TOMA DE DECISIONES EN LA EMPRESA DE PRODUCTOS LÁCTEOS DE COLÓN CON APOYO DE LA INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES.

Ing. Manuel Domínguez Alejo[1], MSc. Adriana Delgado Landa[2].

1. Universidad de Matanzas Sede "Camilo Cienfuegos", Vía Blanca Km.3 1/2, Matanzas, Cuba.

2. Universidad de Matanzas Sede "Camilo Cienfuegos", Vía Blanca Km.3 1/2, Matanzas, Cuba.

CD de Monografías 2015

Resumen

El presente trabajo fue desarrollado en el establecimiento de Productos Lácteos del municipio Colón. El objetivo es aplicar los modelos de programación lineal en la asignación de recursos a actividades competitivas y conocimientos de estos para la toma de decisiones, haciendo uso de herramientas como el software WinQSB.

Aquí se muestran los resultados de la aplicación de la Investigación de Operaciones en la toma de decisiones a partir de la definición, modelación, solución e interpretación del problema identificado en la empresa; teniendo en cuenta el desarrollo de la Práctica Profesional II de los estudiantes de Licenciatura en Economía.

Palabras claves*: Investigación de operaciones, Decisión, Empresa.*

Introducción

La investigación de operaciones permite el análisis de la toma de decisiones teniendo en cuenta la escasez de recursos, para determinar cómo se puede optimizar un objetivo definido, como la maximización de los beneficios o la minimización de costos.

Este trabajo se realizó en la empresa de Productos Lácteos del municipio Colón, la misma se encuentra ubicada en el Km. 194 de la carretera central a unos 3 Km de este municipio. En ella se realizan procesos de producción y distribución fundamentalmente con el objetivo de satisfacer las diferentes cestas de consumo de los clientes. Con esta pequeña investigación se pretende realizar un estudio de sus producciones apoyándose en la investigación de operaciones para administrar de forma eficiente sus recursos y minimizar los costos en sus producciones, incluyendo los costos de transportación. Se muestra una breve panorámica de la programación lineal como es la modelación matemática del problema, los cambios post-optimales, la teoría de la dualidad, el problema del transporte y la interpretación de las variables, además, la caracterización de la empresa y de los métodos y herramientas utilizada, también se reflejan los problemas presentados por la empresa, dándole solución a los mismos como parte de una vinculación entre la Práctica Profesional II y la Investigación de Operaciones a partir de la utilización del sistema de invariantes funcionales de la habilidad resolver problemas de decisión empresarial (Delgado, A. y Tarifa, L. 2014). Este sistema de invariantes consiste en un grupo de acciones que constituyen una base orientadora general para desarrollar el proceso de resolución de problemas de decisión empresarial que se resume en la definición del problema, luego el modelo matemático del mismo, después su solución y por ultimo elaborar una propuesta de solución para la empresa a partir de la interpretación de los resultados. Algunas de las acciones a desarrollar en cada paso son las siguientes

- Caracterizar el área o departamento de la empresa que se va a investigar.

- Identificar una situación de toma de decisión donde difiere el estado real del estado deseado o más conveniente para la empresa.
- Identificar las variables implicadas: controlables o no.
- Determinar los objetivos y sus limitantes.
- Identificar los métodos a utilizar para la recogida de información.
- Determinar si el modelo es determinístico o probabilístico en correspondencia con el comportamiento de los parámetros y variables.
- Comprobar que se cumplen los supuestos del modelo.
- Aplicar el algoritmo de trabajo referente al modelo, manual o por computadora.
- Interpretar la solución.
- Argumentar la solución del modelo.
- Elaborar un informe con los elementos anteriores.

Desarrollo

Modelación de un problema de programación lineal

La Programación Lineal es uno de los modelos matemáticos más utilizado dentro de la Programación Matemática y el mismo se compone de un conjunto de funciones lineales que representan un sistema bajo estudio.

Su nombre se debe esencialmente a que es un modelo que permite programar o planear a qué nivel deben operar distintas actividades competitivas (variables de decisión), para lograr optimizar una función objetivo, considerando que deben cumplirse un conjunto de restricciones que tiene el sistema. Tanto la función objetivo como las restricciones se representan por igualdades o desigualdades lineales. Es un modelo de tipo determinístico, o sea todos los valores de los coeficientes del sistema de ecuaciones son valores fijos o determinados.(Colectivo de autores, Programación Matemática)

Se aplica a un amplio campo de actividades de la producción, los servicios y la sociedad, como pueden ser, la confección de planes de producción óptimos, optimizar sistemas de transportación, minimizar impactos medio ambientales, etc.

Para determinar que valores deben tomar las variables de decisión se usó el método Simplex, el cual permite hallar la solución de una forma simple y eficiente de los modelos de P. L. Este método se basa en un algoritmo, es decir, un proceso iterativo que repite varias acciones hasta llegar a la solución del problema.

Procedimiento algebraico del Método Simplex.

El procedimiento algebraico que se describe a continuación, asume que el problema está en su forma estándar, esto es:

- La función objetivo es de maximizar.

- Todas las restricciones son del tipo menor o igual (≤)

- Todas las variables de decisión son mayores o iguales que cero (condición de no negatividad).

Primer paso: Convertir las desigualdades en igualdades. Uso de las variables de holgura.

Las variables de holgura se adicionan a la parte izquierda de la desigualdad y asimilan la diferencia entre la parte derecha y la izquierda de la desigualdad y por ende tienen un significado real en la solución del problema, o sea si tiene valor en la solución óptima, se interpretará como la cantidad de recurso limitante de la restricción a que estaba asociada la variable de holgura que sobra.

Segundo paso: Encontrar una solución básica factible inicial.

El Método Simplex selecciona siempre el punto de origen de coordenadas como solución básica factible inicial y para ello da valor cero a las variables reales del problema y toman valor positivo las variables de holgura.

Tercer paso: Chequear el criterio de solución óptima.

En este paso se chequea si la solución básica obtenida es óptima o sea si no existe ninguna variable no básica que al pasar a básica y por ende tomar valor positivo, mejoraría el valor de la función objetivo. Para ello se chequea el signo de los coeficientes de las variables no básicas en la función objetivo, si alguno de ellos es negativo quiere decir que la solución actual NO es óptima y que puede existir una solución mejor y para encontrarla habrá que hacer una iteración.

Cuarto paso: Encontrar una nueva solución básica factible al problema de P.L.

El procedimiento requiere seleccionar, de las variables no básicas que mejoran la solución actual, una para que "entre" a la base y determinar cuál será la variable básica que pasa a ser no básica, o sea, que "sale" de la base. Esto se realiza de la siguiente forma:

- <u>Selección de la variable no básica que "entra" a la base</u>

De todas las variables no básicas se selecciona aquella que más incrementa la función objetivo, o sea, la que tenga el mayor coeficiente con signo negativo.

- <u>Selección de la variable básica que "sale" de la base.</u>

Para poder garantizar que en la próxima iteración la solución sea factible, se seleccionará como la variable básica que sale a aquella que llegue primero a cero cuando la variable seleccionada para entrar a la base se incrementa.

Para realizar una nueva iteración se realizarán los siguientes pasos sobre la misma tabla simplex:

- Dividir la fila de la variable que sale entre el pivote (a r k).

- Calcular los elementos de la nueva tabla correspondientes a las otras filas, utilizando la siguiente expresión:

NUEVO VALOR = VALOR ACTUAL - (ai k) (ar j) / a r k

Análisis de Sensibilidad

Cambios en la parte derecha de la desigualdad (b_I)

Cuando ocurren cambios en los b_i lo que puede pasar es que la solución óptima actual se convierta en una solución no factible, por lo que se chequeará en este caso es si después del cambio se mantiene o no la factibilidad de la solución, o sea si todos los términos de la parte derecha son positivos o ceros y por ende se cumple la condición de no negatividad de las variables ($Xj \geq 0$).

Para analizar los efectos del cambio en la solución óptima actual planteamos:

$Po^{*} = Po + \alpha P_K$

Po: vector actual

α: variación

P_K: vector columna asociado a la variable que se corresponde con la variación.

Si aparece algún valor negativo en el nuevo vector, entonces la nueva solución es no factible y por ende no óptima y habrá que hacer una nueva iteración para encontrar la nueva solución del problema se aplica el algoritmo Dual Simplex.

Pasos en el algoritmo Dual Simplex

1- Se determina la variable que sale, se aplica el criterio de salida (Min Po; Po ‹ 0)

2-Se determina la variable que entra, se aplica el criterio de entrada

- Problema de Max Max $Z_j - C_j$ /Prj Prj‹ 0

- Problema de Min Min $Z_j - C_j$ /Prj Prj‹ 0

El modelo de transporte

Características.

1. Todos los coeficientes de las restricciones del modelo de transporte tienen coeficientes uno o cero.

2. El modelo tiene m + n restricciones, pero de ellas sólo m + n – 1 son linealmente independientes.

3. El modelo tiene m*n variables, pero la solución básica tendrá m+n-1 variables básicas y el resto no básicas.

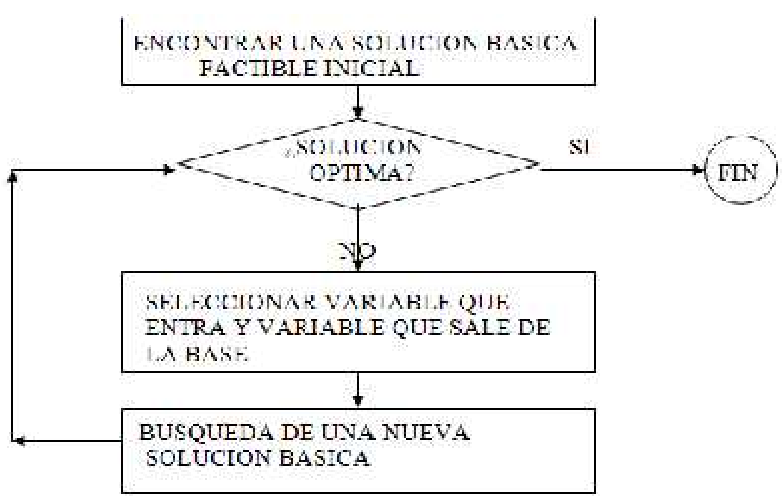
4. Para que el modelo tenga solución tiene que cumplirse que la suma de las disponibilidades en los orígenes tiene que ser igual a la suma de las necesidades o requerimientos en los destinos. *A este tipo de problema se le denomina el problema balanceado de transporte.*

Búsqueda de una solución básica factible inicial al problema de transporte.

El procedimiento para la búsqueda de una solución óptima al problema de transporte, es un algoritmo basado en el Método Simplex, pero que aprovecha la característica de que los coeficientes de las restricciones son uno o cero y el procedimiento se simplifica.

El procedimiento de optimización parte de hallar una solución básica factible inicial al problema, que tendrá m+n-1 variables básicas y el resto de las variables serán no básicas, o sea, iguales a cero. (Hillier, F. S. y Lieberman, G. J. 2010).

El algoritmo general de solución es similar al del método simplex visto con anterioridad y se puede representar de la siguiente manera:



<ins>*Para la búsqueda de una solución básica factible inicial existen varios métodos:*</ins>

1-Método de la esquina noroeste

2-Método del costo mínimo de la matriz

3- Método del costo mínimo de la fila

4- Método del costo mínimo de la columna.

Búsqueda de la solución óptima en el problema de transporte.

Una vez encontrada una SBFI al problema de transporte el próximo paso, siguiendo el algoritmo descrito anteriormente sería probar si la solución es óptima. En caso que no lo sea, habría que hallar una nueva solución, haciendo una nueva iteración.

Se explicarán dos métodos para la búsqueda de una solución óptima: el método de “saltando sobre piedras” (stepping stone) y el método simplex de transporte, también denominado como método MODI (MOdified DIstribution).

Método SIMPLEX o MODI

Este procedimiento se basa en la utilización de las variables duales del problema de transporte, por lo que se definirá una variable por cada fila de la tabla de transporte (U_i) y una por cada columna (V_j).

<u>El método sigue los siguientes pasos:</u>

- Definir las variables duales U_i y V_j.

- Encontrar el sistema de ecuaciones para las variables duales. Para cada variable básica (celda con valor) se plantea la ecuación:

  $U_i + V_j = C_{ij}$ para todo i, j asociado a variables básicas.

Este sistema tendrá m+n incógnitas y m+n-1 ecuaciones.

- Encontrar el valor de las variables duales. A partir del sistema de ecuaciones anterior se hace una de las variables igual a cero y se halla el valor del resto de las variables.

- Probar el criterio de optimalidad de la solución actual.

Para cada variable no básica (casilla vacía) evalúe la siguiente ecuación:

$C_{ij} - U_i - V_j$

Si todos $C_{ij} - U_i - V_j \geq 0$ entonces la solución es ÓPTIMA.

Si alguno de los $C_{ij} - U_i - V_j$ es negativo la solución no es óptima y habrá que encontrar una nueva solución, seleccionando como la variable que entra a la base aquella que tenga el $C_{ij} - U_i - V_j$ más negativo.

La decisión de la variable que sale y la iteración es similar a lo visto en el anterior método.

2. <u>Caracterización de la empresa:</u>

El establecimiento Antonio Rodríguez de Colón es una entidad de la Empresa de Productos Lácteos de Matanzas. Esta entidad se encuentra ubicada en el Km. 194 de la carretera central a unos 3 Km de este municipio. En ella se realizan procesos de producción y distribución fundamentalmente con el objetivo fundamental de satisfacer las diferentes cestas de consumo de los clientes. La industria está conformada por un edificio principal donde se encuentran las áreas de producción, el laboratorio y otros complementarios que sirven como oficinas, talleres, sala de máquinas, cafetería, comedor, almacenes y otras áreas de servicio.

La plantilla actual es de 295 trabajadores, de ellos 67 son mujeres y 228 hombres.   Existe un núcleo del PCC con 26 militantes, un comité de base de la UJC con 9 militantes, cuatro secciones sindicales, estando afiliados el 100% de los   trabajadores.

Los principales productos que se elaboran en la entidad son: yogurt de soya, yogurt natural, yogurt de sabores, leche fluida, leche en bolsa, queso fundido, queso Almirante, suero porcino y yogurt para el turismo (ya sea natural o de sabores.)

Situación presentada en el proceso de producción:

El establecimiento de productos lácteos de Colón Antonio Rodríguez desea conocer como cumplir de forma eficiente el plan de producción del próximo mes, aprovechando al máximo los recursos disponibles, con el objetivo de maximizar sus ganancias. Esta empresa produce dos tipos fundamentales de productos: leche pasteurizada y yogurt natural. Se conoce que la ganancia neta que se obtiene por la producción de cada bolsa de leche es de $2.00 y de yogurt natural $3.00.De los recursos disponibles el más restringido es la leche, que es la materia prima fundamental de estas producciones, de la cual solo se dispone de 40 000 litros al mes. Según el plan de producción la empresa debe producir 2 000 y 5 000 bolsas de leche y yogurt natural respectivamente. Además la fábrica posee limitaciones con el consumo de energía eléctrica, el cual no debe sobrepasar los 30 000 kw-h al mes. Se sabe que la fabricación de una bolsa de leche utiliza 2 kw-h y la de yogurt 4 kw-h.

Construcción del modelo de P.L

Definición de la variable:

$X_{1:}$ cantidad de bolsas de leche pasteurizada a producir el próximo mes.

X_2: cantidad de bolsas de yogurt natural a producir el próximo mes.

Función Objetivo:

$$\text{Max } Z = 2X_1 + 3X_2$$

Condición de no negatividad:

$X1, X2 \geq 0$

Sistema de restricciones:

$X_1 + X_2 \leq 40\ 000$ Disponibilidad de leche

$X_1 \geq 2\ 000$ Plan de producción de las bolsas de leche

$X_2 \geq 5\ 000$ Plan de producción de las bolsas de yogurt

$2\ X_1 + 4\ X_2 \leq 30\ 000$ Disponibilidad de energía eléctrica

Solución del modelo de P.L a través del método simplex, (en este caso el software WinQSB facilita este proceso iterativo).

La solución óptima para este modelo obtenida a través del software WinQSB se muestra a continuación.

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	5.000,0000	2,0000	10.000,0000	0	basic	1,5000	M
2	X2	5.000,0000	3,0000	15.000,0000	0	basic	-M	4,0000
	Objective	Function	(Max.) =	25.000,0000				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	10.000,0000	<=	40.000,0000	30.000,0000	0	10.000,0000	M
2	C2	5.000,0000	>=	2.000,0000	3.000,0000	0	-M	5.000,0000
3	C3	5.000,0000	>=	5.000,0000	0	-1,0000	0	6.500,0000
4	C4	30.000,0000	<=	30.000,0000	0	1,0000	24.000,0000	90.000,0000

		X1	X2	Slack_C1	Surplus_C2	Surplus_C3	Slack_C4	Artificial_C2	Artificial_C3		
Basis	C(j)	2.0000	3.0000	0	0	0	0	0	0	R. H. S.	Ratio
Slack_C1	0	0	0	1,0000	0	1,0000	0,5000	0	1,0000	30.000,0000	
X1	2.0000	1.0000	0	0	0	2.0000	0.5000	0	-2.0000	5.000.0000	
X2	3,0000	0	1,0000	0	0	1,0000	0	0	1,0000	5.000,0000	
Surplus_C2	0	0	0	0	1.0000	2.0000	0.5000	-1.0000	-2.0000	3.000.0000	
	C(j) Z(j)	0	0	0	0	1,0000	1,0000	0	1,0000	25.000,0000	
	* Big M	0	0	0	0	0	0	-1.0000	-1.0000	0	

Interpretación de la solución:

Se deben producir 5 000 bolsas de leche pasteurizada y 5 000 bolsas de yogurt natural, dejando de utilizar 30 000 litros de la leche disponible para las producciones, incrementar el plan de producción de la leche en 3 000 bolsas y cumplir con el plan de producción de bolsas de yogurt, utilizando el máximo disponible de la energía eléctrica para así obtener una ganancia de $ 25 000.00

Análisis de sensibilidad

Cambios en la parte derecha de la desigualdad (bi)

Con el propósito de reducir los recursos empleados en el proceso de producción se ha propuesto para el próximo mes disminuirlos litros de leche adquiridos para no derrochar esta materia prima fundamental en 30 000 litros.

$b_1 = 40\ 000$

$b^*_1 = 10\ 000$

$Po^* = Po + \alpha\ P_K$

$$Po^* = \begin{bmatrix} 30\ 000 \\ 5\ 000 \\ 5\ 000 \\ 3\ 000 \end{bmatrix} - 30\ 000 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5\ 000 \\ 5\ 000 \\ 3\ 000 \end{bmatrix}$$

La solución es factible ya que todos los valores del nuevo Xb son positivos, y la misma se muestra a continuación.

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	5.000.0000	2.0000	10.000.0000	0	basic	1.5000	3.0000
2	X2	5.000.0000	3.0000	15.000.0000	0	basic	2.0000	4.0000
	Objective	Function	(Max.) =	25.000,0000				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	10.000,0000	<=	10.000,0000	0	1,0000	8.500,0000	10.000,0000
2	C2	5.000,0000	>=	2.000,0000	3.000,0000	0	M	5.000,0000
3	C3	5.000,0000	>=	5.000,0000	0	0	M	5.000,0000
4	C4	30.000,0000	<=	30.000,0000	0	0,5000	30.000,0000	36.000,0000

		X1	X2	Slack_C1	Surplus_C2	Surplus_C3	Slack_C4	Artificial_C2	Artificial_C3		
Basis	C(j)	2,0000	3,0000	0	0	0	0	0	0	R. H. S.	Ratio
Surplus_C2	0	0	0	2,0000	1,0000	0	-0,5000	-1,0000	0	3.000,0000	
X1	2,0000	1,0000	0	2,0000	0	0	0,5000	0	0	5.000,0000	
X2	3,0000	0	1,0000	-1,0000	0	0	0,5000	0	0	5.000,0000	
Surplus_C3	0	0	0	-1,0000	0	1,0000	0,5000	0	-1,0000	0	
	C(j)-Z(j)	0	0	-1,0000	0	0	-0,5000	0	0	25.000,0000	
	* Big M	0	0	0	0	0	0	-1,0000	-1,0000	0	

Interpretación de la solución

Se deben producir 5 000 bolsas de leche pasteurizada y 5 000 bolsas de yogurt natural, incrementar el plan de producción de la leche en 1 000 bolsas y se debe cumplir el plan de producción de las bolsas de yogurt, utilizándose el máximo disponible de energía eléctrica obteniéndose una ganancia de $ 25 000,00 permitiendo utilizar el mínimo de la disponibilidad del recurso fundamental de las producciones.

Situación presentada en el área de transporte.

La Empresa de productos lácteos de Matanzas cuenta con dos establecimientos productores de leche : Empresa de Productos Lácteos de Colón y la Empresa de Productos Lácteos de Cárdenas, las cuales distribuyen este producto a los Círculos Infantiles de Los Arabos, Cárdenas y Colón. Las disponibilidades diarias de leche en litros en cada establecimiento productor son de 10323 y 17898 respectivamente. Diariamente los círculos infantiles requieren de 5320, 13321 y 9580 litros de leche respectivamente.

Los costos de transportación en $/litros se muestran a continuación:

	CI Los Arabos(1)	CI Cárdenas(2)	CI Colón(3)
Establecimiento de Colón (A)	7	12	4
Establecimiento de Cárdenas (B)	15	5	12

Construcción del modelo de programación lineal del problema de transporte.

Definición de la variable:

X_{ij}: litros de leche a transportar desde el origen i hasta el destino j

i =A, B (Empresas de productos lácteos)

j= 1, 2,3(Círculos Infantiles)

Bloque de restricciones para los orígenes

$X_{11} + X_{12} + X_{13} = 10\ 323$

$X_{21} + X_{22} + X_{23} = 17\ 898$

Bloque de restricciones para los destinos

$X_{11} + X_{21} = 5\ 320$

$X_{12} + X_{22} = 13\ 321$

$X_{13} + X_{23} = 9\ 580$

Función objetivo

Min $Z = 7X_{11} + 12X_{12} + 4X_{13} + 15X_{21} + 5\ X_{22} + 12X_{23}$

Condición de no negatividad

$Xij \geq 0$

La Empresa de Productos Lácteos de Matanzas desea conocer la distribución óptima de los litros de leche y la misma se muestra a continuación. A través del software WinQSB se facilita el proceso de búsqueda de la solución óptima.

	Destination	Destination	Destination 3	Supply	Dual P(i)
Source 1	7 743	12	4 9580	10323	0
Source 2	15 4577	5 13321	12	17898	8
Demand	5320	13321	9580		
Dual P(j)	7	-3	4		
	Objective Value = 178781 (Minim				

03-25-2015	From	To	Shipment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Source 1	Destination 1	743	7	5201	0
2	Source 1	Destination 3	9580	4	38320	0
3	Source 2	Destination 1	4577	15	68655	0
4	Source 2	Destination 2	13321	5	66605	0
	Total	Objective	Function	Value =	178781	

Interpretación de la solución

La empresa de productos lácteos de Colón debe transportar 743 litros de leche al Círculo Infantil de Los Arabos, no debiendo transportar ninguno al Circulo Infantil de Cárdenas y 9 580 al Circulo Infantil de Colón.

La empresa de productos lácteos de Cárdenas debe transportar 4 577 litros de leche al Círculo Infantil de Los Arabos, 13 321 al Círculo Infantil de Cárdenas y no debe transportar ningún litro de leche al Círculo Infantil de Colón.

Conclusiones

Al aplicar el método matemático Simplex se puede llegar a la conclusión de que la empresa presenta problemas en cuanto al uso racional de los recursos, debido a que la utilización de la materia prima fundamental no se aprovecha al máximo.

Además al aplicar el modelo de transporte le muestra a la empresa la cantidad que debe asignar a cada destino en dependencia de los costos de transportación.

A través de las visitas a la empresa como parte de la Practica Profesional II y utilizando los modelos de IO es posible lograr un acercamiento a la realidad empresarial que permita tomar las mejores decisiones.

Bibliografía.

Delgado, A. y Tarifa, L. (2014). La habilidad resolver problemas de decisión empresarial y su sistema de invariantes funcionales. Revista Ethos & Episteme (Brasil), julio-diciembre, 2014, año X, vol. XX con ISNN 1809-0400.

Hillier, F. S. y Lieberman, G. J. (2010). Introducción a la Investigación de Operaciones. McGraw-Hill: México.

Programación Matemática I, Colectivo de autores del Dpto. de Modelación Económica, Editorial ENPES. Tomo I. pp 42-113.