

**CÁLCULO DE CADENAS DE MEDIDAS GARANTIZANDO
INTERCAMBIABILIDAD PARCIAL EMPLEANDO EL MÉTODO
PROBABILÍSTICO.**

M.Sc. Laureano E. Suárez Martínez¹, Ing. Daniel A. Iglesias Perez¹

1. Universidad de Matanzas, Vía Blanca Km.3, Matanzas, Cuba.

Resumen.

En la construcción de maquinarias durante la fabricación de partes y piezas un requisito fundamental lo constituye la precisión de estas como garantía de su calidad. Si se tiene en cuenta que es imposible obtener una dimensión exacta en la fabricación de una superficie debido a los errores implícitos se puede comprender la necesidad de trabajar con intervalos permisibles o tolerancia. Por otra parte la asignación de los valores de estas tolerancias, constituye uno de los factores críticos desde la etapa de diseño que se agrava aún más cuando la precisión de elaboración de la superficie está relacionada con las dimensiones independientes de las superficies adyacentes, requisito que de no cumplirse inutilizaría la pieza o elemento durante su funcionamiento.

Entonces el establecimiento de tolerancias en dimensiones relacionadas entre si constituye el objetivo de estos apuntes que se recogen como norma para el método de cálculo en la solución de cadenas de medidas.

Palabras claves: tolerancia, cadenas de medidas, elaboración de piezas, intercambiabilidad

Introducción:

En la construcción de maquinarias durante la fabricación de partes y piezas un requisito fundamental lo constituye la precisión de estas como garantía de su calidad. Si se tiene en cuenta que es imposible obtener una dimensión exacta en la fabricación de una superficie debido a los errores implícitos como las holguras y rigidez de los elementos de las máquinas herramienta involucradas, la variación de las fuerzas de maquinado, el efecto de la temperatura; entre otros, se puede comprender la necesidad de implementar un sistema de fabricación que asigne un intervalo máximo y mínimo de variación a las cotas en el que se encuentre el valor deseado, que se denomina **tolerancia**.

La asignación de los valores de estas tolerancias, se hace teniendo en cuenta diversos criterios y recomendaciones en muchos de los casos dictados por la experiencia o producto de métodos de cálculo, tomando como base los requisitos funcionales y económicos (Posada, O., 2004).

Sin embargo no puede dejarse de notar que la precisión de elaboración de cualquier superficie estará relacionada con las dimensiones independientes de las superficies adyacentes, por lo que en el establecimiento de la tolerancia deberá tenerse en cuenta este requisito que de no cumplirse inutilizaría la pieza o elemento durante su funcionamiento.

Entonces la solución del establecimiento de tolerancias en dimensiones relacionadas entre si, constituye el objetivo de estos apuntes que se recogen como una guía para el método de cálculo en la solución de cadenas de medidas.

Desarrollo:

Las cadenas de medidas posibilitan determinar los indicadores de la precisión (posición relativa o medida lineal) de las piezas y unidades ensambladas de una máquina. La precisión es el indicador de la calidad de mayor complejidad y costos en alcanzar, entendiéndose por **precisión** al grado de aproximación de la pieza o la máquina a su prototipo geométrico ideal.

Los indicadores de la precisión de las piezas (NC 16-30/80) son:

- Precisión de las medidas lineales (Td), ya sea de distancia entre superficies de la pieza, o de dimensión vinculada a la forma geométrica de una superficie.
- Precisión de las posiciones relativas (Tp), dentro de las que se encuentran: paralelismo, perpendicularidad, coaxialidad, pulsación, simetría, inclinación e intersección de ejes.
- Precisión de las formas geométricas (Tf), de las superficies, dentro de las que se encuentran: circularidad, cilindridad, rectitud, planicidad y perfil de sección longitudinal.
- Precisión del acabado superficial, contemplándose el estado de la capa superficial y la rugosidad superficial.

Existe sin embargo una relación entre estas tolerancias que se debe al cuidado que se toma en su obtención. Así para un nivel de precisión normal al obtener una tolerancia dimensional determinada se garantizará una tolerancia de posición relativa contenida en el 60% de la primera o en forma de ecuación $T_p=0.6 \cdot T_d$, igualmente para los indicadores de la precisión de la forma geométrica $T_f=0.3 \cdot T_d$ o $T_f=0.5 \cdot T_p$ y para la rugosidad superficial en Ra, $R_a=0.045 \cdot T_d$ o en Rz, $R_z=0.075 \cdot T_d$.

Una de los problemas a resolver en la precisión de las dimensiones durante el diseño la construcción o el montaje de elementos de máquina (piezas o conjuntos) es la correcta determinación de la tolerancia, que deberá responder a la designación de servicio y a consideraciones funcionales y económicas. No siempre pueden satisfacerse todas estas condicionantes y se recurre entonces a los criterios de fabricación que suelen agruparse en aquellos que garantizan la intercambiabilidad y los que no la garantizan (Figura 1)

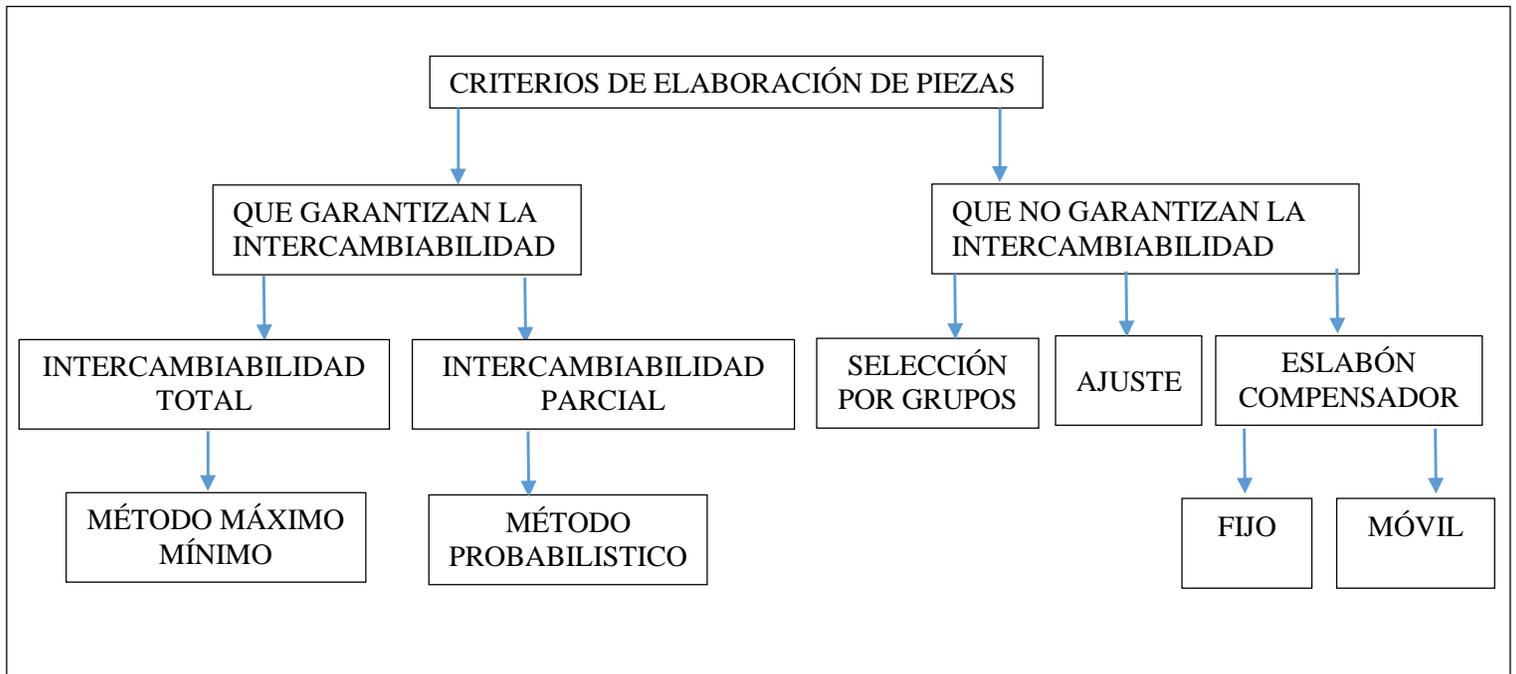


Figura 1. Criterios de elaboración para asignar tolerancias en cadenas de medidas.

Para la establecer tolerancias a superficies de piezas en las que la intercambiabilidad es necesaria y posible se acude a los métodos máximo-mínimo o al probabilístico, el primero de ellos es el más estudiado en los cursos de intercambiabilidad por lo que en este texto trataremos con un ejemplo el método probabilístico menos conocido que deberá ser utilizado

en producciones seriadas y masivas, en las que la cantidad de pieza fabricadas y su precio puede ser considerado como garantía de las posibles piezas defectuosas.

Caso de estudio.

Para garantizar el requisito de cilindridad de las piezas que se fabrican en el torno que se muestra en la Figura 2 es necesario garantizar la tolerancia y desviaciones que tienen cada una de los elementos que conforman el mecanismo de manera que durante su montaje se garantice la distancia transversal entre los ejes del husillo (O) y la contrapunta (P), que según especificaciones constructivas exigen un juego mínimo de 0.2mm y un juego máximo de 0.4mm

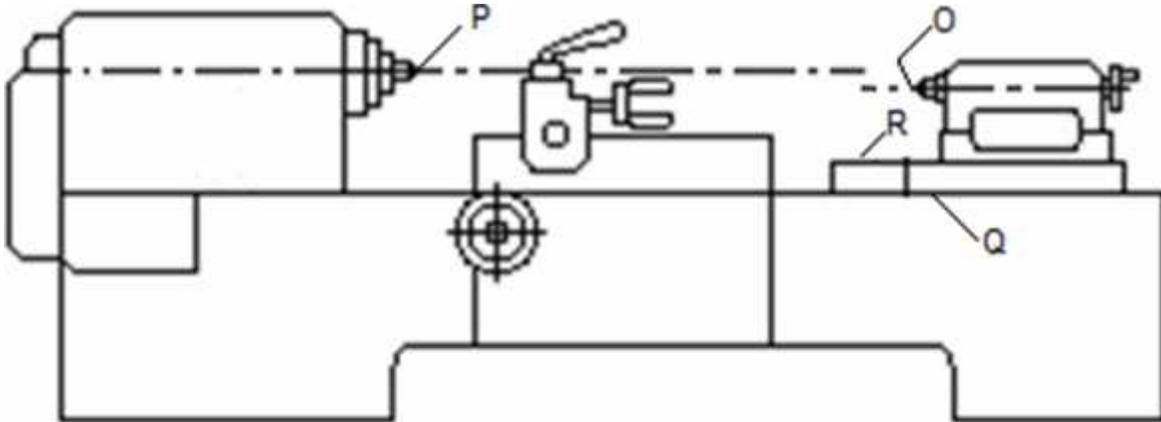


Figura 2. Esquema de ensamblaje de los elementos involucrados en la precisión del cilindrado del torno.

Paso I. Determinación en el eslabón cerrante de:

- medida nominal.
- Desviaciones límites.
- Tolerancia.
- Coordenada de posición del centro de la tolerancia respecto a la dimensión nominal o línea cero (coordenada media de la zona de tolerancia).

Solución:

La cadena de medidas que se muestra es una *cadena de medidas de montaje* puesto que el eslabón cerrante es la distancia que aparece durante *el montaje* de los elementos del mecanismo de cilindrar (Figura 2) entre el centro de la contrapunta del torno (O) y el centro del husillo (P).

- Dimensión nominal=0
- Desviaciones límites $ES = J \max = 0.4mm$, $EI = J \min = 0.2mm$
- Tolerancia $T = ES - EI = 0.4 - 0.2 = 0.2mm$
- Coordenada media

$$Ec_{A_A} = \frac{ES_{A_A} + EI_{A_A}}{2} \quad (1)$$

$$Ec_{A_A} = \frac{0.4 + 0.2}{2} = \frac{0.6}{2} = 0.3mm$$

Paso II. Determinación de los eslabones componentes e identificación de la cadena de medidas para solucionar la tarea planteada.

A partir de la superficie P que es una de las bases del eslabón cerrante, establecemos el eslabón componente formado por la distancia desde el centro del husillo y la bancada del torno que estará comprendida entre las superficies P y Q y se le asigna la denominación A₂, a partir de la superficie Q establecemos el siguiente eslabón componente formado por las distancias entre la parte superior de la bancada y superior de la superficie deslizante de la contrapunta (desde Q hasta R) y a esta la llamaremos A₃. Para cerrar el contorno que forman las medidas se establece el tercer eslabón componente que será la distancia entre la superficie R y O que es la otra base del eslabón cerrante y que designaremos A₁. (Figura 3)

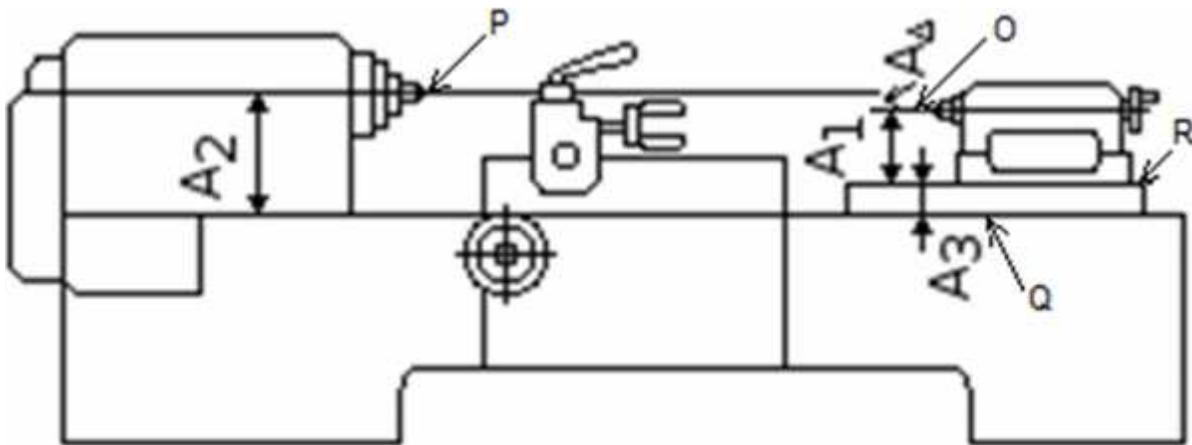


Figura 3. Cadena de medidas resultante en los elementos de cilindrar del torno.

Paso III. Establecimiento de las medidas nominales de los eslabones y composición de la fórmula de las medidas nominales.

Las medidas nominales pueden estar establecidas en el diseño constructivo o tener que ser establecidas todas o parte de ellas durante la solución de la tarea, pero debe quedar claro que tiene que cumplirse la identidad planteada en la fórmula de las medidas nominales o puede emplearse esta para determinar la magnitud de alguna dimensión en particular.

En nuestro caso todas están establecidas y son:

- $A_1=45\text{mm}$
- $A_2=50\text{mm}$
- $A_3= 5\text{mm}$

Para verificar el cumplimiento de la fórmula de las medidas nominales (ecuación 2), es necesario determinar el valor de la relación de transmisión (\langle_{A_i}), para cada eslabón componente.

$$A_{\Delta} = \sum_{i=1}^{m-1} \langle_{A_i} A_i \quad (2)$$

Del análisis de la cadena se determina que $\langle_{A_1} = -1$, $\langle_{A_2} = +1$ y $\langle_{A_3} = -1$, quedando la ecuación 1 como:

$$A_{\Delta} = -A_1 + A_2 - A_3.$$

$$0 = -45 + 50 - 5$$

$$0 = 0$$

O sea las medidas están establecidas de manera adecuada.

Paso IV. Selección del método para lograr la precisión del eslabón cerrante y el método de cálculo de la cadena de medidas.

Para determinar las tolerancias emplearemos la ecuación 3, si las dimensiones que forman la cadena de medidas pertenecen a diferentes intervalos de dimensiones según la NC-16-30 o la ecuación 4 en caso contrario, en este caso determinaremos el valor de a_{med} a partir de la ecuación 2.

$$a_{med} = \frac{T_{A_{\Delta}}}{t_{A_{\Delta}} \sqrt{\sum_{i=1}^{m-1} \langle_{A_i}^2 \} A_i i^2} \quad (3)$$

$$T_{med} = \frac{T_{A_{\Delta}}}{t_{A_{\Delta}} \sqrt{\sum_{i=1}^{m-1} \langle_{A_i}^2 \} A_i} \quad (4)$$

Aquí:

$t_{A_{\Delta}}$ = es el coeficiente de riesgo, el cual considera un porcentaje de ensamblajes defectuosos ($P_{A_{\Delta}}$) que no garantizan la precisión del eslabón cerrante, asumiendo $P_{A_{\Delta}} = 4.5\%$ y considerando una distribución normal de sus dimensiones tenemos de la Tabla 1 $t_{A_{\Delta}} = 2$.

Tabla 1. Determinación del coeficiente de riesgo a partir del porcentaje de piezas defectuosas

Riesgo $P_{A_{\Delta}}$ (%)	32	10	4.5	1	0.27	0.1	0.01
-----------------------------	----	----	-----	---	------	-----	------

Coefficiente t_{A_Δ}	1	1.65	2	2.57	3	3.29	3.89
-----------------------------	---	------	---	------	---	------	------

$\} _{A_i}$ = Es la desviación media cuadrática relativa de los eslabones componente que depende de la ley de distribución de las dimensiones de los eslabones componentes

Asumiendo que los eslabones A_1 y A_3 se manifiestan según la ley de distribución uniforme,

$$\} _{A_1} = \} _{A_3} = \frac{1}{3} = 0.333$$

Y que A_2 se manifiestan según la ley de distribución normal

$$\} _{A_2} = \frac{1}{9} = 0.111.$$

Aplicando los valores asumidos y calculados tenemos:

$$\langle \} _{A_1}^2 \rangle_{A_1} i_{A_1}^2 = (-1)^2 (0.333)(1.56)^2 = 0.8125$$

$$\langle \} _{A_2}^2 \rangle_{A_2} i_{A_2}^2 = (1)^2 (0.111)(1.56)^2 = 0.2708$$

$$\langle \} _{A_3}^2 \rangle_{A_3} i_{A_3}^2 = (-1)^2 (0.333)(0.73)^2 = 0.1798$$

$$\sum_{i=1}^{m-1} \langle \} _{A_i}^2 \rangle_{A_i} i_{A_i}^2 = 1.2631 \sim m$$

Y sustituyendo en la ecuación 2 tendremos

$$a_{med} = \frac{200 \sim m}{2\sqrt{1.2631 \sim m}}$$

$$a_{med} = 88.89 \approx 89$$

Que al comparar con los valores del coeficiente de calidad (a) establecidos por NC-16-30 tendremos que se encuentra entre

$$a=64 \quad \text{para IT10}$$

$$a=100 \quad \text{para IT11}$$

Paso V. Asignar el valor de las tolerancias a los eslabones componentes:

Reconociendo en A_3 el eslabón de menor complejidad constructiva de la cadena de medidas analizada, lo seleccionamos para establecer su tolerancia por cálculo y establecemos la del resto de los eslabones componentes, según el sistema agujero único.

- **A₂** según IT 11 =====> TA₂=160μm de donde resulta $50 \begin{pmatrix} +0.160 \\ 0 \end{pmatrix}$, y

$$Ec_{A_2} = \frac{ES_{A_2} + EI_{A_2}}{2} = \frac{0.160 + 0}{2} = 0.08mm$$

- **A₁** según IT10 =====> TA₁=120μm con desviaciones $45 \begin{pmatrix} 0 \\ -0.120 \end{pmatrix}$ y

$$Ec_{A_2} = \frac{ES_{A_1} + EI_{A_1}}{2} = \frac{0 + (-0.120)}{2} = \frac{-0.120}{2} = -0.06mm$$

Calculamos la tolerancia de A₃ según la ecuación 5:

$$T_{A_\Delta} = t_{A_\Delta} \sqrt{\sum_{i=1}^{m-1} \langle A_i^2 \rangle_{A_i} T_{A_i}^2} \quad (5)$$

$$T_{A_\Delta} = t_{A_\Delta} \sqrt{\sum_{i=1}^{m-1} \langle A_i^2 \rangle_{A_i} T_{A_i}^2 + \langle A_2^2 \rangle_{A_2} T_{A_2}^2 + \langle A_3^2 \rangle_{A_3} T_{A_3}^2} \quad \text{y despejando TA}_3$$

$$T_{A_3}^2 = \frac{\left| \frac{T_{A_\Delta}}{t_{A_\Delta}} \right|^2 - \langle A_1^2 \rangle_{A_1} T_{A_1}^2 - \langle A_2^2 \rangle_{A_2} T_{A_2}^2}{\langle A_3^2 \rangle_{A_3}}$$

$$T_{A_3}^2 = \frac{\left| \frac{200}{2} \right|^2 - (-1)^2 (0.333)(120)^2 - (+1)^2 (0.111)(160)^2}{(-1)^2 (0.333)}$$

$$T_{A_3} = 7096.7$$

$$T_{A_3} = 84.24 \approx 84 \sim m$$

Calculamos la coordenada media de la zona de tolerancia del eslabón A₃ a partir de la ecuación 6:

$$Ec_{A_\Delta} = \sum_{i=1}^{m-1} \langle A_i \rangle_{A_i} Ec_{A_i} \quad (6)$$

$$Ec_{A_\Delta} = -Ec_{A_1} + Ec_{A_2} - Ec_{A_3} \quad \text{despejando } Ec_{A_3}$$

$$Ec_{A_3} = -Ec_{A_1} + Ec_{A_2} - Ec_{A_\Delta}$$

$$Ec_{A_3} = -(-0.060) + (0.080) - (0.300)$$

$$Ec_{A_3} = -0.160mm$$

Y se determinan las desviaciones límites de A₃ de las ecuaciones 7 y 8

$$es_{A_3} = Ec_{A_3} + \frac{T_{A_3}}{2} \quad (7)$$

$$es_{A_3} = -0.160 + \frac{0.084}{2} = -0.160 + 0.042 = -0.118mm$$

$$ei_{A_3} = Ec_{A_3} - \frac{T_{A_3}}{2} \quad (8)$$

$$ei_{A_3} = -0.160 - \frac{0.084}{2} = -0.160 - 0.042 = -0.202mm$$

De los cálculos efectuados obtenemos que las dimensiones de los eslabones componentes que garanticen la tarea planteada deben ser:

$$A_1 = 45 \begin{pmatrix} 0. \\ -0.120 \end{pmatrix}, \quad A_2 = 50 \begin{pmatrix} +0.160 \\ 0. \end{pmatrix}, \quad A_3 = 5 \begin{pmatrix} -0.118 \\ -0.202 \end{pmatrix},$$

Así se concluye que si se fabrican cada una de las dimensiones que forman la cadena de medidas con los valores calculados se garantiza que un 97.5 por ciento o más de los elementos ensamblados cumplirán los requisitos establecidos en el eslabón cerrante.

Anexo 1. Ecuaciones utilizadas para el cálculo según el método de Intercambiabilidad Parcial.

$Ec_{A_{\Delta}} = \frac{ES_{A_{\Delta}} + EI_{A_{\Delta}}}{2}$	(1) Coordenada media del eslabón cerrante determinada a partir de sus desviaciones
$A_{\Delta} = \sum_{i=1}^{m-1} \langle_{A_i} A_i$	(2) Dimensión nominal del eslabón cerrante
$a_{med} = \frac{T_{A_{\Delta}}}{t_{A_{\Delta}} \sqrt{\sum_{i=1}^{m-1} \langle_{A_i}^2 \rangle_{A_i} i_{A_i}^2}}$	(3) coeficiente de calidad medio
$T_{med} = \frac{T_{A_{\Delta}}}{t_{A_{\Delta}} \sqrt{\sum_{i=1}^{m-1} \langle_{A_i}^2 \rangle_{A_i}}$	(4) tolerancia media
$T_{A_{\Delta}} = t_{A_{\Delta}} \sqrt{\sum_{i=1}^{m-1} \langle_{A_i}^2 \rangle_{A_i} T_{A_i}^2}$	(5) tolerancia del eslabón cerrante
$Ec_{A_{\Delta}} = \sum_{i=1}^{m-1} \langle_{A_i} Ec_{A_i}$	(6) coordenada media del eslabón cerrante relacionada con el resto de las dimensiones de la cadena de medidas
$es_{A_i} = Ec_{A_i} + \frac{T_{A_i}}{2}$ $ES_{A_i} = Ec_{A_i} + \frac{T_{A_i}}{2}$	(7) Desviación superior de elemento tipo eje Desviación superior del elemento tipo agujero
$ei_{A_i} = Ec_{A_i} - \frac{T_{A_i}}{2}$ $EI_{A_i} = Ec_{A_i} - \frac{T_{A_i}}{2}$	(8) Desviación inferior del elemento tipo eje Desviación inferior del elemento tipo agujero

Bibliografía

Groover M. P. (1997) Fundamentos de manufactura moderna. Materiales, Procesos y Sistemas, Prentice-Hall, Hispanoamericana, S. A.

NC 16-29/80 Normas básicas de Intercambiabilidad. Ajustes y Tolerancias. Zonas de tolerancia para las dimensiones menores de 3150mm.

NC 16-30/80 Normas básicas de Intercambiabilidad. Ajustes y Tolerancias. Términos definiciones y regulaciones generales.

NC 16-60/80 Cadenas de medidas planas. Métodos de cálculo.

Posada, O. (2004). Fundamentos de los Procesos Tecnológicos. ISPETP. La Habana Cuba.