

ALTERNATIVA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DEL CÁLCULO DE CUERPOS EN EL DÉCIMO GRADO DE PREUNIVERSITARIO

MSc. Boris Alvarez González¹

*1.- Universidad de Matanzas “Camilo Cienfuegos”, Vía Blanca Km.3,
Matanzas, Cuba.*

Resumen

El presente trabajo aborda los elementos fundamentales sobre los desafíos en la enseñanza del cálculo de cuerpos en el décimo grado, el desarrollo de las líneas directrices vinculadas a estos contenidos desde los primeros años del estudiante en el sistema educacional cubano y se expone una alternativa para el tratamiento de este contenido que a criterio de los autores contribuye al desarrollo de habilidades para el cálculo de cuerpos, lo cual ha sido corroborado por los instrumentos evaluativos aplicados.

Palabras claves: *Geometría; Líneas directrices; alternativa; habilidades.*

Introducción

La enseñanza de la Matemática se encuentra inmersa en un constante proceso de renovación, persiguiendo que nuestros estudiantes adquieran una concepción científica del mundo que los rodea, dotarlos de las herramientas necesarias para el desarrollo de competencias y actitudes para ser hombres y mujeres útiles a la sociedad, hombres y mujeres sensibles y responsables ante los problemas que se les plantean.

La matemática juega un importante papel en el desarrollo del pensamiento lógico y en la interpretación del mundo en que vivimos a través del aprendizaje de sus contenidos básicos. La geometría en especial está ligada al desarrollo de este pensamiento formal y de distintas formas de pensamiento.

El trabajo con la geometría y las magnitudes se desarrolla desde la Enseñanza Primaria, transitando luego por la Enseñanza Media hasta llegar a la Enseñanza Media Superior. Durante este periodo el significado geométrico de los conceptos y teoremas contribuyen de manera esencial a lograr una representación mental clara de los conceptos. La geometría debe ser empleada como vehículo para interpretar el mundo físico y como herramienta para la orientación espacial.

Uno de los objetivos generales de la Matemática en el preuniversitario está dirigido precisamente a estimar y calcular cantidades, relaciones de proporcionalidad, longitudes, áreas y volúmenes, incógnitas y parámetros para proyectar y ejecutar actividades prácticas, así como para resolver problemas relacionados con hechos y fenómenos sociales, científicos y naturales, utilizando su saber acerca de los números, las magnitudes, las funciones elementales, las ecuaciones algebraicas y trascendentes, la estadística descriptiva, la combinatoria y la probabilidad, la geometría del plano y el espacio y la trigonometría.

Sin embargo, los autores de este trabajo en su práctica pedagógica constataron que los estudiantes presentan dificultades al enfrentarse a ejercicios y problemas relacionados con cálculo de cuerpos, evidenciándose imprecisiones en el despeje en fórmulas, dominio de las fórmulas para el cálculo de áreas y volúmenes, identificación de los cuerpos con los que se pedía trabajar.

El resultado de un diagnóstico aplicado y de la prueba final corroboraron que las dificultades existían puesto que más del 65 por ciento de los estudiantes no lograron alcanzar el mínimo de puntos para aprobar esta pregunta en dicho examen.

Se debe tener en cuenta que la bibliografía existente no cuenta con ejercicios para desarrollar habilidades en algunos casos, en otros cuenta con ejercicios para sistematizar conocimientos que no han madurado debidamente en el décimo grado como el caso del texto “Entrénate en la GEOMETRÍA”, además el contenido de cálculo de cuerpo está ubicado en la última unidad del grado y se le dedica poco tiempo.

Por lo anteriormente descrito los autores de este trabajo se dieron a la tarea de elaborar ejercicios y problemas geométricos encaminados al desarrollo de habilidades en el esbozo de figuras y cuerpos geométricos, en particular, utilizando la perspectiva caballera, con el fin de ilustrar las situaciones dadas en los ejercicios y problemas.

El aporte radica en la elaboración de un folleto de ejercicios encaminados a desarrollar habilidades en los estudiantes en el cálculo de cuerpos y con su aplicación en una muestra seleccionada de 59 estudiantes se logró que más del 90% de los estudiantes erradicaran las dificultades que presentaban en esta temática.

Para el desarrollo de la investigación se emplearon métodos del nivel teórico como el analítico-sintético, inductivo-deductivo, histórico-lógico, modelación y el dialéctico-materialista como método más general.

Desarrollo

La enseñanza de la geometría espacial tiene gran importancia ya que es un tema con gran implicación hacia la práctica y en el desarrollo del pensamiento lógico, esta es la razón por la cual su enseñanza se hace compleja.

Al transitar del plano al espacio se presentan problemas con la visualización, con la imaginación y representación espacial. Este es un problema que se agudiza en aquellos alumnos que no han tenido experiencias previas con la geometría del espacio, aunque sea a nivel intuitivo. Por ello es recomendable utilizar medios adecuados. Muchos profesores son amantes del uso de la tecnología en la escuela, y siempre que se pueda debemos aprovechar sus potencialidades, sin embargo, tiene un inconveniente en el caso de la geometría del espacio y es que no logra simular bien las tres dimensiones. Por ello es recomendable, para iniciar, que se usen medios concretos que sean verdaderamente tridimensionales. En este caso, puede ser utilizada una caja pequeña de forma ortoédrica, confeccionada con un material transparente para que simule el espacio. También palillos de madera o pajillas absorbentes que simulen las rectas. Con ese medio se pueden ir visualizando las relaciones espaciales y se logra una gran comprensión de las mismas.

“Para resolver problemas o ejercicios de la geometría espacial es necesario el uso del plano en el espacio porque en el espacio casi todo lo que se hace es reduciendo a un plano conveniente, es decir, tanto el estudio de propiedades, las demostraciones, como en la solución de problemas propiamente dichos. Entre los conocimientos básicos de

geometría plana que se necesitan activar se encuentran: Rectas y planos. Axiomas. Relaciones de posición. Ángulos. Relaciones entre ángulos. Polígonos. Principales propiedades. Sus áreas y perímetros. Igualdad y semejanza de figuras planas elementales. Identificación de cuerpos geométricos elementales, sus propiedades y sus áreas y volúmenes.

La enseñanza de la geometría espacial depende mucho de la creatividad del profesor en el aula, pero debe tener presente el trabajo con las líneas directrices en la enseñanza de la Matemática ya que estas permiten, entre otros aspectos: Determinar lo esencial en el tratamiento de los contenidos y comprender su contribución a los objetivos de la asignatura del grado y del nivel, y de la formación, en el subsistema de Educación General. Seleccionar y ordenar los contenidos en forma de espiral, con lo que se garantiza la integración y la sistematización continua de lo aprendido por los estudiantes. Conocer las condiciones previas que se deben garantizar para la asimilación de los nuevos contenidos. Comprender la relación mutua entre los diferentes contenidos. Orientarse acerca de cómo tratar un determinado contenido a partir del conocimiento de las exigencias metodológicas esenciales a tener en cuenta en el tratamiento de las líneas directrices que concurren en este.

Un aspecto a tener en consideración es el transcurso de la **línea directriz trabajo con magnitudes**, que reviste gran importancia en el cálculo de cuerpos. Desde la enseñanza primaria en sus dos ciclos el alumno adquiere los conocimientos relativos a la relación centímetro – metro. Estimación, medición, cálculo con cantidades de magnitud. Trazado de segmentos con medidas en centímetros. El decímetro y el milímetro. Relación cm-mm, dm-cm, m-dm. Conversión de dos unidades a una y viceversa. Trazado de figuras geométricas tratadas en el grado. Estimación, medición y trazado de ángulos hasta 180° , empleando el semicírculo graduado. Trazado de figuras geométricas tratadas en el grado. Múltiplos y submúltiplos de las unidades de longitud, masa, área, volumen y capacidad, profundización del trabajo en la conversión de magnitudes.

En la Enseñanza Media Básica y en la Media Superior el estudiante debe ser capaz de obtener fórmulas para el cálculo de perímetros, áreas y volúmenes de figuras y cuerpos geométricos más complejos y aplicarlos a la resolución y formulación de ejercicios y problemas.

En el caso del transcurso de la **línea directriz Geometría** en los dos ciclos de la Enseñanza Primaria los contenidos impartidos a los alumnos están relacionados con orientaciones en el espacio y en la hoja de trazado (arriba, abajo, a la derecha, a la izquierda, delante, detrás). Los conceptos: punto, línea, recta y segmento. Identificación de triángulo, rectángulo, cuadrado y círculo (El triángulo tiene tres lados, el rectángulo y el cuadrado tienen cuatro lados; los cuatro lados del cuadrado tienen igual longitud), cubo y esfera. Identificación de triángulos (tres lados, tres vértices), cuadriláteros (cuatro lados), triángulos y cuadriláteros iguales (superpuestos coinciden), rectángulos (cuatro lados, lados opuestos iguales y cuadrados (cuatro lados iguales, rectángulo especial), ortoedros (seis caras que tienen forma rectangular) y cubo (ortoedro especial), círculo, circunferencia (centro de la circunferencia) y esfera (no tiene vértices

ni aristas). Clasificación de triángulos según sus ángulos. Relación entre los lados y los ángulos de un triángulo. Desigualdad triangular. Teorema sobre la suma de las amplitudes de los ángulos interiores de un triángulo. Relaciones de posición entre rectas. Por dos puntos pasa una sola recta. Por un punto exterior a una recta se puede trazar exactamente una recta paralela a esta. Trazado de rectas paralelas y perpendiculares con regla y cartabón. Caracterización y construcción de paralelogramos con regla y cartabón. Rectángulos y cuadrados como paralelogramos con lados consecutivos perpendiculares. Prisma (ortopedro y cubo): Par de caras opuestas iguales. Volumen de un ortopedro. Circunferencia y círculo. Centro y radio, todos los radios son iguales. Cilindro. Polígono. (Vértices y lados de un polígono. Sistematización de los polígonos estudiados). Trapecio (bases del trapecio) y rombo. Cuerpos con caras planas: repaso del prisma, introducción de la pirámide. Figuras y cuerpos redondos. Repaso de los conceptos circunferencia y círculo, centro y radio, trazado de circunferencia, concepto de diámetro, propiedades. Repaso del cilindro y la esfera, introducción del cono. Simetría axial. Reconocimiento y construcción de figuras simétricas y ejes de simetría.

En la Enseñanza Secundaria Básica el estudiante sistematiza las figuras planas y las relaciones entre ellas. Profundiza sobre los movimientos del plano y la composición de estos. Estudia las relaciones entre los elementos de un triángulo y de un cuadrilátero. Construcción de triángulos y cuadriláteros y de segmentos y rectas notables de un triángulo. Teorema de Pitágoras. El cubo y el ortopedro. La circunferencia y el círculo. Relaciones de posición entre circunferencias y otras figuras geométricas. Cálculo aproximado de pi al estudiar la longitud de la circunferencia y el área del círculo. Ángulos en la circunferencia. Igualdad de figuras geométricas. El prisma y la pirámide. Proporcionalidad de segmentos. Teorema de las transversales. Semejanza de figuras. Teoremas que proporcionan criterios suficientes para la semejanza de triángulos. Razones trigonométricas en el triángulo rectángulo. Resolución de triángulos rectángulos. El cilindro, el cono y la esfera como cuerpos de revolución.

El **adiestramiento lógico – lingüístico** tiene gran influencia en un conjunto de elementos significativos de la formación y desarrollo de la personalidad del alumno como el desarrollo de rasgos del carácter y hábitos del pensar, o sea, contribuye a educar a los alumnos en la definición precisa, calidad y precisión de sus ideas, en la persistencia de sus criterios, en la movilidad de los procesos del pensamiento, el cuidado al expresar una idea del lenguaje matemático al común y en la formalidad de las relaciones que expresa.

El adiestramiento lógico lingüístico por un lado requiere la adquisición de conocimientos lógicos (generales y específicos del trabajo matemático) en especial con respecto al definir y al demostrar y por otro lado, la comprensión y empleo del lenguaje matemático, que abarca desde la lengua materna, pasando por la terminología y simbología matemática hasta elementos de formalización. Es por ello que el transcurso de esta línea directriz está estrechamente vinculada con:

- Argumentar matemáticamente (argumentar, conjeturar, demostrar)

- Operar con conceptos matemáticos
- Comunicarse utilizando la terminología y simbología matemáticas
- Trabajar con representaciones de objetos matemáticos

Para lograr que los estudiantes argumenten matemáticamente se requiere desde los primeros grados adiestrarlos para que fundamenten sus ideas. Para argumentar matemáticamente en el transcurso de esta línea directriz se pueden señalar niveles diferentes de desarrollo, el primer nivel se expresa en dar argumentaciones de cálculos, procedimientos o de razonamientos ya conocidos, dar argumentaciones a partir de hechos de la vida cotidiana. El segundo nivel se expresa en desarrollar y explicar argumentaciones de varios pasos, describir o fundamentar una vía de solución, valorar si los resultados satisfacen las exigencias, explicar relaciones y estructuras. El tercer nivel se expresa en desarrollar y explicar argumentaciones más complejas, evaluar distintas argumentaciones, plantear preguntas típicamente matemáticas y fundamentar conjeturas.

Se opera con conceptos desde la Educación Primaria, primero mediante descripciones y en el segundo ciclo ya se comienzan a definir, pero no es posible trabajarlos con todo el rigor de los procedimientos asociados a ellos. En Secundaria Básica los alumnos desarrollan mayores destrezas en el trabajo con ellos y con proposiciones, en la Educación Media Superior, pueden distinguir entre varios tipos de afirmaciones (definiciones, teoremas, conjeturas, hipótesis, ejemplos) y trabajar con procedimientos lógicos asociados a conceptos, juicios y razonamientos en mayor medida. Por otra parte, son capaces paulatinamente de traducir del lenguaje común al algebraico e interpretar expresiones con símbolos, que le deben permitir elaborar modelos y expresar argumentos con rigor, claridad y coherencia haciendo un adecuado uso de la terminología y simbología matemática.

Es posible señalar niveles diferentes de desarrollo, para operar con conceptos. El primer nivel se expresa en Identificar conceptos, dar ejemplos y contraejemplos en diferentes representaciones. El segundo nivel en comparar, clasificar, limitar y generalizar conceptos, integrar conceptos a un sistema y aplicar conceptos a la resolución de ejercicios y problemas. El tercer nivel se expresa en reformular y negar definiciones de un concepto. Derivar consecuencias de una definición además de reflexionar y valorar distintas definiciones de un concepto.

Los estudiantes se comunican utilizando la terminología y simbología matemática desde el primer ciclo de la educación primaria, se expresan de diversas maneras en temas de contenido matemático, de forma tanto oral como escrita, lo que les permite también comprender las afirmaciones orales o escritas hechas por otros. A medida que transcurren los grados se utilizan en mayor medida todo el aparato simbólico y la terminología matemática, como recurso para contrastar y evaluar ideas, indagar sobre las causas de posibles errores, fundamentar lo que se hace, entre otros aspectos.

Es conocido que el desarrollo del pensamiento y el desarrollo del lenguaje están

estrechamente unidos, por ello en la enseñanza de la Matemática la contribución a la formación lingüística de los alumnos es un componente de los objetivos en el campo del desarrollo intelectual. El profesor contribuye a la formación lingüística de los alumnos cuando logra capacitarlos para el uso correcto del lenguaje de la asignatura, para transferir formulaciones del lenguaje común al lenguaje matemático y viceversa.

Es posible señalar niveles diferentes de desarrollo, el primero se expresa en reconocer representaciones ya ejercitadas de objetos y situaciones matemáticas. El segundo en reconocer relaciones entre distintas formas de representación, así como transferir de una forma de representación a otra de los objetos y situaciones matemáticas. El tercero se expresa en elaborar representaciones propias, evaluar distintas formas de representación atendiendo a sus fines además de comprender representaciones no familiares y evaluar su pertinencia.

Teniendo en cuenta el transcurso de las líneas directrices descritas anteriormente, considerando que el “tratamiento didáctico metodológico de la geometría del espacio tiene particularidades determinadas por el propio contenido y por la naturaleza misma de lo que ella representa: un modelo abstracto del mundo. Las exigencias lógico – lingüísticas son elevadas y exige una representación e imaginación espacial que debiera ser natural se desarrollara en el hombre pues vivimos en ese mundo, sin embargo la realidad indica que no es así.

El autor de este trabajo considera que el aprendizaje de la geometría del espacio en el décimo grado debe iniciarse al comenzar el curso escolar, vinculándolo con contenidos de otras unidades, de existir las posibilidades para ello.

Como es claro, esto no quiere decir que se le deben dedicar gran cantidad de horas al cálculo de cuerpos, sino, que semanalmente se trabajen algunos ejercicios en dependencia de las características de los estudiantes, comenzando por fijar los conocimientos relacionados con representación espacial, trabajo con magnitudes y despeje en fórmulas. A medida que el curso avance se pueden complejizar hasta llegar al nivel deseado por el docente que imparte la materia.

Algunos ejemplos del material elaborado por el autor de este trabajo se exponen a continuación:

El profesor comenzará por ejercicios elementales para fijar los conocimientos referentes a las características de los cuerpos, sus fórmulas, esbozos gráficos y despejes en fórmulas que servirán de base para el trabajo futuro

1.- Diga si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas, en caso de ser falsas justifique por que lo son:

- a) ___ Un prisma recto de base cuadrada es un polígono regular
- b) ___ La esfera se obtiene al rotar un semicírculo sobre su diámetro.
- c) ___ El cilindro circular recto se obtiene al rotar un triángulo rectángulo sobre cualquiera de sus catetos.

d) ___ Un cubo es un caso especial de prismas donde todas las aristas tienen igual longitud.

2.- Complete los espacios en blanco con los cuerpos que poseen las características descritas a continuación:

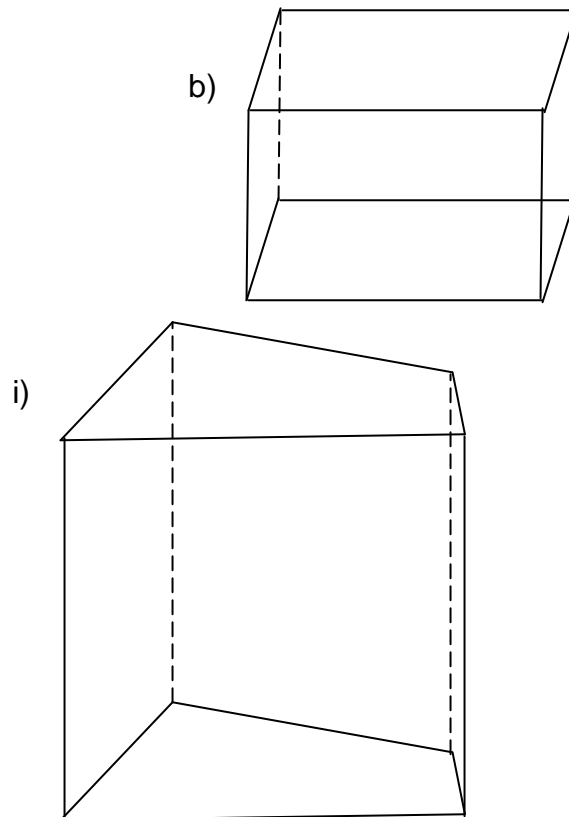
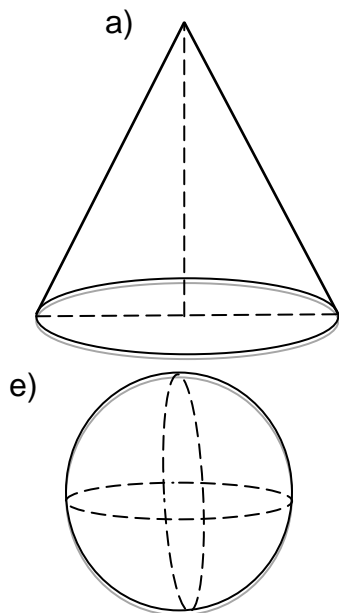
- a) Dos bases _____
- b) Aristas laterales _____
- c) Generatriz _____
- d) Diámetro _____

4.- Relacione las fórmulas de la columna A con el cuerpo que le corresponde en la columna B

A	B
$Al = \pi r g; g(\text{generatriz})$	Prisma de base triangular
$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$	Cubo
$Al = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$	Esfera
$V = l^3; l(\text{longitud de una arista})$	Cilindro circular recto
$A = 4\pi \cdot r^2$	Cono

5.- Dados los esbozos gráficos de los cuerpos señale en ellos de ser posible:

- Aristas laterales
- Aristas de la(s) base(s)
- Base(s)
- Altura
- Generatrices
- Radio
- Diámetro



En este ejercicios se pueden realizar las siguientes preguntas: En el caso del inciso i) ¿Qué figura forman las caras?, ¿Qué características poseen?, ¿Cómo podría calcular el área de la base de dicho prisma?, ¿Se puede descomponer la base en figuras conocidas?, ¿Cuáles serían esas figuras?

7.- Dada la siguiente tabla complete los espacios en blanco con información verídica.

Cuerpos	Volumen	Área Lateral	Área Total
Esfera		-----	
Cono		$\pi \cdot r \cdot g$	
Prisma recto de base romboidal	$\frac{d_1 \cdot d_2}{2} \cdot h$		
Cilindro circular recto			$2\pi \cdot r \cdot h + 2\pi \cdot r^2$
Pirámide regular de base triangular		$3 \cdot A_{cara1}$	

8.- De un cono cuyo volumen y radio se conocen, la expresión para calcular la altura es:

$$\begin{array}{ll} \text{--- } h = \frac{V \cdot \pi}{3r^2} & \text{--- } h = \frac{3 \cdot V \cdot \pi}{r^2} \\ \text{--- } h = \frac{3 \cdot V \cdot r^2}{\pi} & \text{--- } h = \frac{3 \cdot V}{\pi \cdot r^2} \end{array}$$

9.- La expresión para calcular el área total de un cilindro circular recto es $A_T = 2\pi \cdot r \cdot h + 2\pi \cdot r^2$. Al despejar h se obtiene:

$$\begin{array}{ll} \text{--- } h = \frac{A_T}{2\pi \cdot r + 2\pi \cdot r^2} & \text{--- } h = \frac{A_T - 2\pi \cdot r}{2\pi \cdot r^2} \\ \text{--- } h = \frac{A_T - 2\pi \cdot r^2}{2\pi \cdot r} & \text{--- } h = \frac{A_T + 2\pi \cdot r^2}{2\pi \cdot r} \end{array}$$

10.- El volumen de una esfera de 10cm de diámetro es aproximadamente:

$$\text{--- } 5,23dm^3 \quad \text{--- } 523dm^3 \quad \text{--- } 523cm^3$$

12.- Una pirámide regular de base cuadrada tiene un volumen de $108dm^3$ y su altura es de 9,0dm.

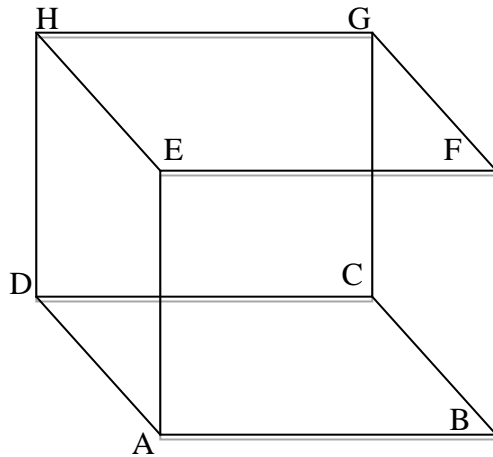
12.1.- Las aristas de la base miden:
 ___ 12dm ___ 6,0dm ___ 36dm

12.2.- Si la altura de los triángulos de las caras es de 9,5dm, entonces su área total es de:
 ___ $114dm^2$ ___ $36dm^2$ ___ $1,5m^2$

Una vez el profesor considere que sus estudiantes dominan las fórmulas y características de cada uno de los cuerpos, puede proponer ejercicios de cálculo un poco más complejos donde los elementos de la geometría plana tengan mayor peso en la resolución del ejercicio.

15.- En la figura ABCDEFGH es un prisma recto, se conoce que su base ABCD es un cuadrado de 24cm de perímetro y que su altura excede en 6,0cm a la arista \overline{AB} de la base.

- Calcula su volumen.
- Determine su área lateral y exprese el resultado en dm^2 .



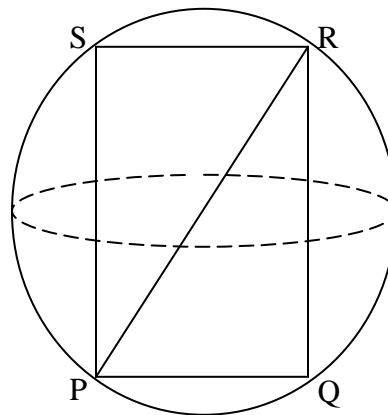
El profesor puede realizar las siguientes preguntas de impulso: ¿Qué cuerpo está representado en este ejercicio?, ¿Existe alguna relación que nos permita calcular su volumen y área lateral?, ¿Qué elementos necesitamos conocer para calcular lo que nos piden?, ¿Qué figura representa la base?, ¿Cómo calculamos su perímetro?, ¿Qué significa la expresión excede?, ¿Cómo convertimos una unidad de medida en otra?

Este tipo de ejercicios se pueden trabajar hasta el momento donde se imparta el contenido sobre razones trigonométricas, luego se pueden proponer ejercicios como el que se muestra a continuación:

24.- PQRS es un rectángulo insertado en una esfera de manera que los puntos P, Q, R y S pertenecen a la esfera. La diagonal RP del rectángulo pasa por el centro de dicha esfera, se sabe que:

$PQ = 7,0cm$
 $\angle RPQ = 70^\circ$

- Calcula el volumen de la esfera



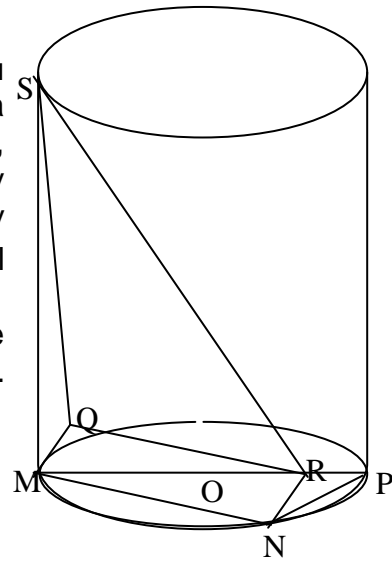
El profesor puede realizar las siguientes preguntas: ¿Con qué elemento de la esfera coincide la diagonal PR del rectángulo?, ¿Es posible extraer el rectángulo y trabajar con el por separado como una figura plana?, ¿Existe alguna propiedad del rectángulo que me permita clasificar el triángulo PQR según la amplitud de sus ángulos?, ¿Existe alguna relación en dicho triángulo que me permita calcular la longitud de PR?, ¿Cuál?, ¿Es posible ahora calcular el volumen de la esfera?

Cuando el profesor imparta los contenidos relacionados con igualdad y semejanza de triángulos, puede ir introduciendo ejercicios sobre cálculo de cuerpos donde sea necesario demostrar igualdad o semejanza de triángulos además de utilizar las razones trigonométricas, la complejidad de los ejercicios dependerá siempre de las características de los estudiantes.

Ejemplo:

En la figura se muestra un cilindro circular recto, en su base inferior se tiene que N es punto de la circunferencia de centro O, R punto del diámetro MP, MQ pertenece al plano de la circunferencia de la base y MQ tangente a esta en M, además $QR \parallel MN$ y $\triangle MNR$ isósceles de base NR. Se tiene que MS altura del cilindro.

- a) Si la longitud de la circunferencia de la base inferior es de $31,4dm$; $MN = 80cm$ y $SM = 12dm$.
Calcula el volumen del cuerpo MRQS



El profesor puede realizar las siguientes preguntas: ¿Qué nombre recibe el cuerpo MRQS?, ¿Qué características posee dicho cuerpo que me permite decir que es una pirámide?, ¿Existe alguna expresión que nos permita calcular su volumen?, ¿Qué elementos aún son desconocidos en esa expresión?, ¿Cómo podemos determinar la longitud del segmento MR?, ¿Cómo clasificamos el triángulo MNP según sus ángulos?, ¿Existe alguna expresión para calcular el área de este triángulo?, ¿Cuál?, ¿Existe alguna relación entre los triángulos MNP y MQR?, ¿Cuál?, ¿Existe alguna relación entre las áreas de triángulos semejantes?, ¿Cuál es esta relación?, ¿Existe algún elemento desconocido aún para calcular el volumen de la pirámide?

Conclusiones

Las exigencias de los objetivos del grado y la realización de la línea directriz con respecto al desarrollo de habilidades en la resolución de ejercicios y problemas geométricos de cálculo de cuerpo exigen la confección por los docentes que enseñan Matemática elaborar nuevos ejercicios y modificar varios de los existentes que aparecen en los libros de texto del preuniversitario.

El cambio de un modelo de ejercicio a otro depende del nivel de desempeño de los estudiantes, es necesario no violar etapas y solo cambiar de modelo cuando el profesor esté convencido que sus estudiantes adquirieron las habilidades necesarias para continuar complejizando el aprendizaje en este tema.

Bibliografía

Documento Líneas Directrices en la Enseñanza de la Matemática. Material en soporte digital.

Castellanos S., D., et al. (2001). La Educación en Cuba hoy: problemas y desafíos. En Aprender y Enseñar en la Escuela: Una Concepción Desarrolladora. Ciudad de la Habana. Editorial Pueblo y Educación.

Fuentes, H., U. Mestre y F. Repilado (1997). Fundamentos didácticos para un proceso de enseñanza aprendizaje participativo. Monografía. CeeS "M. F. Gran", Santiago de Cuba.

Mazarío Triana, I. (2008). "Un modelo de resolución de problemas de Matemática sustentado en el enfoque histórico-cultural." Conferencia En "X Evento Internacional Matecompu 2008".

Ministerio de Educación, Programas. Décimo Grado y Primer Año de la Educación Técnica y Profesional, Ed. Pueblo y Educación, La Habana, 2005.

Pérez Bueno, Deisy (2012). Procedimientos metodológicos contextualizados para desarrollar habilidades geométricas en los escolares. Disponible en www.vinculando.org [consultado 23/10/2012]

Perspectivas para la enseñanza de la Geometría en el siglo XXI. Documento de discusión para un estudio ICMI, *PMME-UNISON*. Disponible en www.euclides.org [consultado 23/10/2012]

Rizo Cabrera, Celia (2012). Tratamiento inicial de la Geometría del Espacio: Una concepción Didáctica. Material en soporte digital disponible en www.es.scribd.com [consultado 25/10/2012]

Ron Galindo, José. (2007). Una estrategia didáctica para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la resolución de problemas en las clases de matemática en la educación secundaria básica. Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en ciencias pedagógicas. ISP "Enrique José Varona." Ciudad de la Habana. Cuba.