valor del dominio tal que su imagen es cero y gráficamente se puede ver como el punto donde el gráfico de la función corta al eje de las abscisas o eje de las x. Una función puede tener varios ceros o no tener ceros.

El intercepto de una función con el eje de las ordenadas es el valor de la $y \in Y$ tal que es la imagen de x = 0. Gráficamente es el punto donde la función corta al eje de las ordenadas o eje de las y.

Una función es inyectiva si para dos valores iguales de la imagen le corresponden valores iguales del dominio.

Una función f es monótona creciente (estricta) si para todo $x_1 < x_2$ se cumple que

$f(x_1) \leq f(x_2)$ [$f(x_1) < f(x_2)$].

Una función f es monótona decreciente (estricta) si para todo $x_1 < x_2$ se cumple que

$f(x_1) \geq f(x_2)$ [$f(x_1) > f(x_2)$].

La función f es par si y solo si para todo $x \in$ Dom f, $-x \in$ Dom f se tiene que $f(x) = f(-x)$.

El gráfico de una función par es simétrico con respecto al eje de las ordenadas.

La función f es impar si y solo si para todo $x \in$ Dom f, $-x \in$ Dom f se tiene que $f(x) = -f(-x)$.

El gráfico de una función impar es simétrico con respecto al origen de coordenadas.

El valor máximo de una función es el mayor valor que puede alcanzar un elemento de su imagen.

El valor mínimo de una función es el menor valor que puede alcanzar un elemento de su imagen.

Una función real f, es periódica si existe un número real T, tal que para todo elemento, x, del dominio de la función se cumple que f(x) = f(x + T). El número T recibe el nombre de período de la función.

CD de Monografías 2016

ISBN: XXX-XXX-XX-XXXX-X

Resumen de las propiedades de las funciones:

1- El dominio de las funciones: lineales, cuadráticas, modulares, raíz cubica, seno, coseno y exponencial es x Є R mientras que el de la función de proporcionalidad inversa es x Є R: x$\neq 0$, el de la raíz cuadrada es x Є R: x≥ 0 , si está desplazada sobre el eje x o en ambos es x Є R : x$\geq -b$ y el de la logarítmica es X Є R : X> 0, si está desplazada sobre el eje x o en ambos es x Є R : x$> -b$, el de la tangente es X Є R : x≠(2k$+ 1$) $\frac{\pi}{2}$, k$\in Z$

2- La imagen de las funciones: lineales, cúbica, raíz cúbica , tangente y logarítmica es y Є R, para la cuadrática, la modular y la raíz cuadrada y Є R: y≥ 0 , si tiene desplazamiento sobre el eje y o en ambos es : y$\geq c$ si abre hacia arriba (a> 0) y Si a < 0 entonces y Є R: y≤ 0, si tiene desplazamiento sobre el eje y o en ambos: Si a < 0 entonces y Є R : y$\leq c$ es decir si abre hacia abajo, la de proporcionalidad inversa es y Є R : y$\neq 0$, la exponencial es Y Є R : y> 0 si tiene desplazamiento en el eje x o en ambos es Y Є R : y$> c$, el seno y el coseno es [- 1, 1]

3- Paridad: son funciones impares las lineales, proporcionalidad inversa, cúbica, raíz cúbica (todas en su forma normal), seno y la tangente (y= m x, y= $\frac{k}{x}$, y= ax^3, y=a $\sqrt[3]{x}, y = sen\,x, y = tan\,x$) pues son simétricas respecto al origen de coordenadas, al desplazarse no tienen paridad, y pares: la cuadrática, modular (las normales) o su desplazamiento es en el eje y, el coseno (y= a x^2, y= ax^2 + c, y= a $|x|$, $y = a\,|x| + c$, $y = cos\,x$) pues son simétricas respecto al eje de coordenadas y al desplazarse en eje x no tienen paridad y la raíz cuadrada, la exponencial y la logarítmica no tiene paridad.

4-Valor máximo tienen la cuadrática, la modular y la raíz cuadrada cuando abren hacia abajo (a < 0), el seno y coseno es y= 1.

5- Valor mínimo tienen la cuadrática, la modular y la raíz cuadrada cuando abren hacia arriba (a> 0), el seno y coseno es y= - 1.

6- Monotonía: son funciones monótonas la lineal, cúbica, raíz cuadrada, exponencial, logarítmica y raíz cúbica, es decir (lineal m> 0 para las otras a> 0) son monótonas crecientes en todo su dominio, si en la lineal m<0 y para el resto a<0, así como en la logarítmica 0<a<1, son monótonas decrecientes en todo su dominio. Las cuadráticas y las modulares son monótonas por intervalos es decir a> 0 para los valores menores que la abscisa del vértice decrece y para los valores mayores que la abscisa del vértice crece; si a < 0 para los valores menores que la abscisa del vértice crece y para los valores mayores que la abscisa del vértice decrece .La de proporcionalidad inversa si a < 0 es creciente, a> 0 es

CD de Monografías 2016
(c) 2016, Universidad de Matanzas "Camilo Cienfuegos"
ISBN: XXX-XXX-XX-XXXX-X

decreciente en todo su dominio aunque como no es una función continua es por ello que no es monótona, el seno y el coseno por intervalos

7- Inyectivas: son todas, excepto la cuadrática, la modular y las trigonométricas

8- Ceros: para su cálculo se hace y=0 y se resuelve la ecuación, en el caso de no realizarse transformaciones equivalentes como en la raíz cuadrada hay que comprobar si es solución.

9- Intercepto con el eje Y: haciendo x =0 se resuelve la ecuación obtenida.

10- Signo de la función: Si es positiva o negativa, se determinan los ceros, se ubica en la recta numérica y se hace el análisis de los signos determinando los intervalos donde la función es positiva o negativa, en el caso de la de proporcionalidad inversa se representa también la asíntota vertical además del análisis realizado para las otras.

Después de aplicar los instrumentos se pudo constatar que:

El diagnóstico inicial efectuado en el curso 13 -14 a los 90 estudiantes de la orden 18 es decir, las comprobaciones realizadas arrojaron los resultados siguientes:

Presentados	Aprobados	suspensos	% de aprobado
84	7	77	8.3
80	10	70	8,0
99	34	65	34,3

Al aplicar el material elaborado en el otro curso de la orden 18 es decir curso 14 – 15 los resultados fueron:

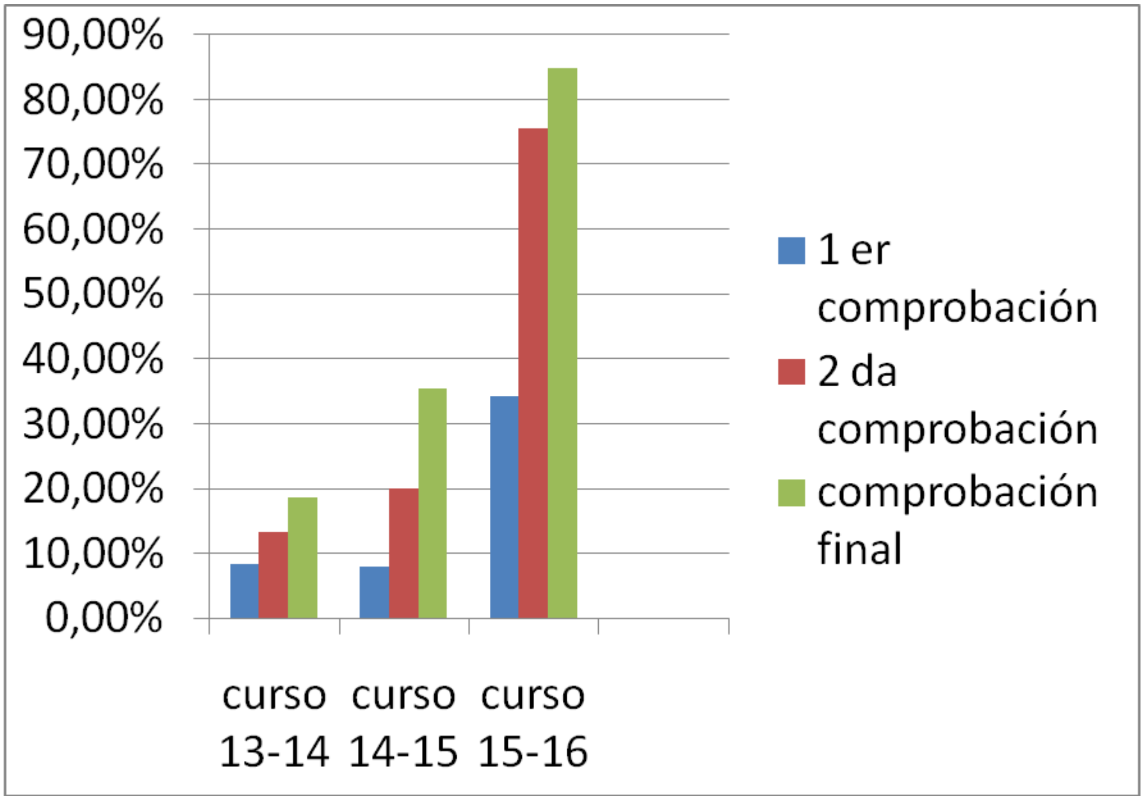
Presentados	Aprobados	suspensos	% de aprobado
76	10	66	13,2
84	18	66	20
90	68	22	75,5

Al aplicarse en el curso 15 – 16 los resultados fueron:

Presentados	Aprobados	suspensos	% de aprobados
59	11	48	18,6
62	22	40	35,5

CD de Monografías 2016
(c) 2016, Universidad de Matanzas "Camilo Cienfuegos"
ISBN: XXX-XXX-XX-XXXX-X

66 56 10 84,8



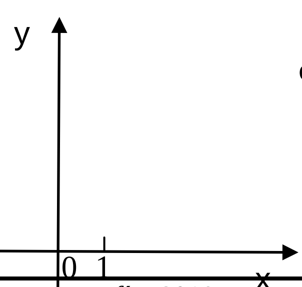
Ejemplos de pruebas diagnósticas:

Curso 2013 – 2014 Primera comprobación

Di cual de las siguientes correspondencias son funciones

a) __La correspondencia definida de **N** en **N** en que a cada número natural le asocia su antecesor es una función.

b)



c)

x	…	- 3	- 2	- 1	0	1	2	3	…

CD de Monografías 2016

ISBN: XXX-XXX-XX-XXXX-X

|x|	…	3	2	1	0	1	2	3	…

Segunda comprobación

____ La correspondencia definida de Z en Z en que a cada número entero le asocia su valor absoluto es una función.

____ El término x= 1 es un cero del polinomio $x^3 + x^2 + x - 6$

____La función f definida en ℝ por f(x) = $\frac{1}{x+2} - 3$ tiene dominio x$\in R$: x=- 2

___ La función g definida en ℝ por la ecuación g(x) = $-(x-6)^3 + 3$ es una función que no es ni par ni impar.

____ Una parábola de ecuación y = $(x - 5)^2 - 4$ tiene como vértice el punto (- 4, 5).

Comprobación final

1 Lee detenidamente la pregunta y responda:

1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas o falsas. Justifica las falsas.

___ La correspondencia que a cada número entero se le asocia su raíz cúbica es una función.

___ La función g definida en ℝ por $g_{(x)} = (x-4)^3$, es monótona creciente en todo su dominio.

___ Los ceros de la función y= |x| – 4 son x = 2 y x= 3.

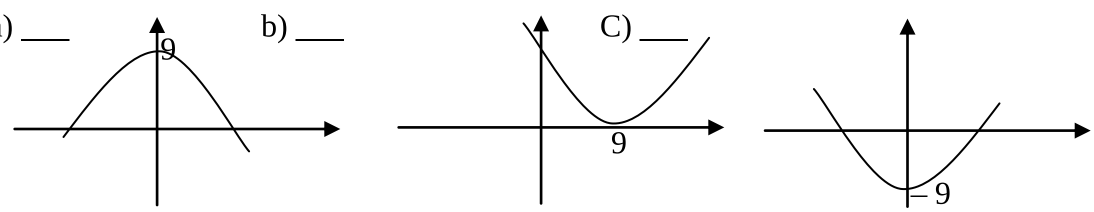
___ La función definida por y= $\sqrt{x+3}$ +2 tiene un valor mínimo que es y = 2

___ La imagen de la función y= | x +3 | +5 es y$\in R$: y≤ 5

Marca con una X la respuesta correcta:

1.2.1- Dada la función f(x) = $x^2 - 9$. ¿Cuál de las siguientes gráficas representa la función dada?

a) ___ b) ___ C) ___



CD de Monografías 2016

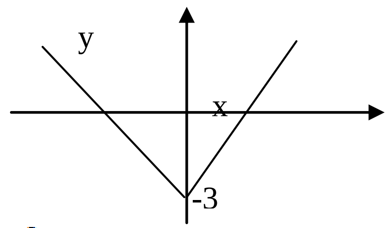
ISBN: XXX-XXX-XX-XXXX-X

1.2.2 La función n(x) = - $(x-5)^3+8$ es negativa para x Є R :

----- X≤ 3 ----X≥ -7 ---X> 7 ----X< -3

1.3 – Completa los espacios en blancos.

1.3.1- El gráfico que aparece a continuación corresponde a la función con ecuación_____________



1.3.2 La función y= $(x-9)^2$- 25 es monótona creciente para __________

Conclusiones

En el trabajo se asume como fundamento teórico el contenido relacionado con la temática de funciones, los cuales son aplicados en ejercicios de formato diverso en las pruebas de ingreso de la asignatura de matemática para la educación superior.

Los resultados de los instrumentos aplicados para caracterizar el estado actual de los estudiantes sobre los conocimientos que tiene sobre funciones, permitió constatar las limitaciones que existen en el aprendizaje por parte de ellos en dicho contenido.

Se elaboró un material de apoyo a la docencia con el objetivo de contribuir a elevar el aprendizaje de los estudiantes, el material llevado a cabo durante los cursos 2013 -2014 y 2014 – 2015 en la orden 18 evidencia las trasformaciones positivas en los resultados del aprendizaje de los contenidos sobre funciones en comparación con el curso anterior en los exámenes de ingreso a la educación superior.

ISBN: XXX-XXX-XX-XXXX-X

Bibliografía

COLECTIVO DE AUTORES. Libros de textos de Matemática 7mo., 8vo., 9no., 10mo., 11no. y 12mo grados. Editorial Pueblo y Educación, La Habana.

COLECTIVO DE AUTORES. Cuadernos complementarios de Matemática. (7.mo grado, 8vo. grado y 9. no grado) Editorial Pueblo y Educación, La Habana.

COLECTIVO DE AUTORES. Manual de Ejercicios de Matemática para la Educación Media Superior Primera Parte. Editorial Pueblo y Educación, 2008

COLECTIVO DE AUTORES . Matemática I Semestre. Editorial Pueblo y Educación, 2007

COLECTIVO DE AUTORES . Matemática II Semestre. Editorial Pueblo y Educación, 2007

COLECTIVO DE AUTORES. Matemática IV Semestre. Editorial Pueblo y Educación, 2007

COLECTIVO DE AUTORES . Matemática V Semestre. Editorial Pueblo y Educación, 2007

DÍAZ, M. Ejercicios y problemas integradores de matemática para la enseñanza media superior, Editorial Pueblo y Educación, 2013

SANDOVAL , A. Matemática III Semestre. Editorial Pueblo y Educación, 2007

ISBN: XXX-XXX-XX-XXXX-X