



**UNIVERSIDAD DE MATANZAS
"CAMILO CIENFUEGOS"
FACULTAD DE INGENIERIAS QUÍMICA – MECANICA.**

MONOGRAFÍA

**MODELOS DE REGRESIÓN DE PARÁMETROS
RHEOLÓGICOS DE MIELES FINALES EN CUBA.**

MSc. Juan Landa García
Centro de Estudio de Combustión y Energía.

Noviembre, 2007

Modelos de regresión de parámetros reológicos de mieles finales en Cuba.

Juan Landa García

Centro de Estudio de Combustión y Energía

Facultad de Ingenierías Química y Mecánica

Universidad de Matanzas “Camilo Cienfuegos”

Resumen.

En este trabajo se exponen los resultados del análisis de correlación entre los parámetros reológicos de las mieles finales de azúcar de caña en Cuba, a partir de datos históricos, con la temperatura y la concentración, obteniéndose que la consistencia k varía en forma potencial con la temperatura y con la concentración, mientras que el índice de flujo n no muestra influencia de la temperatura, aunque sí de la concentración.

Palabras claves: mieles finales, reología, regresión, industria azucarera, producción de alcohol.

Introducción.

El conocimiento de las propiedades físicas de la sustancia es imprescindible en los trabajos de proyección y evaluación de las instalaciones industriales, siendo incluso utilizadas como herramienta de control operacional como ocurre con la “viscosidad” en el caso de la miel final de los procesos de producción de azúcar crudo y refino.

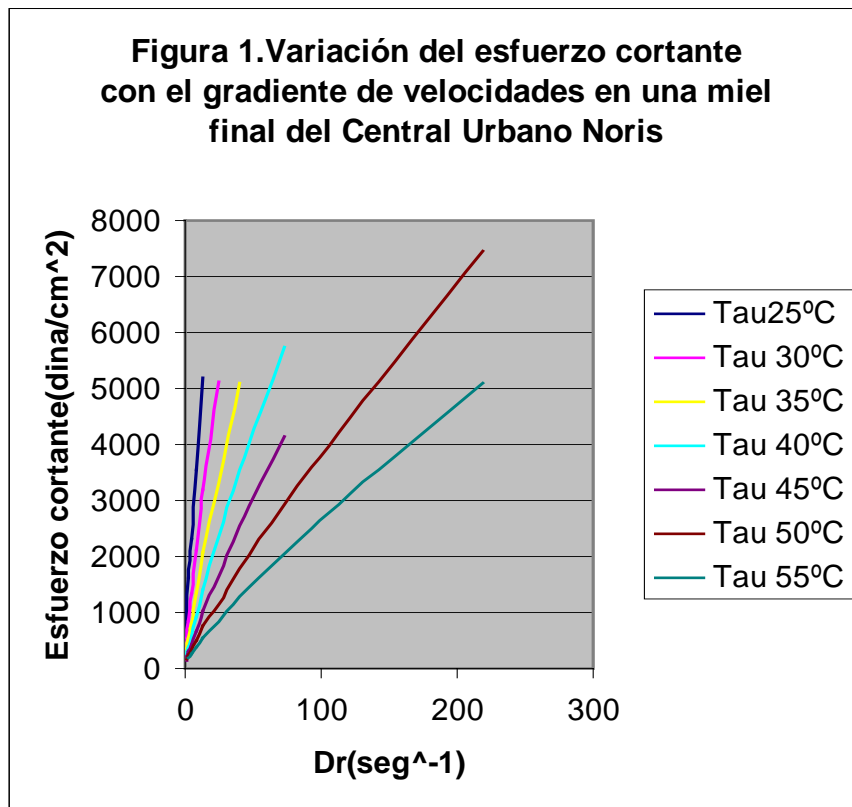
En Cuba se han realizado múltiples trabajos para establecer la influencia de la viscosidad de las mieles finales sobre los resultados del proceso (1, 2, 3, 10, 11, 13 y 14) y el valor de sus parámetros reológicos (5, 7, y 8) e incluso se ha trabajado en la evaluación y desarrollo de productos para lograr la reducción de su valor (6, 15) con buenos resultados, no obstante, las altas “viscosidades” en mieles se mantienen en la operación diaria de nuestras fábricas de azúcar, lo que indica la necesidad de continuar los estudios en esta temática y la aplicación de resultados. En los trabajos reportados en (5,7 y 8) se muestran los resultados de los estudios reológicos realizados a un grupo considerable de mieles finales de las provincias orientales y centrales del país, estableciéndose que las mieles son fluidos no newtonianos que se ajustan a la Ley de

Ostwald de Whole del tipo pseudoplástico, como se muestra en la Figura 1, con índice de flujo que varía a la temperatura de 55 °C entre 0.81 y 0.97 en la inmensa mayoría de las mieles estudiadas, aunque se reportan algunos valores menores, y valores de consistencia que pueden llegar hasta 300 Poise.

Koralov y Garcell (12) reportan modelos de viscosidad aparente en función de la temperatura, del gradiente de velocidades D_r y de la relación $Brix/(1-Brix)$, mientras que A. Díaz (5) reporta un modelo de consistencia en función de la temperatura de tipo exponencial $k=a \cdot e^{b \cdot T}$ y plantea que el valor de n casi no depende de la temperatura, formulando un modelo que puede ser utilizado para cualquier miel si se conoce el valor de la consistencia a la temperatura de 40 °C.

En Cuba no se reporta la dependencia de k y n con la concentración, ni una relación matemática general que describa la variación de k o n con la temperatura y la concentración, por lo que en este trabajo se pretende alcanzar el siguiente **objetivo**:

Obtener ecuaciones de regresión que permitan explicar la variación de los parámetros reológicos de las mieles finales con la temperatura y con la concentración.



Desarrollo.

Efecto de la temperatura sobre la consistencia en mieles reales.

En la Figura 2 se observa que la consistencia k tiene una variación decreciente con el incremento de la temperatura. Al efectuarse el análisis de regresión entre estos dos parámetros se obtuvo que el modelo que mejor explica esta relación es un modelo de tipo potencial de la forma:

$$k = a \cdot T^b$$

Donde

a y b son parámetros que se obtienen por análisis de regresión para una miel de concentración y otras características físico químicas dadas, linealizando el modelo mediante la aplicación de logaritmo neperiano a ambos miembros de dicho modelo.

Los valores de a , b y los parámetros de ajuste del modelo linealizado se muestran en las Tablas 1 y 2.

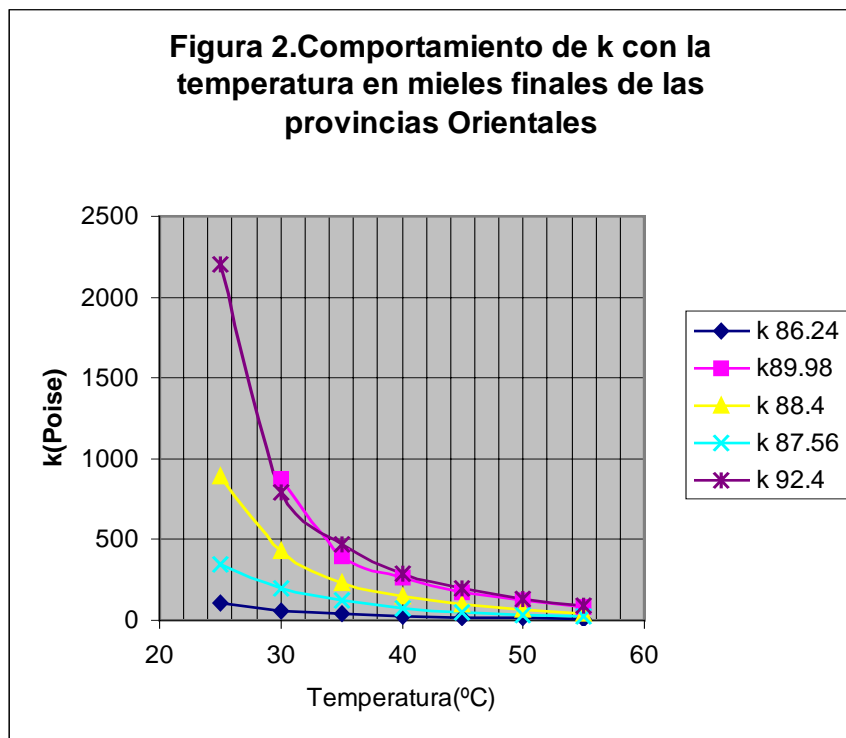


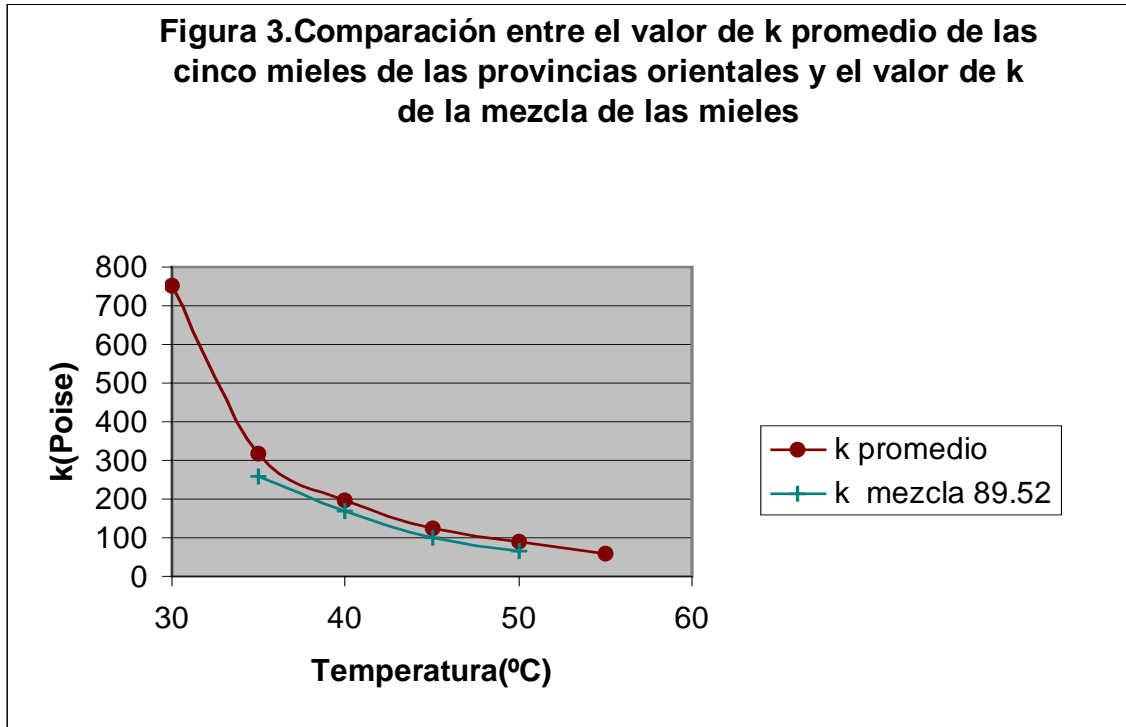
Tabla 1. Parámetros a y b del modelo $k = a \cdot T^b$ y error máximo de estimación para diferentes mieles.

°Brix	a	b	Error máximo (%)
86.24	1249445.74	-2.90078269	7.036
87.56	20224999.6	-3.38906703	8.800
88.4	133771168	-3.71331514	5.12
89.88	223584863	-3.69095798	9.75
92.4	67351114	-3.3776	2.82

Tabla 2. Parámetros estadísticos del ajuste por regresión del modelo linealizado.

°Brix	R	R ²	R ² ajustado	F	Prob F	Prob a	Prob a
86.24	0.9981	0.9963	0.9956	1343.9	2.84*10 ⁻⁷	7.36*10 ⁻⁸	2.84*10 ⁻⁷
87.56	0.9986	0.9972	0.9966	1751.08	1.47*10 ⁻⁷	3.24*10 ⁻⁸	1.47*10 ⁻⁷
88.4	0.9995	0.9990	0.9988	5085.66	1.03*10 ⁻⁸	2.1*10 ⁻⁹	1.03*10 ⁻⁸
89.88	0.9959	0.9917	0.9897	479.8	2.75*10 ⁻⁵	6.84*10 ⁻⁶	2.57*10 ⁻⁵
92.4	0.9990	0.9980	0.9971	1031.44	0.000968	0.000477	0.000968

La divergencia entre el promedio de los valores de k de las mieles y el valor de k de la mezcla de las mieles, cuyas curvas de comportamiento se muestran en la Figura 3, varía entre 16 y 32 % en el rango de temperatura de 35 a 50 °C, lo que indica que la composición química de las mieles y la interacción entre sus componentes influyen sobre los resultados.



Efecto de la temperatura sobre el índice de flujo en mieles reales.

El comportamiento de n con la temperatura para las mieles anteriores se muestra en la Figura 4, donde se observa que el valor de n tiene diferente comportamiento al variar la temperatura para una miel dada, o sea, a valores de Brix constante.

Para las muestras de concentración 85.76, 86.24 y 88.4 °Brix la variación con la temperatura es caótica, mientras que para la miel de 88.4 °Brix su comportamiento es decreciente, lo que indica que se aleja del comportamiento newtoniano y, sin embargo, la de concentración igual a 92,4 °Brix el valor de n aumenta en general hasta la temperatura de 50 °C y después disminuye, lo que indica que n no depende de la temperatura como afirma A. Díaz (5).

Si se compara el promedio de los valores de n con el valor de n de la mezcla de mieles (ver Figura 5) se observa que el comportamiento de n es diferente, existiendo una divergencia numérica no tan apreciable entre ambas como ocurre con la consistencia k , la cual varía entre 5.74 y 3.40 % entre las temperaturas de 35 y 50 °C.

Figura 4. Comportamiento de n con la temperatura en mieles finales de las provincias orientales

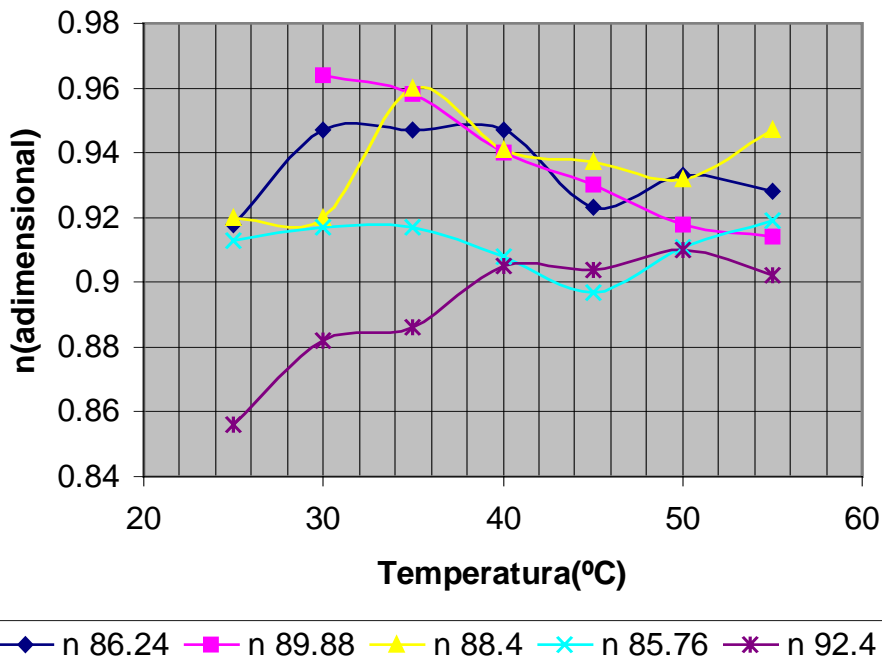
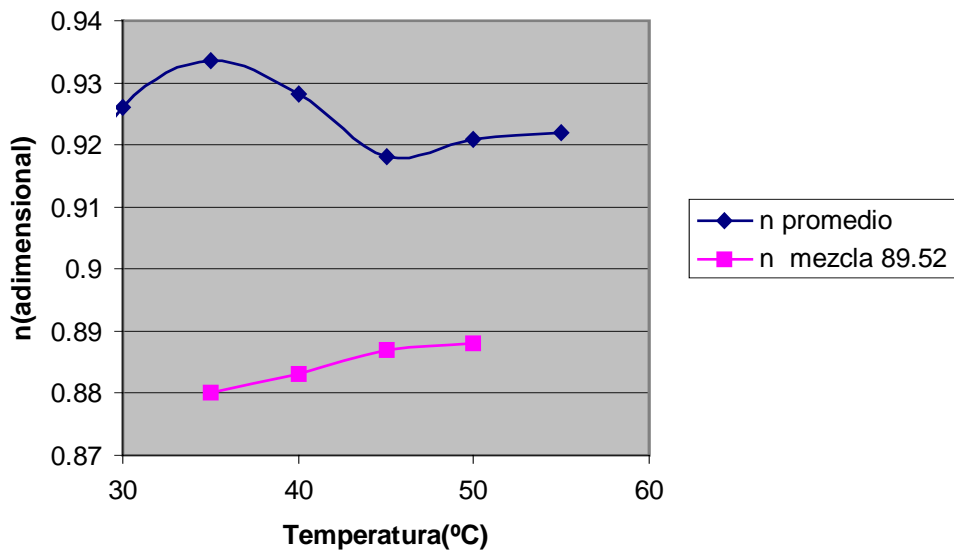


Figura 5. Comparación entre el valor promedio de los valores de n de cinco mieles y el de la miel formada mezclando las mieles anteriores a diferentes valores de temperatura



Efecto de la concentración sobre la consistencia en mieles reales.

En la Figura 6 se muestra la variación de la consistencia con el °Brix a valores de temperatura constante, observándose que los modelos tienen el mismo comportamiento el cual es de tipo potencial de la forma

$$k = a_1 \cdot Brix^{b1}$$

Donde

a_1 y $b1$ son los coeficientes del modelo obtenidos por análisis de regresión a valores de temperatura constante.

Las constantes de este modelo aparecen recogidas en la Tabla 3.

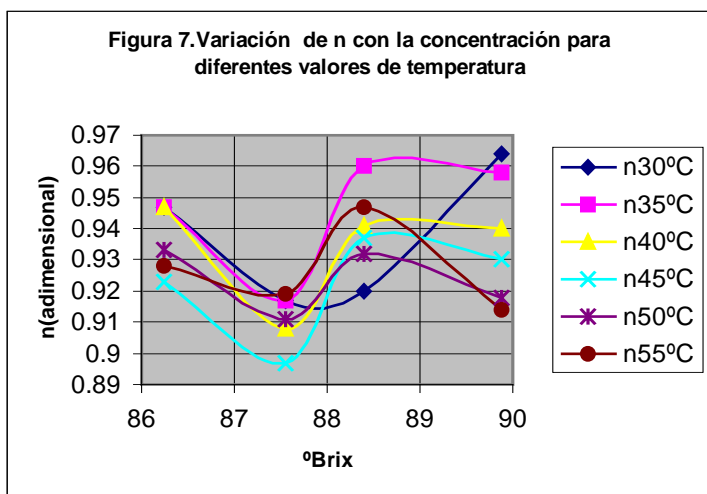
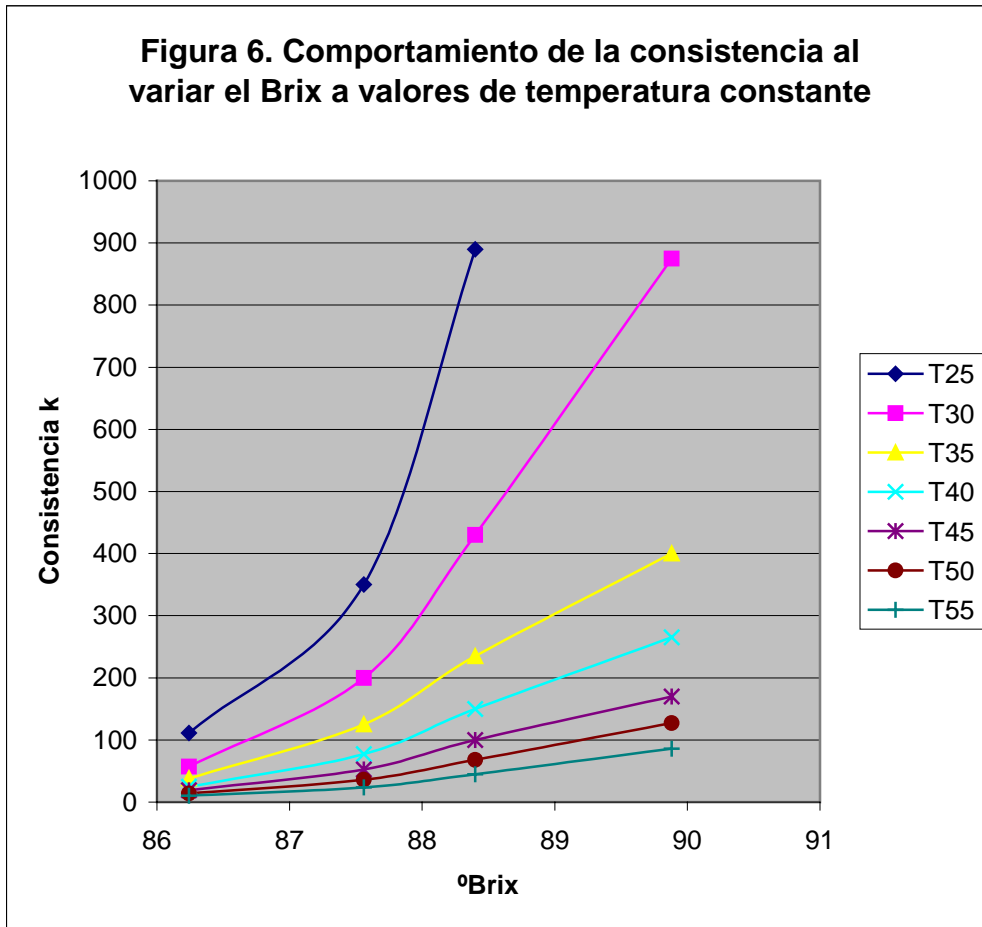
Tabla 3. Parámetros a y b del modelo $k = a_1 \cdot Brix^{b1}$ y error máximo de estimación para diferentes temperaturas. Parámetros estadísticos principales del ajuste por regresión del modelo linealizado.

Temp(°C)	a_1	b1	Error máximo(%)	R	F	Prob F
30	$1.104 \cdot 10^{-127}$	66.5276211	20.14	0.9864	72.01	0.013
35	$1.2763 \cdot 10^{-109}$	57.11218313	20.74	0.9769	41.83	0.023
40	$1.8605 \cdot 10^{-111}$	57.95692614	19.84	0.9815	52.72	0.0184
45	$5.4584 \cdot 10^{-103}$	53.51943176	18.7	0.9834	58.69	0.0166
50	$8.6 \cdot 10^{-104}$	53.85623108	14.77	0.9912	111.57	0.0088
55	$1.1605 \cdot 10^{-99}$	51.64754727	12.72	0.9946	184.06	0.0054

Efecto de la concentración sobre la consistencia en mieles reales.

En la Figura 7 se muestra la variación de n con la concentración a valores de temperatura constante, donde se observa que el comportamiento de los datos es similar a valores de temperatura desde 35 hasta 55°C, excepto a la temperatura de 30 °C donde no se ha alcanzado la rama descendente que se aprecia para el resto de las temperaturas, lo que indica que el comportamiento es diferente. Se observa que para el resto de las temperaturas el valor mínimo y el máximo de n se encuentran a un mismo valor de Brix, lo que indica la posibilidad de obtener una correlación única entre los datos o al menos que pueda explicarse el comportamiento por

rangos de Brix, requiriéndose una mayor cantidad de información experimental en una misma fábrica para minimizar los efectos de otras variables no analizadas sobre los resultados.



Comportamiento de la consistencia k en mieles diluidas.

El comportamiento de k con la temperatura y la concentración en las mieles diluidas es similar al de las mieles originales, lo que se muestra en las Figuras 8 y 9, siendo los modelos obtenidos reportados en las Tablas .4 a 6.

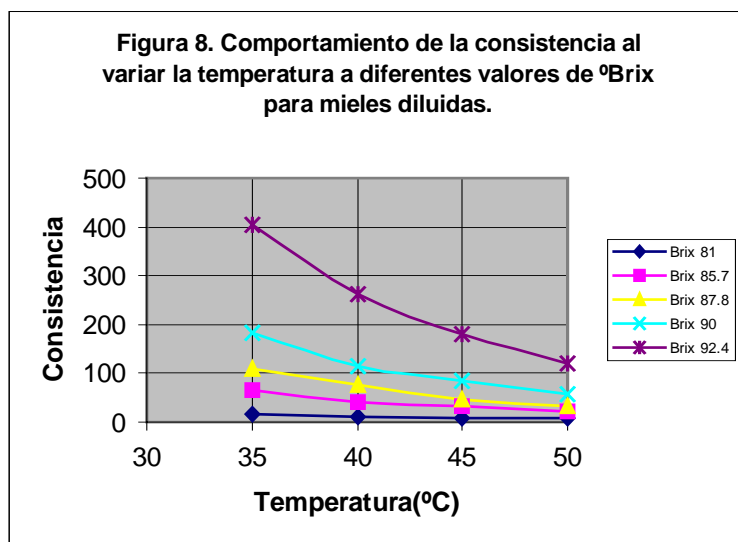


Tabla 4. Parámetros a y b del modelo $k = a \cdot T^b$ y error máximo de estimación para mieles diluidas.

°Brix	a	b	Error máximo
81	86727.82	-2.40921	12.084
85.7	1354347	-2.80348	5.221
87.8	266334555	-3.48013	3.925
90	197001986	-3.25981	3.578
92.4	67351114	-3.3776	2.82

Tabla 5. Parámetros estadísticos del ajuste por regresión del modelo linealizado $k = a \cdot T^b$ para mieles diluidas.

°Brix	R	R ²	R ² ajustado	F	Prob F	Prob a	Prob a
81	0.9718	0.9944	0.9165	33.94	0.0282	0.018029	0.028217
85.7	0.9945	0.9894	0.9841	187.06	0.0053	0.00294	0.005303
87.8	0.9967	0.9933	0.9900	297.64	0.003343	0.001945	0.003343
90	0.9983	0.9966	0.9950	594.8	0.001677	0.000886	0.001677
92.4	0.9990	0.9980	0.9971	1031.44	0.000968	0.000477	0.000968

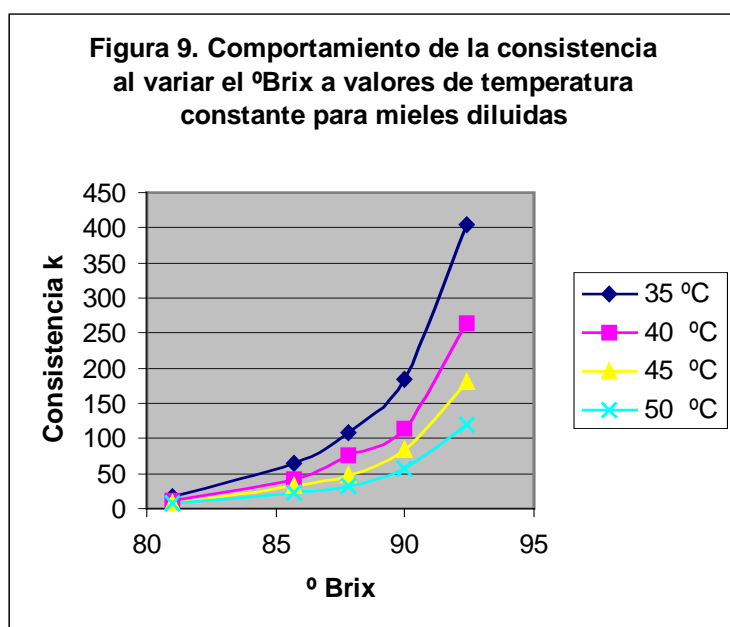


Tabla 6. Parámetros a y b del modelo $k = a_1 \cdot Brix^{b1}$ y error máximo de estimación para diferentes temperaturas para mieles diluidas. Parámetros estadísticos principales del ajuste por regresión del modelo linealizado.

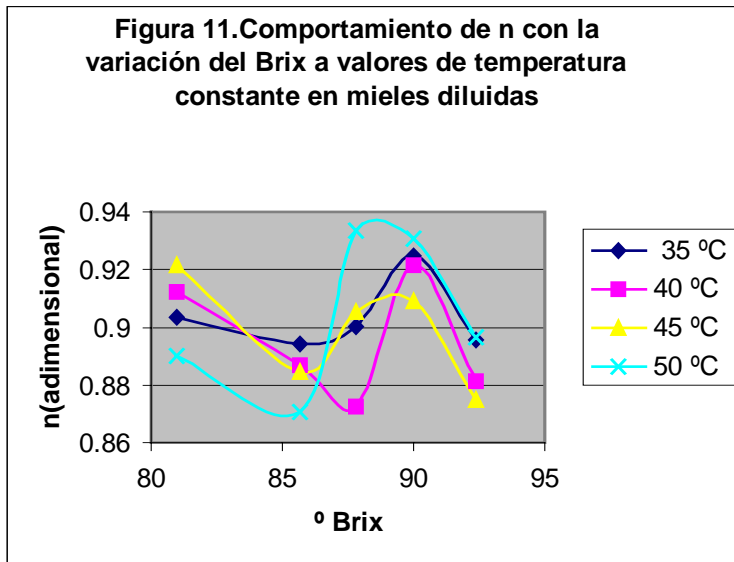
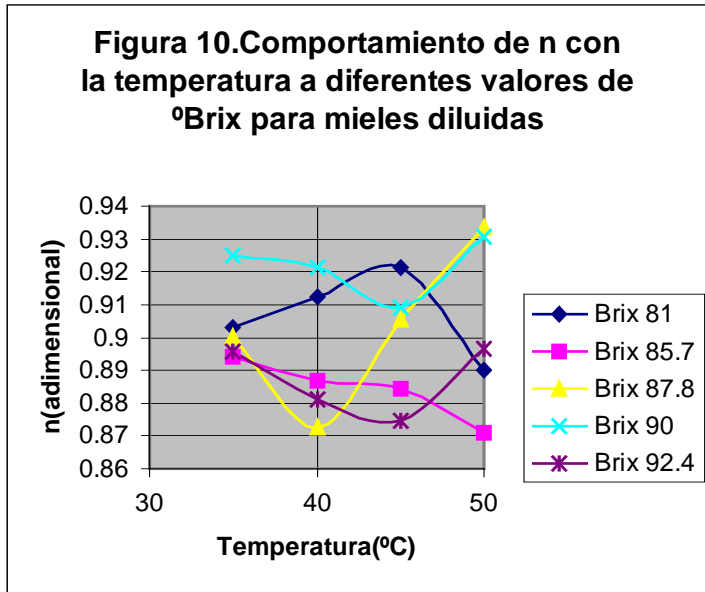
Temp(°C)	a_1	b1	Error máximo(%)	R	F	Prob F
35	$3.0427 \cdot 10^{-44}$	23.44596	9.08	0.9985	995.13	$7 \cdot 10^{-5}$
40	$8.5595 \cdot 10^{-44}$	23.12026	13.8	0.9975	604.72	$1.5 \cdot 10^{-4}$
45	$8.5595 \cdot 10^{-44}$	22.94552	10.46	0.9967	453.89	$2.26 \cdot 10^{-4}$
50	$1.42 \cdot 10^{-38}$	20.28009	15.90	0.9872	232.08	$6.14 \cdot 10^{-4}$

Es de destacar que:

- el comportamiento de k y n en las mieles diluidas es similar al de las mieles puras.
- el ajuste de los modelos de k vs Brix es de superior calidad.

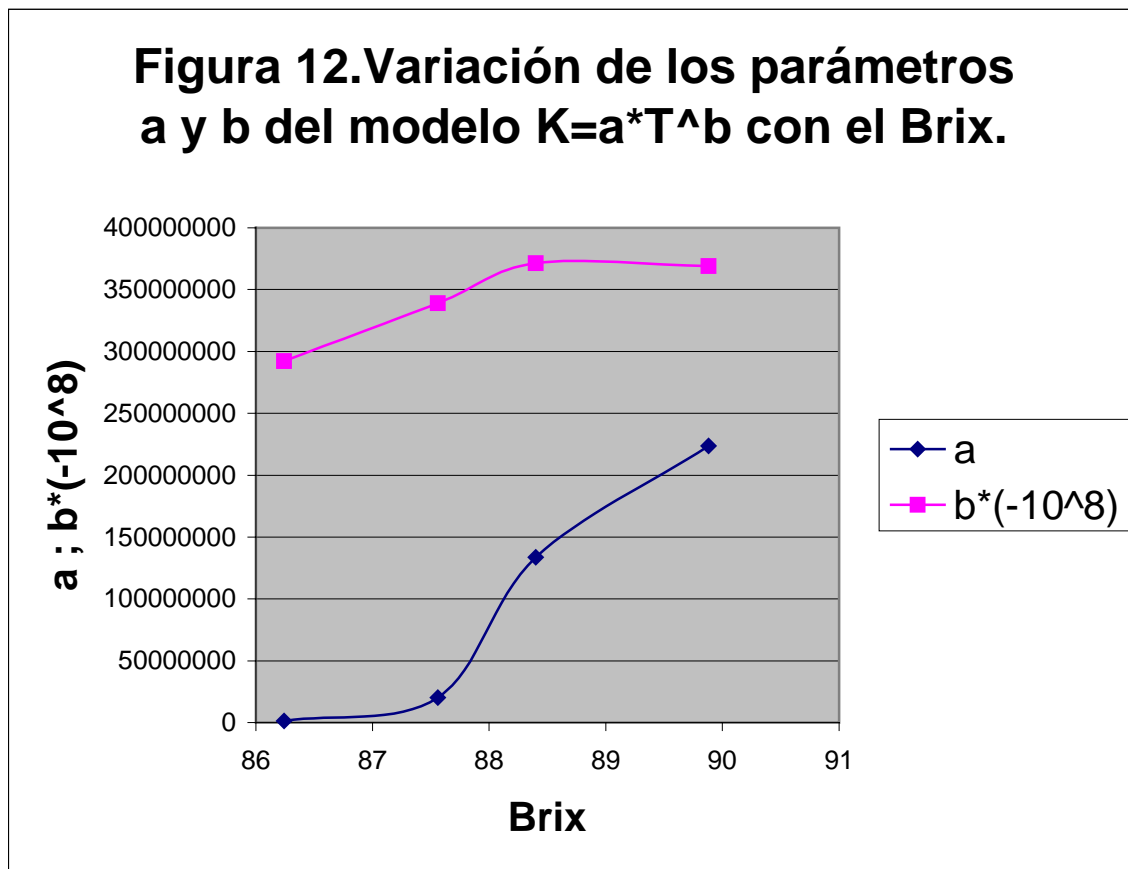
Comportamiento de n en mieles diluidas.

En las figuras 10 y 11 se observa que el comportamiento de n de las mieles diluidas guarda cierta similitud con el de las mieles puras.



Análisis para la obtención de un modelo matemático estadístico que permita estimar el valor de la consistencia a partir de la temperatura y la concentración.

Con el fin de obtener un modelo matemático por vía estadística que permita calcular la consistencia a partir de valores de temperatura y concentración se recurrió a expresar las constantes a y b del modelo $k = a * T^b$ como funciones de la concentración, cuyo comportamiento se muestra en la Figura 12, donde se observa una relación más o menos clara entre estos parámetros con el Brix, sin embargo, la calidad de los parámetros estadísticos del modelo no es satisfactoria



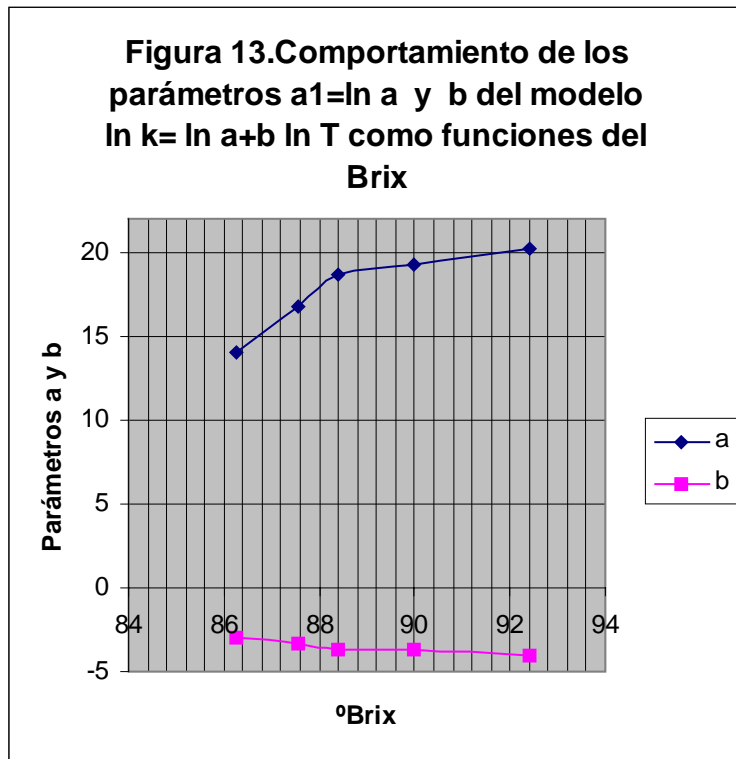
Se valoró la posibilidad de obtener la correlación por otra vía, utilizando el mismo modelo, pero expresado en forma linealizada, $\ln k = \ln a + b \ln T$ siendo el comportamiento entre los coeficientes mostrados en la Figura 13, donde se aprecia que el comportamiento del $\ln a$ y de b con el Brix

puede expresarse en dos zonas bien diferenciadas, cuyo valor de concentración límite es 88.4 °Brix. Los modelos obtenidos y el error máximo de los mismos son mostrados en la Tabla 7.

Tabla 7. Modelos de ln a y b en función del Brix del modelo $\ln k = \ln a + b \ln T$

Zona	Modelo	Error máximo (%)	R	F	Prob F
I	$a = -172.154 + 2.158783 * \text{Brix}$	0.28	0.9998	3271.4	0.01
	$b = 28.63589 - 0.36587 * \text{Brix}$	0.27	0.9998	2029.8	0.041
II	$a = -15.0852 + 0.381935 * \text{Brix}$	0.29	0.9980	248.51	0.04
	$b = 3.92071 - 0.08575 * \text{Brix}$	2.66	0.8956	4	0.029

El modelo general que explica la variación de la consistencia con el Brix y la temperatura y el error máximo de ajuste aparece reportado en la Tabla 8, observándose que en la zona II el modelo presenta una divergencia muy grande de los datos experimentales.



Zona	Modelo	Error máximo (%)
I	$k = e^{-172.154 + 2.158783 * \text{Brix}} * T^{28.63589 - 0.36587 * \text{Brix}}$	9.24
II	$k = e^{-15.0852 + 0.381935 * \text{Brix}} * T^{3.92071 - 0.08575 * \text{Brix}}$	32.47

Conclusiones.

1. Los modelos matemáticos estadísticos que expresan la variación de la consistencia con el Brix y con la temperatura son de tipo potencial, diferenciándose solo en el signo del exponente.
2. El índice de flujo no depende de la temperatura, pero parece mostrar una dependencia compleja de la concentración de sólidos solubles.
3. El modelo general que expresa que expresa la relación existente entre la consistencia con el Brix y la temperatura es de la forma $k = e^{-a_1 + b_1 * Brix} * T^{a_2 - b_2 * Brix}$

Recomendaciones.

Desarrollar un estudio experimental en un solo central, a lo largo de la zafra, de forma que pueda eliminarse la posible variabilidad que introduce el cambio de tecnología instalada y la composición de los suelos sobre las características de la miel, con el fin de tratar de reducir el error del modelo en la segunda zona y establecer si es posible correlacionar el valor de n con los parámetros que caracterizan la miel final.

Bibliografía.

1. Biart, José Ramón, Paulino Serrano y José Conde; “Estudio de las mieles finales de la caña de azúcar”; Editorial Científico técnica; Ciudad de la Habana; 1986.
2. Carrazana, L e I. Machado; “Estudio de la composición de la miel final”; Revista del Consejo Científico del Azúcar y sus derivados, Universidad Central de Las Villas, Las Villas; 1977.
3. Casanova, Eduardo y Jorge Lodos; “Guía para el diagnóstico de las mieles finales”; Revista Cuba Azúcar, Enero Marzo del 2000; Ciudad de la Habana; Cuba
4. Díaz García, Armando y David García Abreu; “Manual de Hidráulica aplicada”; Ediciones ISPJAM; Santiago de Cuba; 1989.

5. Díaz, A.; “Estudio reológico para la predicción del efecto de la temperatura y el contenido de cristales sobre la viscosidad de mieles y masas cosidas”; Revista Cuba Azúcar; Julio Septiembre de 1977.
6. Díaz, Isidro y Jorge Lodos; “La reología de las mieles y el efecto de los agentes tenso activos”; Revista Cuba Azúcar; Octubre diciembre de 1976.
7. Fleites, Esther R. y Carlos González; “Viscosidades de las mieles finales de la provincia de Las Villas”; Revista del Consejo Científico del Azúcar y sus derivados, Universidad Central de Las Villas, Las Villas, No 3, Septiembre de 1977
8. Garcell, Leonel, José Conde y Armando Díaz; “Transporte de cantidad de movimiento, calor y masa”; Ediciones ISPJAM; Santiago de Cuba; 1992.
9. García Abreu, David; “Equipos para el transporte de materiales de la industria azucarera. Transportadores y bombas”; Ediciones ISPJAM; Santiago de Cuba; 1987.
10. González González, E. y otros; “Caracterización de los productos finales del CAI Panamá durante el año 1987”; Revista del Consejo Científico del Azúcar y sus derivados, Universidad Central de Las Villas, Las Villas; Abril 1989.
11. Hormaza, Josefa y otros; “Altas purzas en la miel final. El problema continua.”; Revista Cuba Azúcar; Abril Junio 99; Ciudad de la Habana, Cuba.
12. Koralov, Kancho y Leonel Garcell; “Comportamiento reológico de mieles finales de la provincia de Oriente”; Revista Cuba Azúcar; Julio Septiembre de 1974.
13. Lodos, Jorge, María A. Rodríguez y Odalys Rostgard; “Causas industriales de las altas purzas en mieles finales. I. Influencia de los azucares reductores”; Revista Cuba Azúcar; Julio Septiembre 98; Ciudad de la Habana, Cuba.
14. Lodos, Jorge, María A. Rodríguez y Odalys Rostgard; “Causas industriales de las altas purzas en mieles finales. II”. Alto grado Brix y sacarosa en suspensión; Revista Cuba Azúcar; Enero Marzo 98; Ciudad de la Habana, Cuba.
15. Martín, Karel, Santiago Díaz y Pablo R. Pérez; “Estudio del empleo de visco reductores en la miel B”; Revista Electrónica del CITMA; Matanzas; 2003.