LA HEURÍSTICA Y SU APLICACIÓN EN LA VIDA

Dr.C. Reinaldo Hernández Camacho, Ing. Mayté Reyna Hernández

Universidad de Matanzas "Camilo Cienfuegos", Autopista a Varadero km 3½, Matanzas 44740, Cuba.

Resumen

En el presente trabajo se realiza un breve recuento de los principales elementos heurísticos y se muestra cómo aplicarlos en la solución de problemas prácticos, que no tienen que ser específicamente de contenidos puramente matemáticos. Con esto se pretende que los profesores de otras asignaturas se familiaricen con los elementos heurísticos y puedan hacer uso de ellos en sus respectivas clases con los estudiantes.

Palabras claves: *Heurística, elementos.*

Abstract

Presently work is carried out or brief recount of the main heuristic elements and it is shown how to apply them in the solution of practical problems that you/they don't have to be specifically of purely mathematical contents. With this it is sought the professors of other subjects to familiarize with the heuristic elements and they can make use of them in their respective classes with the students.

Key words: *Heuristic, elements.*

Introducción

La “Heurística”, en sus inicios hacía referencia al estudio de los métodos que conducían al arte y la ciencia del descubrimiento y de las invenciones en sentido general. En la actualidad esta palabra es destinada para referirse al estudio de los principios, medios, reglas y estrategias, que pueden ser utilizados en la resolución de problemas.

Aunque los elementos heurísticos no ofrecen una secuencia general de pasos que pueda ser aplicada para resolver cualquier tipo de problema, sí sugieren una serie de recursos que pueden ser utilizados a la hora de resolver un problema cualquiera y en particular para resolver problemas matemáticos.

Algunos de estos elementos tienen un alcance casi general como es el caso del principio de analogía, otros son más específicos.

Desarrollo

La heurística es aplicable a cualquier ciencia, e incluye elementos que pueden clasificarse en medios auxiliares heurísticos y procedimientos heurísticos, dentro de estos últimos se encuentran, los principios, las reglas y las estrategias heurísticas.

Los medios auxiliares heurísticos forman recursos para representar los datos y la incógnita del problema. Entre los que se encuentran: las figuras auxiliares ilustrativas o de análisis, las tablas para reflejar relaciones entre datos, gráficos y resúmenes de definiciones, teoremas, propiedades y procedimientos.

Los principios heurísticos constituyen formas generales de encauzar el proceso de razonamiento durante la resolución de problemas o en la elaboración de nuevos contenidos. Los más utilizados son: la analogía, la inducción, la reducción, la generalización, medir y probar, la movilidad y la consideración de casos especiales o casos límites.

El principio de analogía se basa en el establecimiento de semejanzas en el contenido o en la forma entre diferentes objetos o situaciones. Este principio es, ampliamente, el más usado de todos los principios en la resolución de problemas. Está presente en el proceso de resolución de casi todos los problemas.

El principio de inducción consiste en el análisis de un conjunto de casos particulares, a partir de cuyos resultados se obtienen suposiciones generales.

El principio de reducción consiste en realizar alguna variación en el problema por resolver que permite transformarlo en otro ya conocido.

En el principio de generalización a partir del análisis de un objeto o situación particular o del análisis de un conjunto reducido de objetos o situaciones se obtienen suposiciones generales aplicables a un conjunto más amplio.

(Algunos autores incluyen el principio de inducción y el de generalización en un sólo principio).

El principio de medir y probar, como su nombre lo indica, consiste en realizar mediciones en casos particulares para obtener una suposición general.

El principio de la movilidad se fundamenta en suponer que un elemento dado puede moverse a diferentes posiciones, para analizar los resultados que se producen durante ese movimiento.

En el principio de consideración de casos especiales y casos límites, dentro de un conjunto de casos posibles, se elige uno, que como consecuencia de sus características particulares, provoca a su vez resultados especiales.

Las reglas heurísticas representan impulsos que provoca el profesor en los estudiantes mediante observaciones, preguntas y recomendaciones, que ayudan a éstos a orientarse en la búsqueda de la solución del problema.

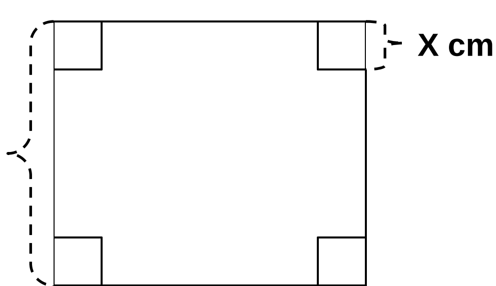
Las estrategias heurísticas son los sentidos de orientación que pueden seguirse en el razonamiento para conectar los datos con la solución durante el proceso de resolución de un problema. Aunque algunos autores mencionan también otras, las más empleadas son: el trabajo hacia adelante o método sintético y el trabajo hacia atrás o método analítico.

- En el trabajo hacia adelante el razonamiento para obtener la solución parte de los datos y a partir de ellos se busca la vía que conduzca a la solución.
- En el trabajo hacia atrás el razonamiento parte de la solución. Se busca un primer resultado intermedio que conduzca a la solución, después un segundo resultado intermedio que conduzca al primero, y así sucesivamente hasta llegar a los datos. Después se puede hacer el recorrido de forma inversa: de los datos a la solución.

Ejemplos para la solución de problemas mediante los medios auxiliares heurísticos y procedimientos heurísticos.

Ejemplo 1. De una hoja cuadrada de **a** centímetros de lado se desea hacer una caja abierta (sin tapa), recortando un cuadrado en cada uno de sus cuatro vértices. Determine una relación que exprese el volumen de la caja en función de la longitud de los lados de los cuadrados iguales recortados.

Solución.
Inicialmente se confeccionará una figura auxiliar.



a cm

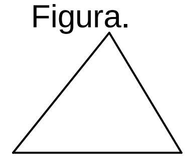
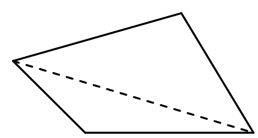
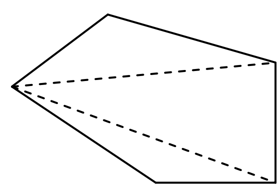
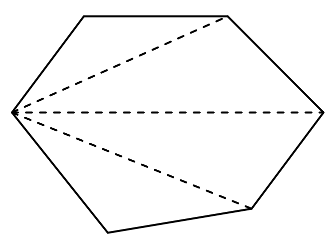
Sea **x** la longitud de los lados de los cuadrados iguales recortados.

Respuesta.
$V(x) = (a - 2x)^2 . x$

$V(x) = a^2x - 4ax^2 + 4 x^3$

Ejemplo 2. Deducir una fórmula para la suma de los ángulos interiores de un polígono convexo de **n** lados.

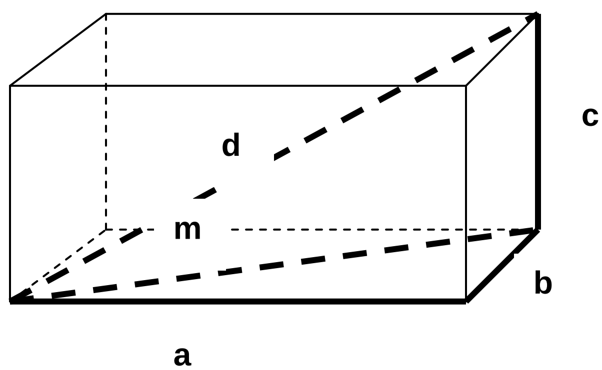
Solución.

Cantidad de lados.	Suma de ángulos interiores.	Figura.
3 lados (triángulos).	S = 180 grados	
4 lados (cuadrilátero).	S = 360 grados S = 2(180grados)	
5 lados (pentágono).	S = 540 grados. S = 3(180grados)	
6 lados (hexágono).	S = 720 grados. S = 4(180 grados)	

Respuesta.
Por inducción se llega a la conclusión de que la fórmula es: $S=(n - 2)180$ grados.

Ejemplo 3. Un papalote está rozando el extremo superior de una torre de 30m de altura. La base de la torre se encuentra en uno de los vértices de una plaza que tiene forma rectangular, con 32 m de largo y 24 m de ancho. Un niño que está empinando el papalote se encuentra en el vértice opuesto del rectángulo que forma la plaza. ¿A qué distancia está el papalote del niño?

Solución.
Se confeccionará inicialmente una figura auxiliar.



Aplicación del principio de generalización.

Generalizando el teorema de Pitágoras, se puede obtener la distancia entre dos puntos en el espacio.

$m^2 = a^2 + b^2$

$d^2 = m^2 + c^2$

Sustituyendo m^2 por $a^2 + b^2$

$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$

$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

$d = \sqrt{32^2 + 24^2 + 30^2}$

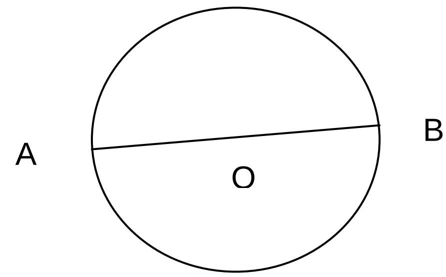
$d = \sqrt{1024 + 576 + 900}$

$d = \sqrt{2500}$

$d = 50$

Respuesta.
El papalote está a 50m del niño.

Ejemplo 4. Se desea elaborar, con los estudiantes, el teorema relativo a la amplitud del ángulo inscrito en el diámetro de una circunferencia. Para ello se traza en el pizarrón y se le orienta a los estudiantes que lo hagan también en sus libretas, una circunferencia con su centro O y un diámetro AB.



Se sitúa un punto C sobre la circunferencia, se trazan los segmentos AC y BC y se mide la amplitud del ángulo ACB.

Después, se va moviendo el punto C por la circunferencia y se van midiendo las amplitudes de los diferentes ángulos ACB que van surgiendo. De esta manera se puede concluir que, el ángulo inscrito en el diámetro de una circunferencia tiene una amplitud de 90^0.

Ejemplo 5. La fórmula para calcular el volumen de una pirámide recta truncada de base cuadrada es: $V = \frac{\left(a^2 + ab + b^2\right)}{3}.h$ donde **a** es la longitud del lado de la base cuadrada inferior, **b** es la longitud del lado de la base cuadrada superior y **h** es la longitud de la altura. ¿Qué sucede en los casos particulares en que b=a y en que b=0?

Respuesta.

Si b=a se trata de un prisma y la fórmula para calcular el volumen se transforma en: $V = a^2 . h$

Si b=0 se obtiene una pirámide como caso límite de la pirámide truncada y la fórmula para calcular el volumen se convierte en: $V = \frac{1}{3} a^2 .h$

Ejemplo 6. 9 ejemplares de un libro cuestan 11 pesos y pico y 13 ejemplares cuestan 15 pesos y pico. ¿Cuánto cuesta un libro?

Solución.

Evidentemente cada libro cuesta 1 peso y pico.

Sea, entonces, el precio del libro (1+x) pesos, donde 0 < x < 1, y además, x es un número decimal de dos lugares, porque representa la cantidad de centavos en que el precio del libro excede a un peso.

Planteamiento de dos inecuaciones:

I) $11 < (1 + x)\, 9 < 12 \Rightarrow \frac{11}{9} - 1 < x < \frac{12}{9} - 1 \Rightarrow \frac{2}{9} < x < \frac{3}{9}$

II) $15 < (1 + x)\, 13 < 16 \Rightarrow \frac{15}{13} - 1 < x < \frac{16}{13} - 1 \Rightarrow \frac{2}{13} < x < \frac{3}{13}$

Expresando las fracciones en notación decimal:

I) 0,2222…< x < 0,3333…

II) 0,1538…< x < 0,2307…

Combinando las dos inecuaciones se obtiene que:

0,2222…< x < 0,2307

Como x tiene sólo dos lugares decimales, entonces:

x = 0,23

Respuesta.

El precio de cada libro es de 1,23 pesos.

Ejemplo 7. Dados **n** puntos en un plano, de los cuales no hay tres situados en una misma recta.

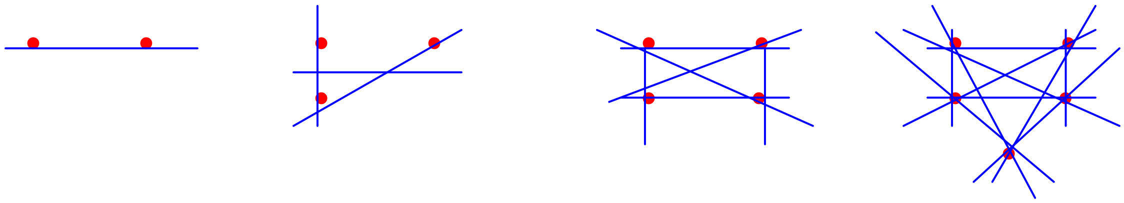
a) ¿Cuántas rectas se pueden trazar que pasen por dos de los **n** puntos?

b) ¿Cuántos puntos están dados si se pueden trazar 36 rectas?

Solución.

a)

Dos Puntos Tres Puntos Cuatro Puntos Cinco Puntos



1 recta 3 rectas 6 rectas 10 rectas

Aplicando el principio de inducción:

2………..1

3………. 3 = 1 +2

4………. 6 = 3 + 3

5……….10 = 6+4

…………………..

n………..1+2+3+4+…+ (n-1) = $\frac{n(n-1)}{2}$

b) $\frac{n(n-1)}{2}$ = 36 $\Rightarrow$ n = 8

Respuesta.

Hay trazados 8 puntos.

Conclusiones:

La utilización sistemática de los elementos heurísticos en la solución de problemas relacionados con cualquier tipo de disciplina, contribuye a desarrollar en los estudiantes la capacidad de resolver problemas, mediante el desarrollo del pensamiento deductivo. Obviamente, el profesor debe, a su vez, adiestrarse en el uso de los principios, los medios y las estrategias heurísticas para poder incidir positivamente en que sus estudiantes puedan hacer uso de ellos cuando están resolviendo un problema.

Bibliografía.

-Hernández, R.. y Reyna, M. 2012. “Software educativo para la enseñanza de los métodos numércos”. Revista Aula Universitaria N 13. Universidad Nacional del Litoral. Santa Fe. Argentina.

-Hernández, R.. y Reyna, M. 2012. “Un análisis y una propuesta sobre la forma de enseñar los métodos numéricos” MATECOMPU 2012. Matanzas Cuba.
-Hernández, R.. y Reyna, M. 2013. “Problemas que se resuelven mediante Diferencias Finitas”. CIUM 2013. Matanzas. Cuba.
-Hernández, R.. y Reyna, M. 2013. “Ejemplos de utilización de la enseñanza problémica en la matemática”. Revista Aula Universitaria. Universidad Nacional del Litoral. Santa Fe. Argentina.