

# **ANÁLISIS COMPARATIVO DE LA NC 207-2003 CON OTROS MÉTODOS DE DISEÑO UTILIZADOS EN CUBA PARA EL DISEÑO DE COLUMNAS ESBELTAS.**

**Ing. Limnavel Pestana Morejón<sup>1</sup>, Ing. Carlos Rodríguez García<sup>1</sup>**

*1. Universidad de Matanzas, Vía Blanca km 3 ½, Matanzas, Cuba.*

## Resumen.

Las Columnas se construyen con el principal objetivo de sostener en altura los elementos que conforman los entresijos y cubiertas. Son elementos, donde una de sus dimensiones es muy superior a las restantes, trayendo consigo un análisis diferente a los demás elementos estructurales debido al surgimiento de las deformaciones de segundo orden producto al pandeo. Las normativas vigentes, en diferentes regiones, traducen este efecto en una amplificación de las solicitaciones, basados en diferentes métodos, con el fin de simplificar los cálculos, obteniendo según estas, resultados muy veraces. La normativa vigente en Cuba difiere de las utilizadas internacionalmente, lo que ha llevado a proyectistas a recurrir a otras normativas o a programas computacionales. En el presente se realiza un análisis del cálculo de la amplificación de momento de la norma cubana “Requisitos generales para el diseño y construcción de estructuras de hormigón” estableciendo una comparación con la normativa estadounidense “Requisitos de Reglamentos para el Concreto Estructural” y el método propuesto por Francisco Medina Torri y Leonardo Ruiz Alejo en su libro Hormigón Estructural I.

**Palabras claves:** Columnas; Esbeltez; Pandeo; Pérdida de estabilidad; amplificador de momento.

---

## Introducción.

Las columnas son elementos estructurales generalmente sometidos a esfuerzos combinados que se originan cuando sobre una sección actúan, simultáneamente, un momento flector ( $M$ ) y un esfuerzo axial de tracción o compresión ( $P$  ó  $P'$ ), dando lugar a la aparición de la flexotracción o flexocompresión respectivamente. Ambas solicitaciones también pueden haber sido además respuesta de la aplicación de una carga descentrada o fuera del baricentro plástico de la sección.

El tratamiento analítico de la flexocompresión resulta muy difícil debido a dos razones en particular: al tratarse de una sollicitación que origina un estado deformacional último que puede hallarse en cualquiera de los dominios de fallo y la necesidad de la evaluación de la esbeltez. Este último motivado por la reducción de la resistencia que ocasiona

El indudable desarrollo alcanzado en la construcción de estructuras ha traído consigo la evolución de los elementos que la componen siendo las columnas como parte de las edificaciones aporricadas y de las estructuras en general un elemento que la mayoría de las veces por una cuestión de estética, de funcionalidad y de economía se pudiera construir las esbeltas, radicando en esto la importancia de estudiar el proceso de cálculo considerando la esbeltez.

El comportamiento de columnas esbeltas fue considerado por Euler hace más de 200 años cuando utilizando columnas biarticuladas define un valor de carga crítica ( $P_c$ ) que constituye el límite que puede alcanzar la carga para impedir que el fallo se produzca por estabilidad. Desde entonces ha sido estudiado por diferentes autores teniendo en cuenta otros factores influyentes, como es el caso de las normas americanas.

En el mundo las normativas son actualizadas cada un período relativamente corto de tiempo, que oscila de 3 a 5 años, no siendo este al caso de la norma cubana aún vigente en nuestro país<sup>1</sup> que tiene ya más de 11 años, pudiendo ser esta la razón de que algunos proyectistas se limiten a su uso, utilizando otros métodos para el cálculo de la amplificación de momento de columnas esbeltas, o en caso de que sea invariable la altura del elemento el aumento de la sección, viéndose afectada la economía con esta decisión. Es por ello que en la presente se realiza una comparación de tres de los métodos más utilizados en Cuba para el cálculo de la sollicitación de momento en caso de columnas esbeltas.

## **Desarrollo.**

El diseño de una columna consiste en la búsqueda de una sección transversal, que unida a una distribución de acero adecuada satisfaga la carga axial mayorada ( $P_u$ ) y el momento de primer orden ( $M_u$ ) a la que estará impuesta. El diseño se torna un tanto complejo por no estar en el caso de los restantes elementos estructurales, donde al conocer la combinación de carga que produce el estado tensional más crítico se conoce el dominio en que ocurrirá el fallo, y por tanto las características del mismo, sino que puede fallar bajo innumerables combinaciones de carga, pudiendo encontrarse en cualquiera de los dominios. Otro factor complejiza su diseño es la no linealidad producto de la geometría, termino al que se debe tener en cuenta por la importancia que presenta en el proceso de diseño, pues la no consideración del mismo pudiera llevar a la columna al fallo.

El análisis de la linealidad de un elemento se puede determinar por la proporcionalidad que exista entre el momento (puede ser producido por una carga  $P$ ), el desplazamiento y la tensión máxima con las cargas actuantes (carga axial de compresión  $P'$ ) que los produjo. Si son proporcionales confirmaría el carácter lineal del elemento, un ejemplo de ello lo constituye la columna representada en la figura 1. Esto se debe a que los elementos son lo suficientemente rígidos para no considerar el desplazamiento “ $y$ ” ( $y$ ), por ser muy pequeño comparado con la longitud de la barra y como consecuencia de ello el desplazamiento “ $x$ ” ( $x$ ), se puede despreciar.

La columna no presenta un comportamiento lineal si el material del cual está compuesto no tiene un comportamiento que cumpla con la Ley de Hooke y/o su geometría es tal que permite deformaciones que no puedan considerarse pequeñas si se compara con las dimensiones del referido elemento. (Altuzarra 2010). Pudiendo ser el mismo caso especificado en la figura 1 con dimensiones menores en su sección transversal, que haría posible que la deformación  $y$  no sea tan pequeña, siendo necesario tomar en consideración a  $x$ .

---

<sup>1</sup>Cuba, febrero de 2015

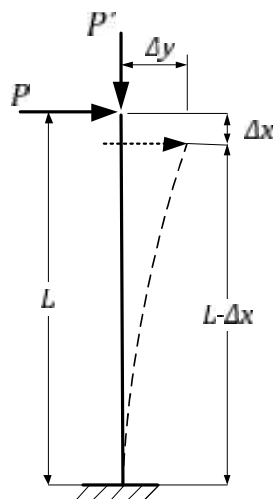


Figura 1. Comportamiento lineal de una columna afectada por cargas horizontales.

Fuente: Altuzarra 2010

O sea al decir de Altuzarra (2010) no hay linealidad cuando se incrementan las cargas, pues entonces no solo hay que considerar el efecto de la carga  $P$ , sino el de la carga  $P'$  que actúa longitudinalmente y deja de cumplir la Ley de Hooke pues deja de haber proporcionalidad entre las cargas y los efectos que ella produce en la barra. Por lo que se puede plantear que la no linealidad del elemento se debe a: el material del cual está compuesto el elemento, de su geometría o ambas factores a la vez. De estos dos casos anteriormente mencionados solo se hará referencia en la presente de la no linealidad en función de la esbeltez. Debido a la importante cuestión de que el efecto del pandeo en columnas esbeltas provoca una caída en la resistencia de la sección producto a que las deformaciones provocadas por las cargas externas se añaden a las que surjan por la acción de la carga axial, produciendo lo que se conoce como amplificación de momento. De ahí la importancia de conocer en el proceso de diseño si la columna, es esbelta experimentando una caída sustancial de la resistencia, o corta, no experimentando cambio alguno en su capacidad portante.

Estas últimas pueden fallar por el tipo de sollicitación a la que están sometidas, en cualquiera de los puntos que conforman el diagrama de interacción, que no es más que: “el lugar geométrico de todas las combinaciones de cargas que llevan a un elemento a alcanzar su estado límite de resistencia” (Valdez 2001), ya que la combinación de carga axial ( $P_n$ ) y momento ( $M_n$ ) puede producir deformaciones que superen lo que resiste la sección transversal. Este tipo de falla se conoce como “falla por resistencia”. Mientras que las columnas que se consideran esbeltas podrán llegar a una deformación producto a la carga axial ( $P_n$ ) y al momento ( $M_n$ ), tal que la deformación aumente indefinidamente sin que necesariamente halla incremento alguno en la carga axial. Este tipo de fallo se conoce como fallo por estabilidad.

Si la columna es esbelta se produce una caída de la resistencia de la sección. En consecuencia de que para la carga actuante se producirá, por los efectos del pandeo un momento adicional de segundo orden  $P_n \Delta$  y el momento flector se ampliará (ecuación 1). Según lo anterior

planeado la sección no resistirá, necesitando una más resistente para soportar la misma combinación de cargas actuantes

$$M_{\Delta} = M_n + P_n \Delta = u M_n \quad (1)$$

Por el incuestionable inconveniente que tendría para el diseño de las columnas la no consideración del efecto que produciría sobre ellas la esbeltez, es que ha sido estudiado por diferentes autores, teniendo en cuenta para ellos distintos factores influyentes. Como es el caso de los documentos que serán analizados posteriormente: NC 207-2003 “Requisitos generales para el diseño y construcción de elementos de hormigón”, ACI 318-2011 “**Building Code Requirements for Structural Concrete**” y el método contenido en el libro Hormigón Estructural I propuesto por los autores Francisco Medina Torri y Leonardo Ruiz Alejo.

**La NC 207 2003 “Requisitos generales para el diseño y construcción de elementos de hormigón”.**

Esta norma, para considerar la disminución de la resistencia producto del pandeo en columnas esbeltas, aumenta el momento actuante, para tener en cuenta el momento de segundo orden surgido por este efecto. Este aumento lo hace mediante el amplificador de excentricidad ( $e_{of}$ ) basándose en que la flexo-compresión puede ser originada por la acción simultánea de una carga axial de compresión y un momento externo o de una carga descentrada, para ello propone la utilización de dos términos,  $e_0$  (ecuación 2) y  $e_c$ .

$$e_0 = \frac{M_u}{P_u} \quad (2)$$

El primer término es conocido como la excentricidad virtual o real, según sea el caso de aparición de la flexo-compresión, partiendo del criterio expuesto en la figura 2.

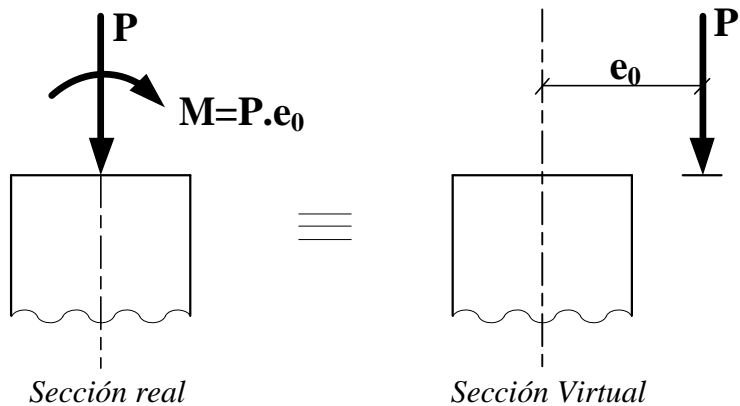


Figura 2. Excentricidades reales y virtuales en elementos sometidos a flexo-compresión.

Mientras que  $e_c$  la excentricidad constructiva, surge por la posibilidad que existe de que las cargas actuantes no coincidan con las consideradas en los cálculos. Según Hernández (2006), 2 cm.

Ambas excentricidades son sumadas y multiplicadas por el amplificador de excentricidades propiamente dicho. Teniendo en cuenta para la determinación de ese último, la carga en compresión mayorada y la carga en compresión crítica ecuación 2. Esta última a su vez dependiente del módulo de deformación del hormigón, longitud del pandeo, momento de inercia de la sección bruta de hormigón, carga de larga duración sobre el pandeo a través de los momentos provocados por dichos tipos de cargas, resistencia característica del hormigón a compresión y altura total del elemento en el plano de pandeo (ecuación 3).

$$y = \frac{1}{1 - \frac{\sum N'^*}{\sum N'_{crit}}} \quad (2)$$

$$N'_{crit} = \frac{6,4 \cdot E'_b}{l_p^2} \left[ \frac{I_b}{k_{ld}} \left( \frac{0,11}{0,1 + t/K_{pr}} + 0,1 \right) + I_a \right] \quad (3)$$

donde:

$E'_b$  módulo de deformación del hormigón.

$l_p$  longitud del pandeo.

$I_b$  momento de inercia de la sección bruta de hormigón.

$I_a$  momento de inercia de la sección homogenizada de la armadura con respecto al centro de gravedad de la sección.

$K_{ld}$  coeficiente que considera el efecto de la acción de la carga de larga duración sobre el pandeo, y viene dada por la expresión:

$$K_{ld} = 1 + \left( \frac{M_{ld}^*}{M^*} \right) \quad (4)$$

donde:

$M_{ld}^*$  momento flector de cálculo producido por las cargas de larga duración

$M^*$  momento flector de cálculo producido por todas las cargas.

$K_{pr}$  coeficiente correspondiente a la ecuación 3 y viene dado por la expresión:

$$K_{pr} = 1 + 40 \cdot \left( \frac{\dagger_{bt}}{R'_{bk}} \right) \cdot \left( \frac{e_0 + e_c}{h_t} \right) \quad (5)$$

donde:

$u'_{bt}$  tensión por compresión del hormigón, considerando todas las pérdidas del acero tensado.

$R'_{bk}$  resistencia característica del hormigón a compresión.

$h_t$  altura total del elemento en el plano de pandeo.

El último término de la ecuación 5 es conocido como t, término adimensional dependiente de las dimensiones de la sección no siendo nunca menor que el valor expresado en la ecuación 6.

$$0,6 \cdot 0,01 \left( \frac{l_p}{h_t} \right) - 0,01 \cdot R'_b \quad (6)$$

Es válido señalar que para análisis posteriores este amplificador de excentricidad (ecuación 2) será transformado en amplificador de momento a través de la ecuación 7.

$$y \left( 1 + \frac{e_c}{e_0} \right) = y_L \quad (7)$$

ACI 318-2011 “Building Code Requirements for Structural Concrete”

El momento adicional producto del pandeo pudiera ser calculado a través de un análisis de segundo orden, análisis refinado no lineal de segundo orden y a través de un método de diseño aproximado basado en el método tradicional de magnificador de momento. Este último es el desarrollado por el código norteamericano ACI 318-2011.

El magnificador de momento  $u_{ns}$  es usado para tomar en cuenta los efectos de la esbeltez, considerando el aumento del momento de primer orden por los efectos de la curvatura y el desplazamiento lateral del elemento. Los momentos calculados a través de un análisis ordinario de primer orden  $M_2$  son multiplicados por un magnificador de momento  $u_{ns}$  expresado en la ecuación 8, el cual está en función de la fuerza axial mayorada  $P_u$ , de la carga crítica de pandeo  $P_c$  (ecuación 9). Siendo analizadas por la diferencia en su comportamiento las estructuras con o sin desplazamiento lateral de dos formas independientes.

$$u_{ns} = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0,75 \cdot P_c}} \quad (8)$$

$$P_c = \frac{f^2 \cdot EI}{(k \cdot l_u)^2} \quad (9)$$

En la determinación del valor de carga crítica de pandeo  $P_c$ , referida originalmente por Euler y utilizada por el ACI en el cálculo del amplificador de momento uno de las principales dificultades es la selección de la rigidez del elemento. De tal forma que aproxime razonablemente las variaciones en la rigidez debido al agrietamiento y la no linealidad de la curva tensión deformación del hormigón. Para ello se minora la rigidez de la sección dividiéndola por  $(1 + S_d)$  como se muestra en la ecuación 11.

$$EI = \frac{0,4 \cdot E_c \cdot I_g}{1 + S_d} \quad (11)$$

Método propuesto por Francisco Medina Torri y Leonardo Ruiz Alejo.

En el libro Hormigón Estructural I ambos autores exponen la necesidad de que si sobre un elemento actúa una carga de compresión y el elemento sobrepasa ciertos valores límites de esbeltez se debe considerar la carga con una excentricidad debido a las deformaciones por pandeo  $e_p$ , aun cuando se encuentren centradas. Si realmente está sometido a una carga con una excentricidad real  $e_0$  la excentricidad final.  $e'_0 = e_0 + e_p$ . Considerando que la sección bajo estas condiciones no llega a alcanzar la capacidad máxima de carga tal como se produciría en un elemento a compresión simple, el pandeo se considera mediante el incremento de la excentricidad inicial  $e_0$  a través del factor  $\gamma$ , cuyo valor queda expresado según la ecuación 12.

$$\gamma = \frac{1}{1 - \frac{N^{**}}{400 \cdot R_b^{**} \cdot B_t} \cdot (\gamma_g)^2} \quad (12)$$

Análisis del coeficiente amplificación de momento según diferentes métodos.

Posteriormente se realiza un análisis comparativo basado en los procedimientos tratadas en epígrafes anteriores de la presente investigación, estableciendo diferencias en cuanto al método para obtener la amplificación de momento producto al efecto de pandeo y así como la selección del procedimiento más idóneo.

Para ello se definen los parámetros de comparación que posibilitarán el análisis de dichas normas y los parámetros a evaluar en las mismas para resaltar su influencia o no en los métodos de cálculo objetos de la investigación. Los mismos son:

- ❖ Criterios para la determinación si la columna es esbelta.
- ❖ Valores de amplificador de momento.



- ❖ Influencia de la en la variación de la resistencia a compresión del hormigón.
- ❖ Influencia del factor t utilizado por la NC 207 (2003).
- ❖ Influencia de la variación de la carga de compresión actuante.

Para demostrar la influencia o no de algunos factores fue utilizado como herramienta informática Microsoft Excel, posibilitando atorgar los tres métodos y la variación de los parámetros influentes en el valor de amplificador de momento a través de gráficos. Para ello se analizó la columna C3 a la estructura de seis pisos que se indica en la figura 3, la cual está impedida contra desplazamiento lateral por el foso de ascensores y el de escaleras los cuales actúan como núcleos arriostrantes en las dos direcciones ortogonales del edificio.

Para la realización del siguiente ejemplo de cálculo se tendrá en cuenta que las vigas correspondientes son de 30 por 12cm y las columnas cuadradas de 45cm. Utilizando para su diseño acero G-60 y resistencia a compresión del hormigón de 28 MPa.

Tabla 1.Cargas y solicitaciones resultadas del análisis de primer orden para la combinación de carga muerta y viva.

Carga Muerta			Carga Viva		
Pm(kN)	M1m(kN.m)	M2m(kN.m)	Pv(kN)	M1v(kN.m)	M2v(kN.m)
1050	-2.8	2.8	790	140	150

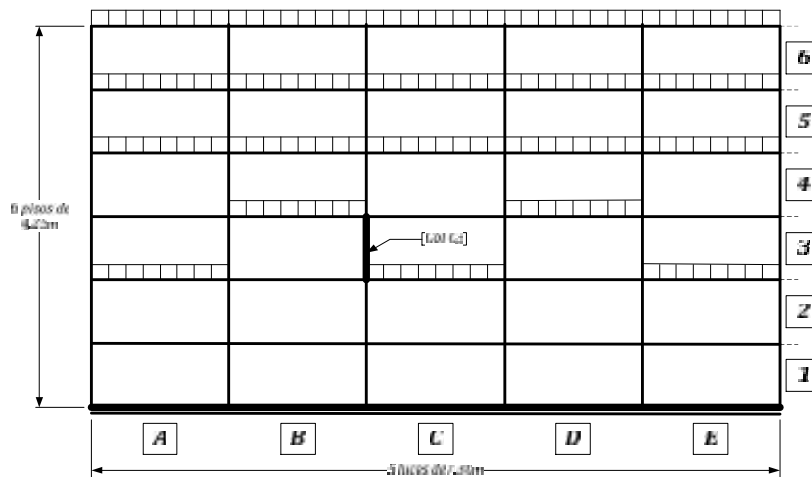


Figura 3. Estructura del ejemplo resuelto para el diseño de columnas esbeltas.

### **Criterios para la determinación si la columna es esbelta.**

La NC 207 del 2003 plantea que las columnas se consideran cortas cuando:

$$\lambda_g \leq 6,5$$

o

$$\lambda_m \leq 22$$

siendo:

$$\lambda_g = \frac{l_p}{h_p} \text{ Esbeltez geométrica} \quad (11)$$

y

$$\lambda_m = \frac{l_p}{r_p} \text{ Esbeltez mecánica} \quad (12)$$

Utilizando la geométrica se relaciona directamente la longitud de pandeo del elemento  $l_p$  con la dimensión menor de su sección transversal  $h_p$  y mecánica si la relación es indirecta a través del radio de giro de la sección.

La determinación de la longitud de pandeo según plantea esta norma se realiza a través de la multiplicación del factor de longitud efectiva  $r$  por la longitud libre de la columna o la distancia entre dos arriostres consecutivos en el mismo plano. Siendo el valor de  $r$ , por la diferencia del comportamiento de pórticos arriostrados y sin arriostar completamente diferentes. Proponiendo la utilización de nomogramas para ambos tipos de pórticos y para columnas pertenecientes a pórticos arriostrados, como alternativa el menor valor de:

$$r = 0,7 + 0,5(\mathbb{E}_A + \mathbb{E}_B) \leq 1,0 \quad (13)$$

$$r = 0,85 + 0,005\mathbb{E}_{\min} \leq 1,0 \quad (14)$$

donde:  $\mathbb{E}_A$  y  $\mathbb{E}_B$  son los valores  $\mathbb{E}$  en los dos extremos de la columna y  $\mathbb{E}_{\min}$  es el menor de ambos.

$\mathbb{E}$  relación de  $\sum(EI/l_c)$  de los elementos de compresión a  $\sum(EI/l)$  de elementos en flexión dispuestos en un plano en el extremo de un elemento en compresión.

El método empleado por Medina y Ruiz (1991) solo difiere de este criterio en los valores extremos. Proponiendo que no se considere la pérdida de estabilidad producto del para valores de:

$$\} _g \leq 10$$

o

$$\} _m \leq 35$$

La norma americana ACI 318 (2011) plantea que una columna se considera corta cuando en pórticos no impedido contra desplazamiento lateral o desplazables, la relación de esbeltez es menor que 22 y en pórticos indesplazables o arriostrados el factor de comparación de la ecuación 15 es mayor que la relación de esbeltez (ecuación 1.3) y menor que 40, siendo  $M_1$  y  $M_2$  los momentos extremos máximos y mínimos calculados sobre la columna, considerando el cociente entre ambos como positivo si la columna presenta curvatura doble

$$f_{comp} = 34 - 12 \left( \frac{M_1}{M_2} \right) \quad (15)$$

Tomando como longitud de pandeo para la determinación de la relación de esbeltez referida en la ecuación 1.3 los mismos criterios antes mencionados en la NC-207-2003 y como radio de giro de la sección para el caso de elementos rectangulares 0,3 veces la dimensión total de la sección en la dirección en la cual se está considerando la estabilidad y 0,25 veces el diámetro para elementos circulares en compresión. Para otros casos se permite calcular  $r$  para sección bruta de hormigón.

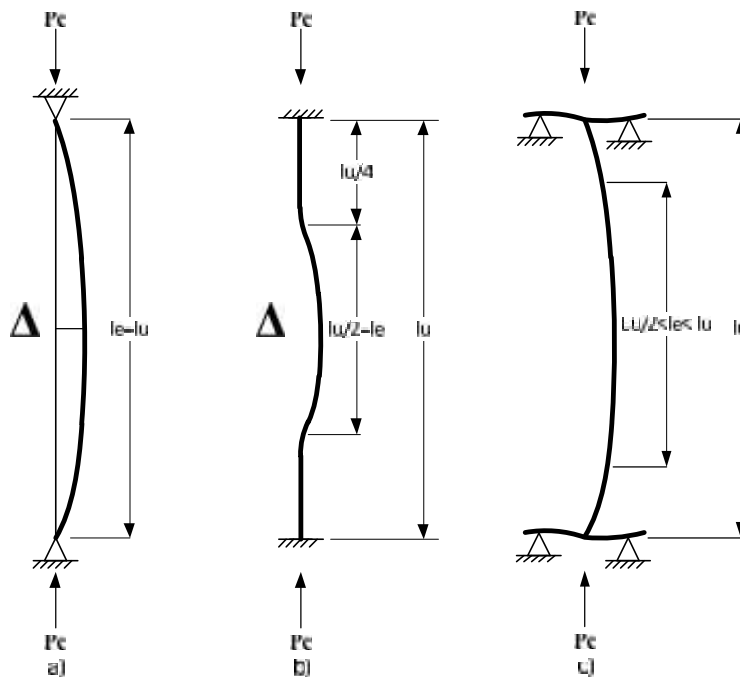


Figura 4 Longitud efectiva de columnas impedidas de desplazamiento lateral

Fuente: PCA ACI, 2002

Estos valores de longitud de pandeo tenidos en cuenta por ambas normas estarán en columnas impedidas contra el desplazamiento en un rango de  $l$  y  $l/2$ ,  $l$  cuando el factor de longitud efectiva  $\Gamma$  considerado en la NC 207-2003 y  $k$  en el ACI 318-2005 coincida con la longitud de la columna, específicamente en el caso de que la columna se encuentre articulada en ambos extremos (figura 4 a) formando una curva senoidal en estos puntos y  $l/2$  cuando se encuentra empotrada-empotrada (figura 4 b) y por tanto los puntos de inflexión se localizan a una distancia de  $l/4$  de cada apoyo. Siendo estas dos condiciones teóricas por no encontrarse las columnas perfectamente articuladas o empotradas, justificándose entonces los valores intermedios antes mencionados y tenidos en cuenta por ambas normas dependiendo del grado de restricción de los extremos (figura 4 c). Este grado de restricción está medida como la rigidez relativa entre los elementos verticales y horizontales.

Producto a las diferencias en los criterios para la consideración o no de la esbeltez plasmados en el presente epígrafe existe la posibilidad de que una columna sea analizada por uno de los métodos, teniendo en cuenta su esbeltez y por tanto la pérdida de estabilidad por pandeo mediante el amplificador de momento, y por otro sea despreciado no habiendo diferencia alguna en el proceso de diseño. Es por ello que en la figura 5 se analizan varias columnas con diferentes longitudes de pandeo, uno de los parámetros mencionados y que pueden influir en la consideración de la esbeltez en el proceso de diseño. Con el propósito de mostrar a partir de que valores es tomada en consideración la esbeltez por la NC se calcularán los parámetros necesarios para ello la longitud de pandeo y el amplificador de momento para una columna interior sin cargas transversales entre sus apoyos perteneciente a un pórtico indesplazable. Posibilitando con ello la comparación con el ACI y el método propuesto por Medina y Ruiz, los que también tienen en cuenta el factor de longitud de pandeo como parámetro influente.

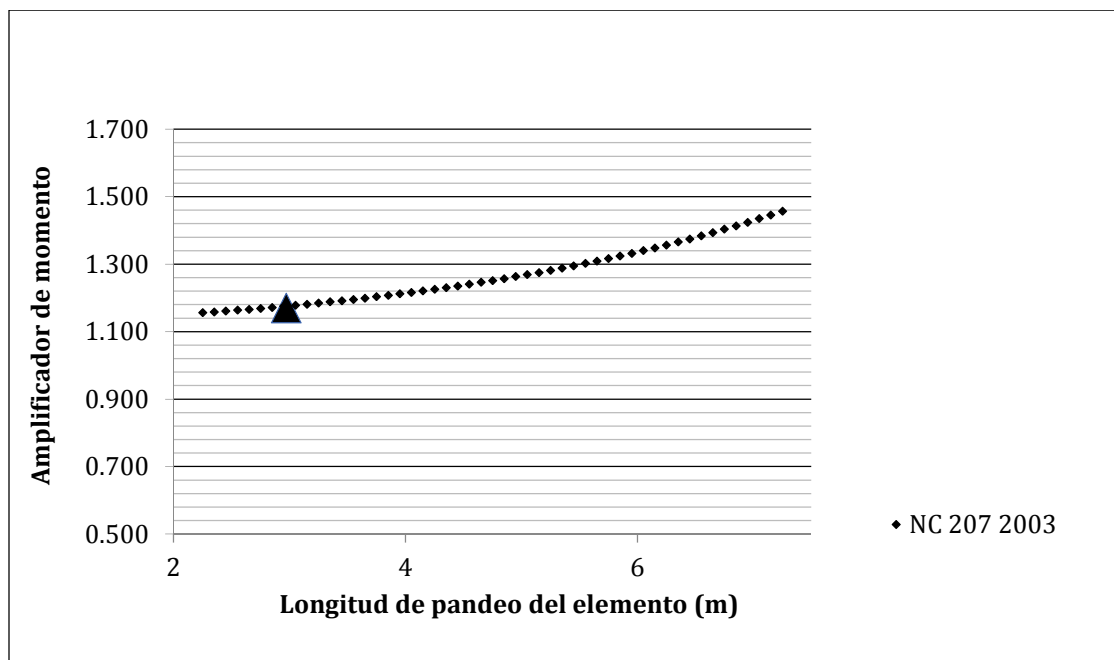


Figura 5. Consideración de la Esbeltez.

El punto indicado representa el valor de longitud de pandeo y el amplificador de momento correspondiente a partir del cual la NC tiene en cuenta la esbeltez para los datos referidos. Siendo más pronunciada la curva a partir de este valor. El mismo no presenta diferencias significativas con los valores de longitud de pandeo que propone para considerar la esbeltez el ACI. Mientras que la columna puede aumentar considerablemente antes que el método propuesto por Medina y Ruiz tome en consideración la esbeltez (figura 6)

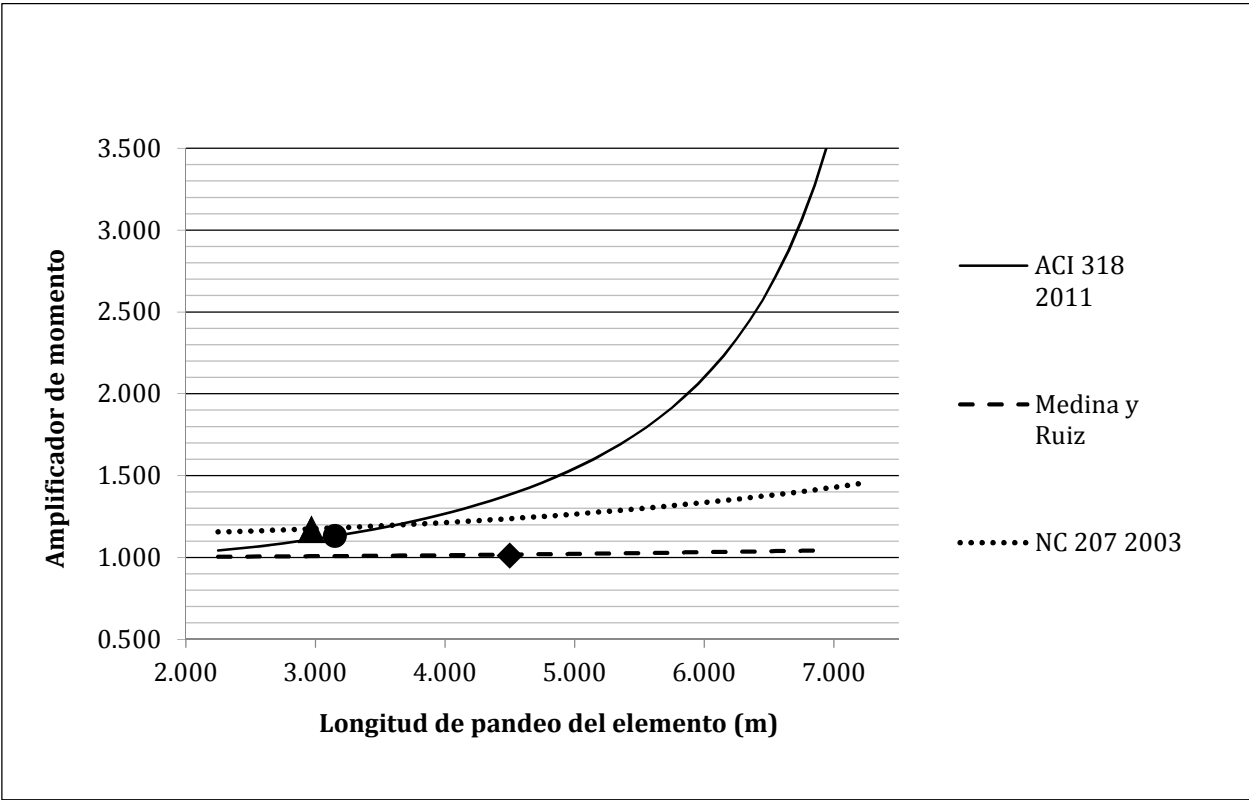
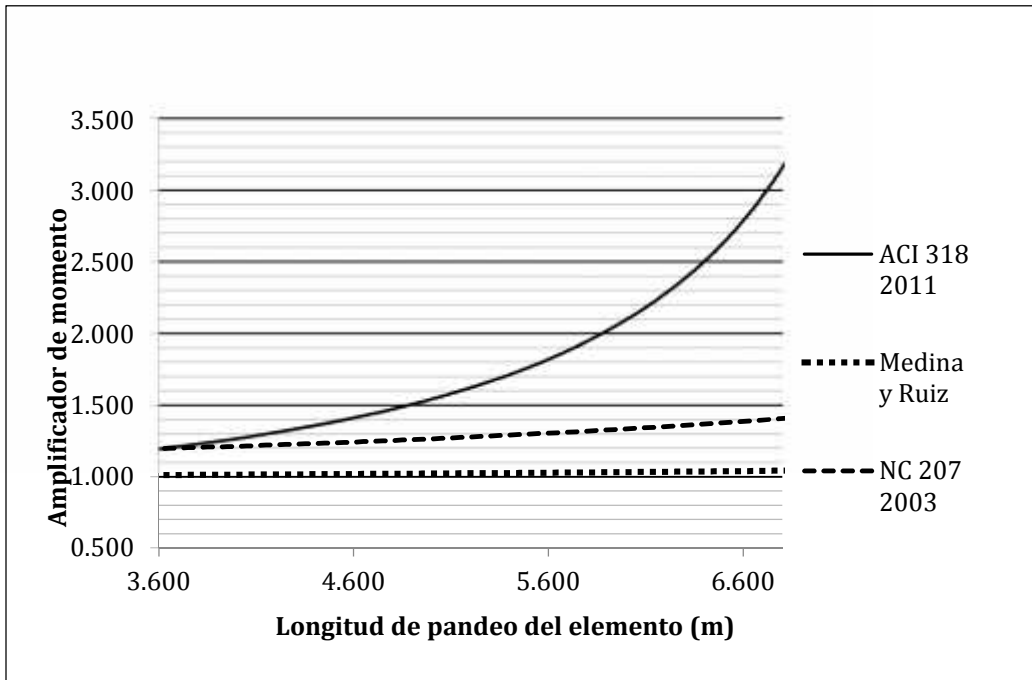


Figura 6. Consideración de la Esbeltez.

Analizando los resultados de la figura 7 obtenido a través de los datos previamente establecidos ahora para diferentes valores de longitud de pandeo, se puede observar que el ACI propone valores de amplificador de momento considerablemente mayores con respecto a los demás métodos tratados, siendo más conservador a medida de que aumenta la longitud de pandeo hasta valores elevados. Mientras que la NC propone un amplificador de momento proporcional a la longitud de pandeo, pero sin que se produzca un incremento significativo.



*Figura 7. Relación entre el factor de amplificación de momento producto al pando y la longitud de pandeo en una columna.*

El método propuesto por Francisco Medina Torri y Leonardo Ruiz Alejo en un primer tramo, coincidente a valores donde propone no considerar la esbeltez arroja un valor de amplificador de momento que aunque mayor que uno y menor que las dos normas anteriormente referidas no es necesario analizar por presentar una relación de esbeltez menor que la propuesta por los autores para tener en cuentas la consideración de sus efectos. Mientras que la NC en el primer tramo del gráfico propone valores de amplificador de momento casi idénticos a los propuestos por el ACI pero solo un pequeño porcentaje de las columnas evaluadas, como se puede apreciar en la figura 8.

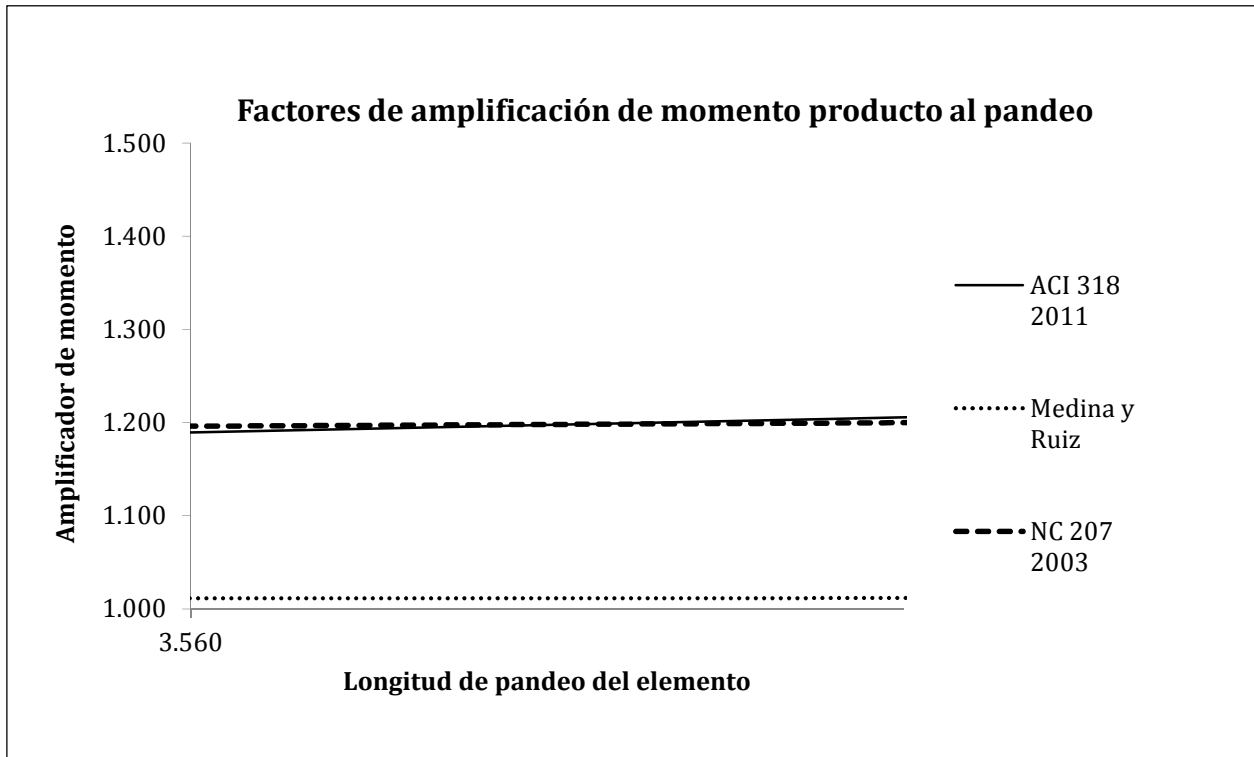


Figura 8. Relación entre el factor de amplificación de momento producto al pandeo y la longitud de pandeo entre 3.56 y 3.66 m en una columna.

### Influencia de la variación de la resistencia a compresión del hormigón en el coeficiente amplificador de momento.

Para el análisis de este parámetro se diseñan varias columnas esbeltas solo variando, de los datos asumidos, la resistencia a compresión del hormigón de las mismas para determinar su influencia en el amplificador de momento. Influyendo este término en la NC 207 (2003) en la determinación de  $k_{pr}$  (ecuación 5),  $t_{min}$  (ecuación 6) y el módulo de elasticidad del hormigón  $E_b$ . Este último considerado dentro de la raíz por lo que muestra una pendiente más pronunciada para valores menores de resistencia, mientras que para valores de 20 a 35 MPa, comunes de utilización, se comporta con pendientes más suaves como los mostrados en la figura 9. Es válido señalar que la variación de la resistencia a compresión del hormigón solo influirá en la determinación de  $k_{pr}$  cuando estemos en presencia de elementos pretensado.

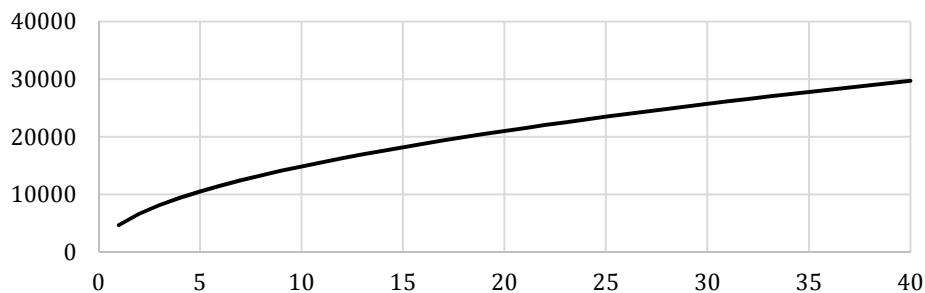
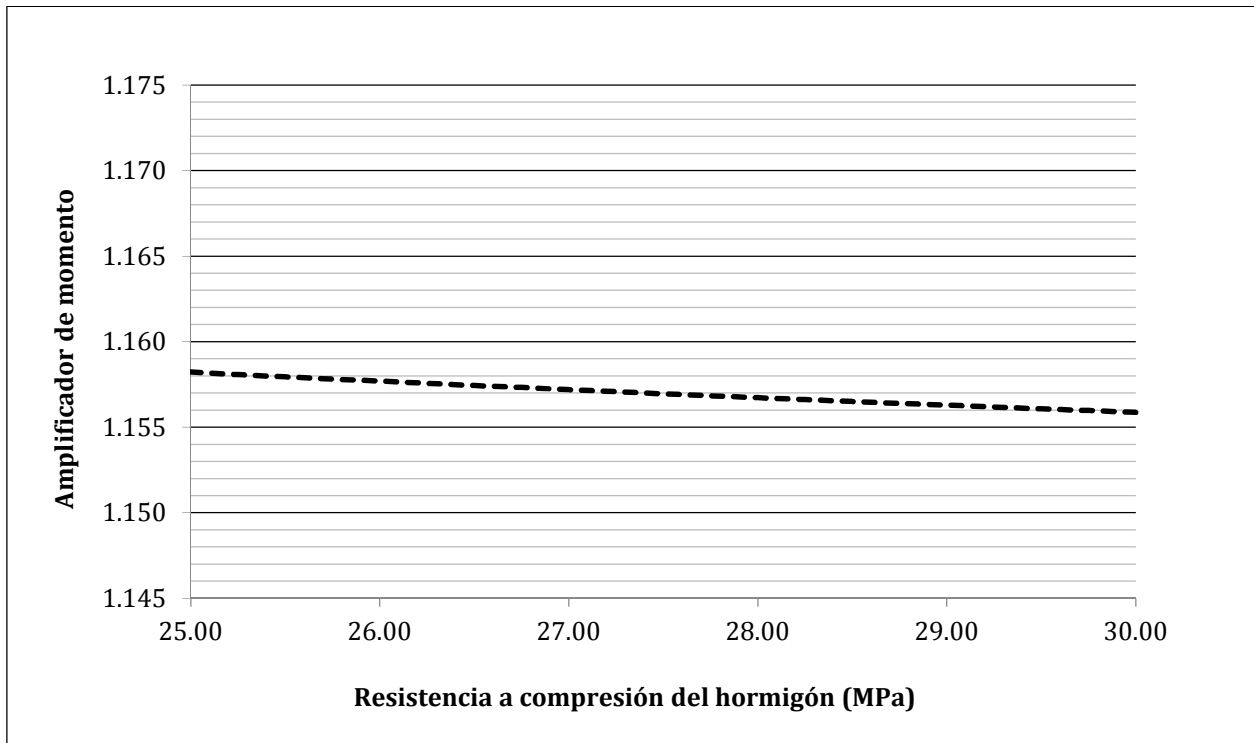


Figura 9. Comportamiento del módulo de elasticidad del hormigón.

Este comportamiento es transmitido a la obtención final del valor de la carga de compresión crítica, trayendo entonces consigo un ligero aumento de sus valores, como se puede apreciar en la figura 10, y este a su vez logrando una, también leve, disminución del amplificador  $\gamma_L$



*Figura 10. Variación del amplificador de momento vs resistencia a compresión del hormigón.*

En la figura 10 se observa que para valores de resistencia a compresión del hormigón entre 25 y 30 MPa el amplificador de momento oscila entre 1,1582 y 1,1559 y por lo tanto se puede observar que la diferencia del amplificador de momento son realmente pequeñas en relación a la variación de la resistencia a compresión del hormigón. Teniendo el mismo comportamiento para columnas de 45 por 45 cm, 45 por 65 cm y 45 por 85 cm como las mostradas en la figura 11.



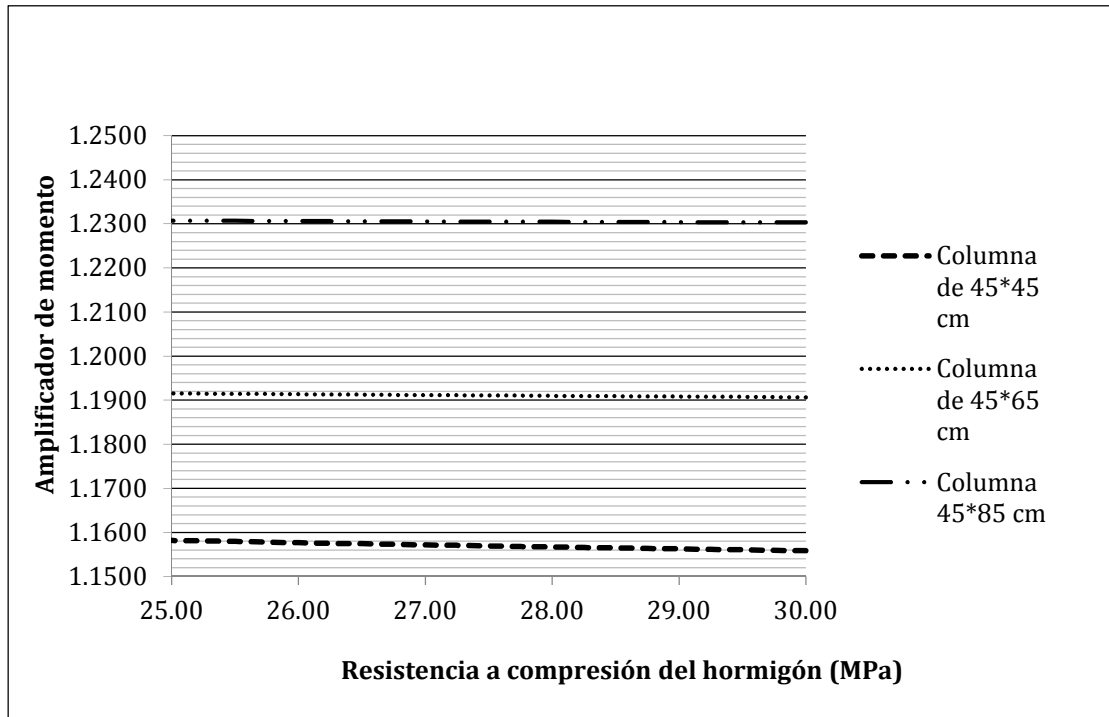


Figura 11. Amplificador de momento vs resistencia a compresión del hormigón.

### Influencia del factor t tenido en cuenta por la NC en la determinación de la carga de compresión:

A pesar de la NC tener en cuenta la determinación del factor t, cuyo valor como se planteó anteriormente establece la relación entre las excentricidades (reales y constructivas) y el peralte total de la sección, no presenta influencia alguna en la determinación de la carga a compresión crítica y por tanto en el amplificador de momento. Esto se puede apreciar en la figura 12, donde se muestran cinco columnas con valores diferentes de resistencia a compresión del hormigón, rectangularidad y longitud de pandeo, arrojando valores diferentes de carga, pero sin mostrar variación alguna del factor t.

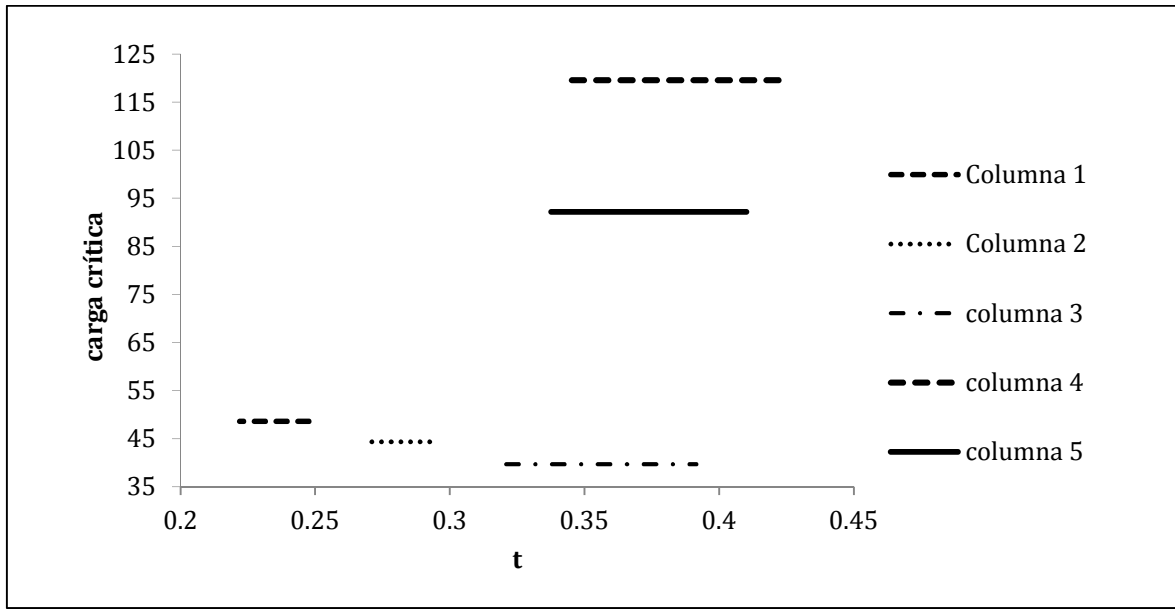


Figura 12. Influencia del factor  $t$  sobre la carga de compresión.

### Conclusiones:

Después de analizados los tres métodos utilizados en Cuba para el cálculo de la sollicitación de momento producto del pandeo se llegan a las siguientes conclusiones: La NC no presenta variación significativa en el factor de amplificación de momento en cuanto a la resistencia a compresión del hormigón. El factor  $t$  considerado en la NC no tiene influencia alguna en la determinación de la carga a compresión y por tanto en el cálculo del amplificador de momento. La longitud de pandeo aunque es el factor de mayor influencia en la determinación del amplificador de momento según la NC no tiene una variación consecuente con el efecto que ocasiona en la estructura. Los valores propuestos por la NC de amplificador de momento son menos conservadores que los planteados por el ACI, mostrando valores muy similares independientemente del factor influyente analizado. El método propuesto por Medina y Ruiz propone también valores mayores que la NC pero a partir de relaciones de esbeltez muy elevadas por lo que se podría decir que están en igualdad de condiciones. De ahí que se proponga la utilización del método propuesto por el ACI por el mismo arribar a resultados más veraces debido a su variación significativa del coeficiente amplificador de momento en correspondencia con los parámetros influyentes en su determinación.

## **Bibliografía.**

American Concrete Institute, 2011. *Building Code Requirements for Reinforced Concrete. ACI 318 2005*. MICHIGAN: American concrete Institute (USA).

Altuzarra, G; (2010); “*Resistencia de Materiales*”. Editorial Félix Varela, La Habana, (Cuba).

Hernández, J.J.; Hernández, J. A, (2010), “*Hormigón Estructural. Diseño por estados límites*” (Parte 2), La Habana (Cuba).

Hernández, J. A, (2006). “*Solicitaciones normales. Enfoque unificado para la flexión recta compuesta bajo los principios del ACI 318:05*”: Ediciones Ligeras CUJAE, Habana (Cuba).

Oficina Nacional de Normalización, 2003. *NC 207:2003. Requisitos generales para el diseño y construcción de estructuras de hormigón*. ONN (Cuba).

Valdez E, (2001), *Flexión compuesta en Hormigón Armado*, s.n. La Habana (Cuba).