

## **TOMA DE DECISIONES BAJO MULTIPLES CRITERIOS**

AUTORES: Dr. C. María de Lourdes Artola Pimentel, Profesor Titular, Universidad de Matanzas “Camilo Cienfuegos”, [lourdes.artola@umcc.cu](mailto:lourdes.artola@umcc.cu)  
Dr. C. José Alfonso Macías Mesa, Profesor Auxiliar, Universidad de Matanzas “Camilo Cienfuegos”, [jose.macias@umcc.cu](mailto:jose.macias@umcc.cu).

### **A manera de introducción**

El paradigma tradicional que ha acompañado a los procesos de toma de decisiones desde el enfoque cuantitativo se ha basado en determinar un conjunto de soluciones factibles del problema a partir del cual y sobre la fundamentación de un cierto criterio se selecciona aquella que tiene mayor grado de deseabilidad, siendo esta la solución óptima. La coherencia interna de este enfoque es perfecta desde el punto de vista teórico, no así desde la práctica.

En una mayoría de situaciones de decisión, los centros decisores no quieren ordenar soluciones factibles sobre la base de un solo criterio, sino con arreglo a diferentes criterios que reflejan sus preferencias particulares, surge así el paradigma decisional multicriterio, alternativo al tradicional y que sirve de sustento cuantitativo al proceso de toma de decisiones bajo múltiples criterios

### **El criterio de optimalidad paretiana**

En 1896, el economista italiano Vilfredo Pareto introdujo un criterio de optimalidad que ha recibido su nombre y que puede considerarse crucial en teoría económica. En su formulación inicial, Pareto considera que una colectividad se encuentra en un estado óptimo si ninguna persona de esa colectividad puede mejorar su situación sin que empeore la situación de alguna otra persona de la misma. Esta clase de optimalidad se denomina también eficiencia paretiana. El atractivo del criterio de Pareto es que, aún tratándose

indiscutiblemente de un juicio de valor, es muy poco fuerte, por lo que la mayoría de las personas lo aceptarían razonablemente.

Este criterio de optimalidad paretiana puede transferirse de una manera directa de la economía al análisis decisional multicriterio. Para ello, basta sustituir el concepto original de Pareto de «sociedad» o «colectivo» de personas por el de conjunto de criterios. Así, cada criterio individual representa a una persona en esta nueva interpretación. Esta traslación del concepto de optimalidad paretiana juega un papel esencial en los diferentes enfoques desarrollados dentro del paradigma multicriterio. Puede decirse que la eficiencia paretiana es una condición exigida como necesaria para poder garantizar la racionalidad de las soluciones generadas por los diferentes enfoques multicriterio.

El concepto de optimalidad paretiana dentro del campo multicriterio puede definirse formalmente de la siguiente manera. **Un conjunto de soluciones es eficiente (o Pareto óptimas) cuando está formado por soluciones factibles (esto es, que cumplen las restricciones), tales que no existe otra solución factible que proporcione una mejora en un atributo sin producir un empeoramiento en al menos otro de los atributos.**

Todos los enfoques multicriterio pretenden obtener soluciones que sean eficientes en el sentido paretiano que acabamos de definir.

### **Análisis de la decisión multicriterio**

La teoría clásica del análisis de la decisión multicriterio descansa sobre el axioma de la comparabilidad total. En este se pide que las relaciones binarias de preferencia estricta e indiferencia tengan la propiedad de transitividad y que las parejas de alternativas sean comparables bajo una de esas dos relaciones binarias. Este axioma implica la existencia de una función de valor e impone condiciones ideales al comportamiento del decisor (“Decision Maker” (DM)) que son difíciles de cumplir en la práctica; pero una vez construido el modelo y analizado su consistencia, resulta fácil de explotar y por lo regular no se hacen objeciones a la racionalidad de su recomendación (Roy, 1996). Sin embargo, existen muchas situaciones en las cuales el comportamiento del DM no se ajusta a los axiomas que justifican la existencia de una función de valor. En estos casos el empleo de los “métodos de sobreclasificación” es una alternativa

posible de modelación de preferencias en problemas donde se acepta “a priori” la incomparabilidad entre las alternativas, y donde las relaciones de indiferencia y preferencia estricta no son necesariamente transitivas. En particular nos interesan aquellos métodos cuya modelación de preferencias están basados en una relación de preferencia borrosa (Fodor y Roubens, 1994). En estos métodos la relación de preferencia se establece con un cierto grado de credibilidad, el modelo es más fácil de construir, necesita menos información e impone requisitos mucho más laxos al actor del proceso de decisión, pero su recomendación es más cuestionable. Nosotros creemos que en la explotación de la relación de preferencia borrosa está quizás su principal debilidad como opción a la teoría normativa. Se han propuesto una gran cantidad de métodos para conformar un ordenamiento sobre la base de relaciones binarias borrosas, y en opinión de Bouyssou y Vincke (1995) ninguno de ellos muestra clara superioridad respecto a los demás. A nuestro juicio, el principal “defecto” de los métodos para obtener un ordenamiento a partir de una relación binaria borrosa encontrados en la literatura es que en el proceso de operación, la posición de las acciones  $a$  y  $b$  en el ordenamiento no está determinada únicamente por el grado de credibilidad  $\sigma$  de la preferencia que las relaciona; otras alternativas influyen fuertemente sobre la posición relativa de  $a$  y  $b$ . De lo anterior se derivan dos consecuencias negativas:

- En ocasiones el ordenamiento final no respeta las preferencias del DM recogidas en  $\sigma(a,b)$  y  $\sigma(b,a)$ , y
- La posición de  $a$  y  $b$  puede cambiar si otras alternativas son o no consideradas dentro del conjunto sobre el cual se realiza la explotación de  $\sigma$ .

Estos defectos conducen a ciertas situaciones irracionales; las violaciones de las preferencias y la dependencia respecto a las alternativas irrelevantes deben minimizarse.

Puesto que la relación de preferencia borrosa carece en general de propiedades matemáticas deseables como la transitividad, ineludiblemente la posición relativa entre dos alternativas depende en alguna medida de las

restantes; sin embargo, estamos convencidos que el método de explotación de la relación borrosa debe ser tan robusto como sea posible al papel de las “alternativas irrelevantes” en el sentido de Arrow (Arrow y Raynaud, 1986). En nuestra opinión esta propiedad, junto con la de minimizar las contradicciones entre el ordenamiento y la relación binaria borrosa, deben de ser dos de las características más deseables de una recomendación basada en relaciones de preferencia borrosas. Es en este sentido que proponemos como una primera aportación un nuevo método de “ordenamiento” basado en una técnica robusta de búsqueda.

Más complicada es aún la toma de decisiones en grupo, cuando las preferencias contradictorias de diferentes DM con distintos sistemas de valores y/o información discrepante, deben de alguna manera ser incluidas en un modelo global que permita llegar a conclusiones aceptadas como válidas por el consenso del grupo (Jelassi et al., 1990). Para la construcción de este modelo, y como segunda aportación, nos propusimos utilizar un enfoque flexible de modelación de preferencias basado en relaciones de sobreclasificación borrosas, y la aplicación de los algoritmos genéticos para explotar el modelo de integración de preferencias de grupo, obteniendo así como resultado una recomendación de un ordenamiento de las alternativas en un sentido de preferencia decreciente.

Los problemas de ordenar un conjunto de alternativas a partir de una relación de preferencias borrosa y de obtener el ordenamiento de consenso de grupo, tienen notable importancia teórica y práctica para avanzar en las aplicaciones reales de la metodología de ayuda a la decisión. Cualquier avance teórico – metodológico que se produzca en este terreno, impactará a los modelos que forman parte de los sistemas de apoyo a la decisión, (DSS por sus siglas en inglés), y a los sistemas de apoyo a la decisión en grupo, (GDSS por sus siglas en inglés), haciéndolos más efectivos y operacionales, contribuyendo a aumentar la importancia de sus aplicaciones, a su extensión y generalización.

### **Clasificaciones vigentes en el análisis multicriterio**

La teoría y la práctica del análisis de la decisión multicriterio se ha venido desarrollando constantemente en los últimos 25 años. Como parte de esa evolución han surgido diferentes escuelas y diferentes actitudes o corrientes de pensamiento que enfatizan la manera en que se debe de apoyar a la toma de decisiones (Roy y Vanderpooten, 1995). Este enfoque de apoyo a la toma de decisiones se sitúa en estadio superior comparado con el paradigma de optimización clásica de la Investigación de Operaciones (Buchanan y Henig, 1977). Podemos medir el gran crecimiento que ha tenido esta disciplina por el número creciente de artículos teóricos y de aplicación publicados en revistas especializadas de Investigación de Operaciones y Ciencia de la Decisión, y por el gran número de comunicaciones presentadas en reuniones científicas (Pardalos et al., 1995). En este tenor se han creado importantes grupos de trabajo para analizar de manera sistemática y sobre una base regular esta área de estudio. Sobresalen entre todas dos formas de modelar las preferencias del decisor: el modelo funcional y el modelo relacional. El modelo funcional ha sido ampliamente usado dentro de la teoría de utilidad multiatributo (Keeney y Raiffa, 1976), (French, 1986); el modelo relacional tiene su representación más conocida en la forma de relaciones de sobreclasificación (Roy, 1990) y en la forma de relaciones borrosas (Fodor y Roubens, 1994). Estos modelos son la base de los enfoques de toma de decisiones multicriterio y ayuda a la decisión multicriterio (que en la literatura se les conoce como MCDM (Multicriteria Decisión Making) y MCDA (Multicriteria Decisión Aids)), y que dan lugar a dos grandes escuelas, las así llamadas escuela norteamericana y la escuela europea, respectivamente.

La historia del análisis multicriterio se remonta oficialmente al trabajo de Pareto (1896) donde se examina la integración de un conjunto de criterios en uno solo. En sus trabajos, Pareto define el concepto de eficiencia entre dos alternativas de decisión.

Se puede clasificar a los métodos del análisis multicriterio en diferentes categorías, cuya frontera es, sin embargo, algo borrosa. Roy (1985, 1996) propone las siguientes categorías para los métodos del análisis multicriterio:

- 1) La categoría que agrupa a todos aquellos métodos con un enfoque de síntesis y reducción a un solo criterio, sin aceptar incomparabilidades entre las alternativas,
- 2) otra categoría resumiendo todos aquellos métodos con un enfoque de síntesis que conduce a una relación de sobreclasificación permitiendo la incomparabilidad entre alternativas, y
- 3) una tercera categoría agrupando aquellos métodos con un enfoque de discernimiento local interactivo, con iteraciones de prueba y error.

En esta misma dirección, Scharling (1985) propone llamarles a estas tres categorías métodos de integración de preferencias completo, parcial y local respectivamente. En un trabajo posterior, Vincke (1992) las denomina Teoría de Utilidad Multiatributo (MAUT), métodos de relaciones de sobreclasificación y métodos interactivos, respectivamente.

Por otro lado, Ziont (1992) divide los métodos del análisis multicriterio en cuatro grandes sub áreas:

- i) Programación matemática con múltiples criterios,
- ii) Alternativas discretas de múltiples criterios,
- iii) Teoría de utilidad multiatributo, y
- iv) Teoría de la negociación.

Finalmente Pardalos, Siskos y Zopounidis (1995) proponen dividir el análisis multicriterio en cuatro grandes categorías:

- i) Programación matemática multiobjetivo,
- ii) Teoría de utilidad multiatributo,
- iii) Enfoque de relaciones de sobreclasificación, y
- iv) Enfoque de desintegración de preferencias.

En programación matemática multiobjetivo, es bien conocido que Koopmans (1951) desarrolló el concepto de vector eficiente en su trabajo sobre análisis de actividades de la producción y de asignación, que fue utilizado algo después

por Markowitz (1952) en sus trabajos sobre selección de carteras. Las ideas de Koopmans fueron retomadas después por Charnes y Cooper (1961) en su trabajo magno sobre programación por metas (Pardalos *et al.*, 1995). Hoy en día la programación por metas es uno de los métodos más conocidos del análisis multicriterio. Tiene como sustento a la programación lineal e involucra destinos o metas elegidos para cada objetivo. Otra área interesante y que ha tenido grandes progresos en la incorporación de múltiples objetivos al proceso de toma de decisiones individual y en grupo, es la Programación lineal multiobjetivo (MOLP por sus siglas en inglés) (Franz *et al.*, 1992), y la Optimización multiobjetivo no lineal (Miettinen, 1999).

Según el enfoque de utilidad multiatributo, el problema de decisión se resuelve modelando las preferencias del DM por medio de una función de valor (decisión bajo certeza), o por una función de utilidad (decisión bajo incertidumbre), las cuales con frecuencia se suponen aditivas o multiplicativas. La axiomatización del modelo de utilidad aditivo fue realizada por Debreu (1960), Luce y Turkey (1964), Krantz (1964), Krantz *et al.* (1971) y Wakker (1989). En el caso de la decisión bajo incertidumbre parece ser que fue Aumann (1964) el primero en adaptar la teoría de utilidad esperada de Von Neumann-Morgenstern (1944) en un contexto multicriterio. Las condiciones necesarias para modelos multiatributo en la teoría de utilidad esperada fueron desarrolladas por Pollak (1967), Keeney (1968), Raiffa (1969), Fishburn (1970) y otros (Pardalos *et al.*, 1995). Podemos encontrar un repaso excelente de los modelos MAUT en Keeney y Raiffa (1976) y en Dyer y Sarin (1979). Algunos autores consideran como parte de la teoría de utilidad multiatributo al método “Proceso Jerárquico Analítico” (AHP por sus siglas en inglés) de Saaty (1980). El método está sistematizado computacionalmente en el software Expert Choice (Forman *et al.*, 1983). En Arlington Software Corporation (1998) y (Robins, 1997) podemos encontrar algunos elementos del por qué AHP no se considera un método confiable dentro de la comunidad científica del análisis multicriterio.

Bernard Roy es el fundador de los métodos de sobreclasificación y el primero en introducir el concepto, que nació a raíz de las dificultades encontradas para modelar ciertos problemas concretos. Para hacer frente a estos problemas

Roy (1968) desarrolló primeramente ELECTRE I (Elimination Et Coix Traduisant la REalite), donde las preferencias del DM se representan en forma relacional. De acuerdo con Roy (1996), una relación de sobreclasificación es una relación binaria  $S$  definida en un conjunto de alternativas  $A$  tal que la alternativa  $a$  sobreclasifica a la alternativa  $b$  (denotada por  $aSb$ ) si, dado que son conocidas las preferencias del DM y dada la calidad de las evaluaciones de las alternativas y la naturaleza del problema de decisión, hay suficientes argumentos para decidir que  $a$  es al menos tan buena como  $b$  y no hay razones de peso para refutar esta aseveración.

Después, fueron desarrollados ELECTRE II, III, y IV y presentados respectivamente en Roy y Bertier (1973), Roy(1978) y Roy y Hugonnard (1982). Unos años mas tarde Roy y Skalka (1984) presentaron el software ELECTRE IS, que está fuertemente inspirado en ELECTRE I. Yu (1992) presentó ELECTRE TRI desarrollado bajo las ideas presentadas por Moscarola y Roy (1977) enfocadas a problemas de clasificación (Vincke, 1998).

Otros métodos basados en relaciones de sobreclasificación son QUALIFLEX (Paelinck, 1978), ORESTE (Roubens, 1981), MELCHIOR (Leclercq, 1984) y PROMETHEE (Brans *et al.*, 1984). En EDIPO (Fernández, 1999) podemos encontrar una nueva forma de hacer operacional la relación de sobreclasificación de Roy que integra las mejores ideas de las versiones de ELECTRE con el empleo de una función de valor para modelar la intensidad de las preferencias, y para asignar significado cardinal a la ponderación. En (Trejos, 1991) encontramos un procedimiento para tomar decisiones individuales sobre la base de considerar relaciones binarias de sobreclasificación donde se utiliza una familia de funciones de utilidad. Una implementación en paralelo del método PROMETHEE se encuentra en (Dias *et al.*, 1998). Para casos donde está presente la incertidumbre se han desarrollado, entre otros, algunos métodos basados en relaciones de sobreclasificación por Jacquet-Lagrange (1975), Siskos (1983) y D'Avignon y Vincke (1988) (Vincke, 1998). En los trabajos de Siskos *et al.* (1984) y Roy y Bouyssou (1993), y en la sección 2.6 de este capítulo podemos encontrar un



gran número de referencias relacionadas con aplicaciones de estos métodos. Una comparación entre los métodos ELECTRE III, PROMETHEE I y II y SMART en el contexto de problemas del medio ambiente lo podemos encontrar en (Salminen *et al.*, 1998).

El análisis de desintegración se utiliza por lo regular como una técnica para modelar las preferencias de un individuo o un grupo de DMs. Su propósito es el de encontrar qué elementos del modelo de integración están detrás de un resultado obtenido (por ejemplo a base de preferencias por comparaciones a pares o de un ordenamiento). Jacquet-Lagreze y Siskos desarrollaron el método UTA (UTilite Additive), que consiste en principio en determinar una función de utilidad óptima utilizando técnicas de programación lineal, para después llevar a cabo un análisis de sensibilidad a fin de construir un conjunto de funciones de utilidad, todas ellas consistentes con las preferencias “a priori” del DM. Siskos y Yannacopoulos (1985) y Despotis *et al.* (1990) hicieron tiempo después algunas mejoras al método UTA. Otra forma del análisis de desintegración proviene de la Inteligencia Artificial y se basa en la teoría de “rough sets” (Pawlak, 1991), que traduciremos aquí como “conjuntos de frontera imprecisa” presentados originalmente para resolver el problema de clasificación multicriterio (problema  $\beta$  en el sentido de Roy). El enfoque de los “conjuntos de frontera imprecisa” puede determinar reglas de decisión a partir de la información de una “base de conocimiento” en que aparecen recogidas preferencias explícitas del decisor en forma de un ordenamiento (Greco *et al.*, 1995) o de una evaluación (Fernández *et al.*). Las reglas de decisión juegan aquí el role del modelo global de preferencias, que están implícitas en la base de conocimiento.

A pesar del gran interés que el análisis multicriterio ha suscitado en los últimos veinte años aún está presente la incógnita y el debate sobre el camino correcto a seguir. Debemos decir que muchos investigadores tienen hoy en día esa inquietud y han considerado con toda seriedad este problema. Bouyssou *et al.* (1993) en su trabajo “The manifesto of the new MCDA era” presentan a MCDA (MultiCriteria Decisión Aid) como:

- i) Una actitud para la ayuda a la toma de decisiones y dirigida a los actores involucrados en un proceso de decisión,
- ii) una metodología que se puede utilizar para proporcionar ayuda a la toma de decisiones,
- iii) una colección de métodos, y
- iv) un cuerpo de experiencia obtenido después de muchas aplicaciones al mundo real.

Para estos autores, el análisis multicriterio es todavía un campo teórico abierto y de ninguna manera lo conciben como un campo matemático ya cerrado. Así también ellos nos proponen las siguientes áreas de investigación futura:

- i) Existe una necesidad real de avocarse a temas metodológicos y teóricos que sean claves,
- ii) deben de explorarse nuevos tópicos de aplicaciones potenciales,
- iii) es necesario realizar un mayor número de aplicaciones reales, y
- iv) debe de explorarse la conexión del análisis multicriterio con otras áreas de investigación como la inteligencia artificial, la teoría del control, la planeación industrial, la logística, etc.

La necesidad de tener mayores aplicaciones y pruebas de los métodos multicriterio se señalan en los trabajos de Dyer *et al.* (1992), Stewart (1992), y Pomerol y Barba-Romero (1993).

Una línea de investigación y desarrollo que está teniendo mucho auge en la actualidad, y que seguramente habrá de ocupar un lugar importante dentro del análisis multicriterio, es la que se refiere al desarrollo de sistemas de apoyo a la decisión multicriterios (MCDSS por sus siglas en inglés) (Marakas, 1998), (Sauter, 1997), (Turban y Aronson, 1998), (Belton y Hodgkin, 1999). Un MCDSS es simplemente un sistema de apoyo a la decisión (DSS por sus siglas en inglés) que ayuda a implementar computacionalmente métodos de análisis multicriterio. Entre otros, un MCDSS cuenta con los siguientes componentes:

- i) análisis de múltiples criterios,
- ii) una base conceptual y operativa de métodos MCDM,
- iii) la incorporación de las preferencias del decisor en el proceso de modelación (Jelassi *et al.*, 1985), (Sawaragi *et al.*, 1981).

El desarrollo de algunos MCDSS pueden encontrarse en Siskos y Zopounidis (1993), en Jelassi y Brans (1994) y en (Hamalainen *et al.*, 1999).

En cuanto a la decisión en grupo, Roy (1994) hace notar que el análisis multicriterio puede proporcionar un apoyo sólido en una situación de toma de decisiones en grupo, cuando los miembros del grupo tienen sistemas de valores en conflicto (ver también Becker y Terra, 1997). Guillén y Trejos (1996) presentan un índice para tomar decisiones en grupo en que cada participante expresa sus tasas de sustitución (Trade Off) no de manera precisa, sino mediante intervalos de indeterminación.

### **La escuela norteamericana: representante del modelo funcional de integración de preferencias**

En la actualidad las tendencias más aceptadas, por el número de personas que trabajan en ellas y por la cantidad de aplicaciones y artículos publicados con que cuentan, son la escuela norteamericana que se basa en el análisis normativo de la decisión, y la escuela europea que se basa en el enfoque constructivo francés de ayuda a la decisión multicriterio.

La teoría de la función de valor, sustento de la escuela norteamericana, posee mayor elegancia formal que cualquier otro enfoque, y su valor normativo para aumentar la consistencia y racionalidad de la decisión es indiscutible (Stewart, 1971); además, constituye a la fecha el mejor modelo teórico de la actitud hacia el riesgo.

La teoría normativa descansa en asumir que el DM puede establecer una relación de preferencia “al menos tan buena como” ( $\succeq$ ) sobre el conjunto de

alternativas ( y de loterías en caso de riesgo), y que esa relación es transitiva y completa. Sobre la base de cierta construcción axiomática que incluye el postulado anterior, se demuestra que existe, ( en el caso de decisiones bajo certidumbre), una función ( $V : A \rightarrow \mathfrak{R}$ , donde  $\mathfrak{R}$  es el conjunto de números reales) que coincide con  $\succcurlyeq$  sobre  $A$ , en el sentido de que para todo  $a, b \in A$   $V(a) \geq V(b) \Leftrightarrow a \succcurlyeq b$ . En el caso de decisión bajo riesgo si  $L_1$  y  $L_2$  son dos loterías, se puede demostrar la existencia de una función de utilidad  $U$  definida sobre el conjunto de loterías de modo que  $\bar{U}(L_1) \geq \bar{U}(L_2) \Leftrightarrow L_1 \succcurlyeq L_2$ , donde  $\bar{U}$  alude al valor esperado de la utilidad.

En el enfoque normativo la función de valor o de utilidad representa un modelo de agregación de preferencias bien formado, estructurado a partir de un conjunto de axiomas que se identifican con el comportamiento racional del DM. Ese modelo, que tiene dominio en un conjunto bien definido de alternativas factibles, es una consecuencia formal del comportamiento ideal caracterizado por la axiomática. La tarea del analista es conciliar al DM real con ese ideal de la racionalidad, y de ese modo llegar a la formulación del modelo. La búsqueda de una solución consiste en el descubrimiento de una alternativa que maximice la función de valor (o la utilidad esperada). Es un problema matemático bien formulado.

Las principales debilidades de este enfoque son las siguientes (Roy, 1990), (Roy y Vanderpooten, 1995):

- i) Con frecuencia es necesario contar con un conjunto de analistas para llevar a cabo la modelación,
- ii) aun cuando el número de atributos sea pequeño, por lo regular en la práctica es muy difícil establecer una función de valor o de utilidad multiatributo que modele razonablemente bien el comportamiento del DM,

- iii) la teoría establece un modelo ideal de DM. El DM real ha de compararse con el DM ideal. En ocasiones la diferencia modelo-realidad es importante. Algunas veces estas discrepancias pueden superarse; sin embargo, si éstas son producidas por factores psicológicos que no pueden ser reflejados en una teoría normativa, entonces el DM puede no sentirse a gusto con un modelo que no representa su propia personalidad,
- iv) a menudo no existe el verdadero DM, o el analista no tiene acceso a él,
- v) la información disponible es demasiado imprecisa o demasiado subjetiva.

El enfoque normativo asume una consistencia fuerte de las estructuras de preferencias del DM. En muchos casos prácticos resulta difícil o imposible hacerlo verdaderamente operacional. Sin embargo, si esto se logra, resulta muy fácil explotar  $V$  y obtener una recomendación para el problema del ordenamiento; se obtiene un preorden completo de  $A$  inducido por  $V$ .

Es normal que la toma de decisiones se complique con el número de individuos que intervienen. Desde un punto de vista teórico, la escuela norteamericana de análisis para la decisión multicriterio ha logrado los mayores avances en el estudio formal de la ayuda a la decisión en grupo; sin embargo, a pesar de la elegancia y formalidad que representa la teoría de la función de valor, no deja de tener serias limitaciones prácticas debido a la virtual imposibilidad de obtener una función de valor que modele las preferencias del grupo (Keeney y Raiffa, 1976), (French, 1986). Mientras que hay algunas técnicas para realizar de manera exitosa la medición de la intensidad de la preferencia individual, todavía no es posible determinar experimentalmente si la sensación de una persona es tan intensa como la de otra. Si se pudiera hacer este tipo de comparaciones entre individuos el problema de decisión en grupo quedaría resuelto en gran parte utilizando las bases de la teoría normativa; sin embargo parece que no hay un modo práctico de lograr el acople de las funciones que caracterizan la intensidad de la preferencia individual.

Durante la década de los 80, los seguidores de las corrientes formales buscaron el ordenamiento óptimo del grupo a través de la minimización de ciertas funciones distancia, definidas entre una agregación de los ordenamientos individuales y el ordenamiento del grupo (Cook y Seiford, 1982). Solamente uno de esos trabajos modela la intensidad de las preferencias de los miembros del grupo (Cook y Kress, 1985), y por cierto llega a un algoritmo de solución eficiente (Ali *et al.*, 1986). Sin embargo, cualquier enfoque que se base en una distancia requiere considerar modelos que tomen en cuenta los intereses de la minoría y la posible existencia de situaciones de veto. Una medida de distancia no es por sí sola una función justa de integración de preferencias, y su minimización no lleva necesariamente a un consenso. Resulta imprescindible modelar la equidad y la justicia para acercarse al consenso.

Una idea interesante fue analizada por Keeney y Raiffa en su clásico trabajo de 1976. Se supone una persona imaginaria – el Supra Decisión Maker (SDM) – que integra en forma altruista las preferencias de los miembros del grupo. Se admite que al SDM le corresponde una función de valor que depende de las funciones de preferencia de los integrantes. Suponiendo que el SDM se comportará como un dictador benévolo, que no incluirá sus propias preferencias, y bajo la hipótesis de independencia preferencial, tendremos que la función de valor del SDM será igual a la suma de ciertas funciones que dependen a su vez de las funciones de preferencias individuales. La falta de unicidad de las escalas de preferencia individual y la imposibilidad práctica de lograrla impiden la asignación de la función de valor del SDM.

### **La normalización de los criterios**

Aunque no siempre es necesario en muchos métodos multicriterio, resulta esencial proceder a la normalización de los diferentes criterios en consideración. La normalización es necesaria, al menos por los tres tipos de razones que exponemos seguidamente. En primer lugar debe de tenerse en cuenta que en la mayor parte de los contextos decisionales las unidades en que están medidos los diferentes criterios suelen ser muy diferentes. En este

tipo de situación, una comparación o agregación de los diferentes criterios carece de significado. En segundo lugar debe asimismo tenerse en cuenta que en muchos problemas multicriterio, los valores alcanzables por los diferentes criterios pueden ser muy diferentes.

En tales casos, sin una normalización previa de los criterios los métodos multicriterio pueden conducirnos a soluciones sesgadas hacia los criterios con valores alcanzables mayores.

Finalmente, al aplicar diferentes procedimientos para interaccionar con el centro decisor con el propósito de obtener indicadores de sus preferencias, la normalización previa de los criterios facilita este tipo de tarea. En efecto, en bastantes casos los centros decisores realizan con más facilidad las tareas comparativas entre criterios cuando trabajan con valores normalizados de los mismos en vez de con sus correspondientes valores originales.

### **La ponderación preferencial de los criterios**

Los criterios relevantes en un problema decisional pueden tener diferente importancia para el centro decisor.

Este hecho hace que en muchos problemas decisionales resulte necesario obtener unos pesos o indicadores de las preferencias relativas del centro decisor por unos criterios con respecto a otros. Conviene indicar que así como la tarea de normalizar criterios requiere exclusivamente una información de tipo técnico, la estimación de las preferencias relativas conlleva una fuerte carga subjetiva lo que hace necesario que para estimar dichos pesos preferenciales tengamos que interaccionar de una manera u otra con el centro decisor.

### **La escuela europea: representante del modelo relacional de integración de preferencias**

La tendencia predominante en Francia, Países Bajos y otros de Europa se autoreconoce como Multiple Criteria Decision Aid (MCDA), por contraposición con los enfoques normativos y algunos heurísticos que se agrupan bajo el término Multiple Criteria Decision Making (MCDM). El objetivo de un estudio realizado con técnicas de MCDA es el de proporcionar al DM directrices para resolver su problema de decisión. Tales directrices se traducen en prescripciones o recomendaciones, propuestas concretas con relación a la

toma de decisiones que debe de realizarse. Esta recomendación depende de la naturaleza del problema de decisión y de la manera en que está formulado por el analista.

En MCDA el modelo de integración de preferencias está basado en una relación de sobreclasificación. En este enfoque el objetivo principal es construir o crear algo que, por definición, no pre-existe. Este ente tiene como misión ayudar al actor que forma parte del proceso de decisión a:

- i) formular, y/o argumentar, y/o transformar sus preferencias, o
- ii) a tomar una decisión conforme a sus objetivos.

Contrario a MCDM, MCDA por lo regular no nos conduce a formular un problema de optimización bien establecido. Apoyado en una familia de criterios e información adicional intercriterios, el problema es elaborar un modelo matemático que nos permita comparar las alternativas o acciones potenciales de una manera general. Las condiciones que se usan para establecer las relaciones de sobreclasificación (condiciones de concordancia y discordancia) están orientadas a construir un modelo de integración de preferencias realista y prudente. El modelo resultante, aún cuando es más confiable, generalmente es más pobre que la función de valor  $V$ ; esto significa que por lo general solamente es posible producir “recomendaciones parciales”, es decir, un preorden no completo (parcial). Aún más, debido a la presencia de intransitividad es difícil deducir tales recomendaciones parciales. Por tal motivo, resulta claro que, deben de realizarse algunas modificaciones sobre la relación original con el propósito de obtener la recomendación requerida. Esto se puede ver claramente en el problema del ordenamiento, donde el resultado requerido es una relación transitiva. Esto implica que el punto medular consiste en encontrar formas aceptables de manejar las intransitividad, sin modificar o perder mucha de la información presente en el modelo original.

Los métodos de integración multicriterio están diseñados para construir una recomendación sobre un conjunto de alternativas acorde a las preferencias del DM o de un grupo de DMs. En algunos enfoques, como en MAUT



(MultiAttribute Utility Theory), la recomendación se deduce de inmediato del proceso de integración de preferencias. Sin embargo, cuando el proceso de integración está basado en el enfoque de sobreclasificación se requiere de un tratamiento especial para construir dicha recomendación (Vanderpooten, 1990). Comúnmente se distinguen dos pasos básicos en todos los métodos de sobreclasificación:

- 1) La construcción de una (o varias) relación (es) de sobreclasificación para modelar las preferencias del DM,
- 2) La explotación de la(s) relación (es) de sobreclasificación a fin de presentar una recomendación acorde a una formulación del problema específico.

El paso de construcción consiste en comparar las alternativas tomando en cuenta todos los criterios. Este conduce a un modelo de preferencias que toma la forma de una o varias relaciones binarias – las así-llamadas “relaciones de sobreclasificación”- que pueden ser firmes (crisp) o borrosas (fuzzy). El propósito del paso de explotación es el de construir una recomendación sobre la base de tales modelos de preferencia. Dependiendo del problema, la recomendación puede tomar la forma de la selección de un subconjunto de alternativas, o la clasificación de las alternativas en diferentes categorías, o el ordenamiento global de las alternativas. Puesto que los modelos de preferencias construidos por lo general no poseen “propiedades matemáticas notables”, el paso de explotación no es una tarea sencilla; esto conduce de manera natural a la búsqueda de nuevas técnicas especiales que dependan del tipo de recomendación que se está buscando.

### **Por qué y cuándo usar un enfoque de sobreclasificación**

En el ambiente del analista de toma de decisiones es bien conocido que el análisis de la decisión multicriterio puede basarse en modelos de integración de preferencias representados por una sola función numérica: Esto se da comúnmente en áreas del conocimiento como econometría y programación matemática. También lo encontramos, como hemos visto, en la teoría de

utilidad (o de valor) multiatributo y en la mayoría de los métodos de programación multiobjetivo. Sin lugar a dudas, dos de las principales ventajas de dichos modelos son el hecho de que excluyen la incomparabilidad entre las alternativas y que las preferencias son transitivas, cumpliendo el axioma de comparabilidad total y transitivo (Roy, 1977):

Sin embargo, este esquema excluye el carácter borroso de las relaciones de preferencia y de la frontera del problema de decisión y por eso es a menudo difícil o aún imposible aplicarse. Elegir el enfoque basado en el axioma de la comparabilidad total y transitivo frecuentemente genera sentimientos contradictorios en el actor del proceso de decisión y en el analista, pues puede suceder que (Roy, 1990):

- Para ciertas parejas de acciones no conocer cómo, no querer, o no ser capaz de compararlas,
- para evaluaciones borrosas, cualitativas o aleatorias, o evaluaciones expresadas en unidades heterogéneas (francos, minutos, número de habitantes, grado de similitud) no estar en posición de extraer una dimensión común,
- bajo criterios que son más o menos correlacionados, no medibles o contrabalanceados dentro de una lógica imprecisa compleja, no conocer cómo sintetizar a ellos en un único criterio,
- para un conjunto de acciones potenciales delimitadas “a priori”, con fronteras que son casi artificiales, no sentirse capaz de apreciar, de antemano y en todos sus aspectos las transformaciones estructurales para ser integradas en las definiciones de un criterio único  $V_A$  aceptable,
- para un conjunto  $A$  evolutivo de acciones potenciales no excluyentes y/o una formulación del problema para el cual el objetivo no es seleccionar directamente una sola acción, el analista juzga que este no es un enfoque adecuado.

Por estas razones Roy (1977) sostiene que el analista tiene todo el derecho de desear un tratamiento más flexible en la modelación, llegando incluso a rechazar este enfoque.

Los siguientes son algunos ejemplos de situaciones donde la utilización del enfoque de sobreclasificación puede justificarse (Roy, 1996):

- Cuando al menos un criterio no es cuantitativo, de tal manera que las razones de compensación no tienen sentido (Larichev, 1972),
- cuando las unidades de los diferentes criterios son tan heterogéneas que codificarlas en una escala común resulta una tarea muy difícil o artificial (D'Avignon y Martel, 1984).
- cuando las compensaciones entre las ganancias en algunos criterios y las pérdidas en otros criterios no son del todo claras,
- cuando debe de tomarse en cuenta algún umbral de preferencia o de veto.

Para muchos cultivadores de la tendencia europea está lo suficientemente claro que el enfoque de sobreclasificación es complementario a los otros enfoques, y que sus intereses no están en agudo conflicto. Vincke (1998) argumenta que algunos autores han exagerado el antagonismo de este enfoque con la teoría de utilidad multiatributo o con la optimización multiobjetivo. Creemos que esta oposición no tiene sentido: cada enfoque tiene sus ventajas, inconvenientes y campo de aplicación pertinente. Se da el caso que en la búsqueda de soluciones en aplicaciones concretas estos dos enfoques se mezclan entre sí pudiendo complementarse. Creemos que cuando un analista se enfrenta a un problema real, su papel será el de usar las herramientas apropiadas o combinaciones de ellas a fin de progresar en la resolución del problema. Los métodos de sobreclasificación son algunas de estas herramientas, entre otras relevantes.

### **Relaciones de sobreclasificación**

Una *relación de sobreclasificación*  $S$  es una relación binaria sobre un conjunto  $A$  de alternativas o acciones potenciales tal que dados cualquiera dos alternativas  $a, b$  en  $A$ , se dice que  $a$  *sobreclasifica* (outranks) a  $b$  (denotada por  $aSb$ ) si, dada la información de las preferencias del DM, hay suficientes argumentos para afirmar que “ $a$  es al menos tan buena como  $b$  y no hay

razones de peso para refutar dicha aseveración” (Vanderpooten, 1990). En términos de preferencias, una *sobreclasificación simple* ( $aSb$ ) corresponde con una situación donde  $a$  es preferible o indiferente a  $b$ ; una *sobreclasificación doble*,  $aSb$  y  $bSa$ , significa que  $a$  es indiferente a  $b$  ( y se denota por  $alb$ ); en casos donde no hay sobreclasificación, se dice que las dos acciones son *incomparables* ( y se denota por  $aRb$ ). De igual forma, se dice que “ $a$  no sobreclasifica a  $b$ ” (y se denota por  $a nS b$ ). Los diferentes métodos de sobreclasificación encontrados en la literatura difieren en la manera de formalizar esta definición. La construcción de una relación de sobreclasificación  $S$  sobre  $A$  se concibe como una manera de modelar la parte de las preferencias del DM que puede establecerse con argumentos suficientemente fuertes. En este sentido, los argumentos para construir  $S$  se expresan por condiciones que reflejan principios básicos naturales. De manera más precisa, decimos que se acepta la aseveración  $aSb$  si cuando comparamos  $a$  con  $b$  se cumplen las siguientes condiciones:

- La condición de concordancia, que nos asegura que la mayoría de los criterios están de acuerdo con  $aSb$  (*principio de mayoría*),
- la condición de discordancia , que nos asegura que ninguno de los criterios discordantes refuta lo suficientemente fuerte que se cumpla  $aSb$  (*principio de respeto a las minorías*).

La *prueba de concordancia* corresponde a la aceptación de la regla de mayoría, que aquí se utiliza para enriquecer a la regla de unanimidad, aceptando la sobreclasificación de  $a$  sobre  $b$  sin alguna expresión de veto (Roy, 1990). La implementación precisa de estas condiciones se puede apreciar en el capítulo 5 y en el apéndice 1.

Hemos anotado anteriormente que  $S$  *usualmente no es completa*. En diversas situaciones de decisión se puede percibir claramente que el DM por ejemplo “no puede”, o “no conoce cómo” comparar dos acciones. Esta situación se presenta con frecuencia en la práctica debido a fenómenos como la inseguridad ligada a la personalidad del DM, la incertidumbre de las acciones o la imprecisión en los datos. Cuando estamos en el proceso de modelar las

preferencias del DM por medio de relaciones de sobreclasificación, si no pudimos encontrar argumentos (es decir si no se satisfacen ninguna de las dos condiciones expresadas arriba) que nos indiquen que  $aSb$  o  $bSa$ , entonces solamente podemos concluir que “ $a$  es incomparable con  $b$ ” (denotada usualmente como  $aRb$ ). Desde el punto de vista de la modelación del proceso de toma de decisiones, el introducir esta situación de incomparabilidad es más adecuado que forzar a situaciones de preferencia o indiferencia entre alternativas (Ostanello, 1984).

Otra propiedad significativa es que  $S$  *no necesariamente es transitiva*, lo cual se traduce en el hecho que la aceptación de  $aSb$  y  $bSc$  no implica necesariamente que  $aSc$ . En nuestro caso, vamos a tener que se cumple  $aSc$  si y solo si se verifican las condiciones de concordancia y no discordancia para la pareja ordenada  $(a,c)$ . Vanderpooten (1990) argumenta que esta propiedad se observa con frecuencia en la práctica, por lo que recomienda tomarla en cuenta a la hora de modelar las preferencias.

Se han desarrollado dos tipos de modelación de preferencias.

Tipo I.- Se considera a un conjunto de  $r(r \geq 1)$  relaciones de sobreclasificación para modelar las preferencias del DM con las siguientes características:

$$S_1 \subset S_2 \subset \dots \subset S_r$$

El crecimiento en el índice, desde 1 hasta  $r$ , corresponde a un decrecimiento en la fuerza de los argumentos requeridos para validar  $aSb$ .

Tipo II.- Dentro del enfoque de sobreclasificación, el analista puede tener más o menos deseos (puede tomar más o menos riesgos) para aceptar la sobreclasificación, y es aquí de donde surge el concepto de relación de sobreclasificación borrosa (Fodor y Roubens, 1994), (Zadeh *et al.*, 1975). En lugar de una o más relaciones de sobreclasificación firmes para modelar las preferencias del DM, se considera una *relación de sobreclasificación borrosa*

$S_A^\sigma$ , ello significa que a cada par ordenado  $(a,b)$  le asociamos un número real  $\sigma(a,b)$  ( $0 \leq \sigma(a,b) \leq 1$ ) caracterizando con ello el grado de robustez de los argumentos, y por tanto permitiéndonos validar la aseveración  $aSb$ . A  $\sigma(a,b)$  se le conoce con el nombre de grado de credibilidad de la sobreclasificación  $aSb$ . Una relación de sobreclasificación borrosa  $S_A^\sigma$  se caracteriza por el *grado de sobreclasificación*  $\sigma$  asociado con cada pareja  $(a, b)$ , un número  $\sigma(a,b)$  que fija más o menos la credibilidad de la sobreclasificación de  $b$  por  $a$ .

En cierta medida las relaciones borrosas ofrecen un compromiso entre las funciones de valor y las relaciones de preferencia. Las relaciones borrosas, como se presentan en este trabajo, son numéricas pero su poder de expresión es mucho mayor que el de las funciones de utilidad dado que ellas permiten la no transitividad e incomparabilidad.

La lógica borrosa proporciona una estructura natural para extender el concepto de relación binaria firme sin restringirse a estructuras probabilísticas, asignando a cada pareja ordenada de elementos en el universo del discurso un número del intervalo unitario.

Si  $A$  es un conjunto de alternativas y  $T$  es una relación de preferencia valuada sobre  $A$  entonces  $T(a, b)$  es el valor de verdad de la proposición “ $a$  es no peor que  $b$ ”.

Utilizando la terminología de los conjuntos borrosos  $T : A \times A \rightarrow [0,1]$  es un subconjunto borroso del conjunto  $A \times A$ ; así pues, si a la imagen  $T(a,b)$  se interpreta como grado de credibilidad o valor de verdad del predicado “la acción  $a$  es al menos tan buena como  $b$ ”, entonces  $T$  es una relación de preferencia borrosa.

Obsérvese que la relación de preferencia  $\succsim$  derivada de un enfoque normativo puede verse como un caso especial de relación de preferencia borrosa ( $T(a,b)$

toma valores binarios, cubre toda  $A \times A$  y cumple la condición de transitividad, es decir,  $T(a,b)=1, T(b,c)=1 \Rightarrow T(a,c)=1$ ). Así la decisión normativa guarda respecto a la ayuda a la decisión con preferencias borrosas, una relación de inclusión similar a la que tienen la lógica bivalente tradicional y la lógica borrosa. El resultado de la comparación que un DM real hace de dos alternativas siempre tendrá asociado un grado de credibilidad que con frecuencia es o se aproxima a la unidad, pero más comúnmente es un número menor.

En el capítulo 5 y en el apéndice 1 se muestra a detalle la construcción de una relación de sobreclasificación borrosa.

Una vez definida una relación binaria borrosa  $S_A^\sigma$ , se introduce de manera natural una relación de sobreclasificación no borrosa  $S_A^\lambda$  de la siguiente manera:

$$aS_A^\lambda b \Leftrightarrow \sigma(a,b) \geq \lambda.$$

Claramente, se puede observar que tomando en consideración una sucesión decreciente de valores de  $\lambda$  podemos generar una familia anidada de relaciones de sobreclasificación que son cada vez más “ricas”, pero de igual manera, cada vez más riesgosas (insuficientemente justificadas) (Ostanello, 1984).

Sin duda estas propiedades son de las características más distintivas de los métodos de sobreclasificación y más adelante van a jugar un papel preponderante a la hora de definir nuestro algoritmo genético.

En la literatura existe una gran cantidad de métodos de sobreclasificación. Sin embargo, en este trabajo de tesis, por la limitación obvia de espacio, atendiendo a su relevancia nos limitamos a presentar, con cierto detalle en el apéndice 1 aquellos métodos que tienen una relación directa con la tesis.

## Métodos de explotación

La explotación del modelo de sobreclasificación se da en función del problema a resolver. En (Roy, 1996) se definen tres problemáticas principales: elegir una(s) alternativa(s), clasificarlas en categorías u ordenarlas de la mejor a la peor, y se ejemplifican muchas variantes y combinaciones que pueden ocurrir en aplicaciones prácticas. Como lo hemos mencionado anteriormente este paso de explotación usualmente no es trivial debido al hecho de que un modelo de sobreclasificación no satisface, en general, propiedades matemáticas básicas como la completitud y la transitividad.

Roy (1977) insiste en que el modelo de integración de preferencias, cuando se reduce a una función de valor, reemplaza al DM en el sentido que dicta la decisión que debe ser tomada por él, mientras que la prescripción es diferente cuando el modelo de integración de preferencias es una relación de sobreclasificación. En el enfoque de sobreclasificación el analista utiliza el modelo de integración de preferencias para ayudar al DM a que tome sus propias decisiones. Se debe tener claro que  $S_A^\sigma$  es un modelo sustituto de aquél representado por una función de valor, el primero generalmente más rico, construido con menos esfuerzo e hipótesis más laxas que en MAUT, con la limitante de que no siempre es posible llegar a una recomendación válida, por lo que en ocasiones se tiene que realizar un análisis más detallado sobre un problema más restringido.

Encontrar una caracterización rigurosa y operativa de un orden débil desconocido  $P$  con respecto a  $S_A^\sigma$  no es un problema fácil de resolver. Se ha pensado, y de hecho varios autores lo han intentado, en utilizar un conjunto  $\pi$  de órdenes débiles que sean "a priori", aceptables (surgidos de una posible restricción en términos de  $S_A^\sigma$  del conjunto de todos los órdenes débiles definidos sobre  $A$ ); también en utilizar una distancia  $d(P, S_A^\sigma)$  definida para toda  $P \in \pi$  y toda  $S_A^\sigma$  proporcionando así un modelo significativo para



apreciar la calidad de la aproximación de  $S_A^\sigma$  por P (Roy, 1977). El analista podría entonces presentar al DM un orden débil P que minimice  $d(P, S_A^\sigma)$ . Sin embargo, desde el punto de vista de Roy (1977), el analista se arriesga a trabajar con un problema de optimización muy difícil de resolver aún cuando él defina una distancia tan fácil de manipular como la diferencia simétrica.

Para contrarrestar esta dificultad se adaptaron o se desarrollaron técnicas heurísticas que permitieran encontrar un preorden parcial o total de una manera adecuada, en el sentido que representaran lo mejor posible las preferencias del DM plasmadas en la relación de sobreclasificación, y que fueran fácilmente operacionales. Por ejemplo, para la transformación de la información contenida en  $T$  en un ordenamiento global de los elementos de  $A$  usualmente se utilizan tres diferentes caminos (Fodor y Roubens, 1994):

(C1): Transformar una relación valuada  $T$  en otra relación valuada  $T'$  que presente alguna propiedad interesante y necesaria para propósitos del ordenamiento,

(C2): determinar una relación binaria firme cercana a  $T$  que presente propiedades necesarias para el ordenamiento.

(C3): usar un método para obtener una función marcadora cuya explotación conduzca al ordenamiento. Este camino es el que más se utiliza y está presente en procedimientos clásicos como ELECTRE III (Roy (1978)) y PROMETHEE (Brans and Vincke (1985)).

El procedimiento de ordenamiento basado en una *función marcadora* (score) asociado a los elementos de un conjunto  $A$  de alternativas comparables entre sí, es quizás el más natural. En este trabajo de tesis nos interesa en lo particular describir particularmente las siguientes dos reglas ordenamiento.

La primera es la *regla de flujo neto* (Net Flow Rule) aplicada a relaciones valuadas, la cual se le conoce como regla de flujo neto de valor (Value Net

Flow Rule (VNFR)). La segunda, se le conoce como *regla a favor del mínimo valor* (Valued Min in Favor Rule (VMIFR)) se obtiene rankeando a las alternativas de acuerdo al siguiente resultado:

$$S_{Min}(a, T, A) = \min_{c \in A \setminus \{a\}} T(a, c)$$

La regla VNFR se define de la siguiente manera:

Supongamos que a cada alternativa se le asocia un vértice, y sea  $T(a,b)$  (el grado de preferencia de la alternativa  $a$  sobre la alternativa  $b$ ) el valor asignado al arco que une a las alternativas  $a$  y  $b$ , entonces en la gráfica dirigida valuada  $G(A, T)$ , podemos definir para cada vértice los marcadores que corresponden al flujo de entrada, al flujo de salida y al flujo neto:

$$S_E(a, T) = -\sum_{c \in A \setminus \{a\}} T(c, a)$$

$$S_L(a, T) = \sum_{c \in A \setminus \{a\}} T(a, c)$$

$$S_{L/E}(a, T) = \sum_{c \in A \setminus \{a\}} [T(a, c) - T(c, a)] = S_L(a, T) + S_E(a, T)$$

Parece natural rankear los candidatos de acuerdo al orden decreciente de los marcadores

$$a \geq_E b \quad \text{si y sólo si } S_E(a, T) \geq S_E(b, T)$$

$$a \geq_L b \quad \text{si y sólo si } S_L(a, T) \geq S_L(b, T)$$

$$a \geq_{L/E} b \quad \text{si y sólo si } S_{L/E}(a, T) \geq S_{L/E}(b, T)$$

La regla VNFR tiene una larga historia en la teoría de elección social. Cuando  $T$  es firme, esta regla coincide con la regla de Copeland. Cuando  $T(a,b)$  se

interpreta como un porcentaje de votantes considerando que  $a$  es preferido o indiferente a  $b$ , esta regla corresponde a la bien conocida regla de Borda.

La idea de utilizar un marcador(score) fue inicialmente propuesto por Jean – Charles de Borda. “El Conteo de Borda” o el marcador de preferencias (preference score) se usa en un procedimiento de votación donde cada votante da un preorden completo sobre el conjunto de candidatos.

La regla VNFR se usa también en el método de sobreclasificación PROMETHEE II (Brans *et al.* 1984). El marcador de flujo neto también se usa, aunque de diferente forma, en la técnica de explotación de ELECTRE III.

Notemos que esta regla hace uso de las propiedades “cardinales” de los números  $T(a, b)$ . Por el contrario, la regla “Min in Favor” es totalmente “ordinal” y usa las evaluaciones  $T(a,b)$  como si fueran representaciones numéricas de una relación de credibilidad entre parejas de alternativas.

La regla VNFR es neutral, continua, fiel, estrictamente monotónica e independiente de circuitos, pero no es ordinal ni la mayor de las fieles (para el significado de estas y otras propiedades y la notación que aquí aparece ver el Apéndice 2).

Además:

- a) La regla VNFR es la única regla  $f$ -ordenamiento  $\geq$  que es neutral, estrictamente monotónica e independiente de circuitos.
- b) La regla VMIFR es la única regla  $f$ -ordenamiento  $\geq$  que es ordinal, continua y la mayor de las fieles. (Bouyssou y Vincke, 1995).

Tales resultados de caracterización son importantes porque identifican rápidamente las características principales de una regla ordenamiento. Por ejemplo:

- La VNFR usa las propiedades cardinales de las valuaciones. Esto le permite tratar con circuitos en una manera eficiente y muy elegante.
- Pueden usarse diferentes sistemas de propiedades para caracterizar una regla dada.

Sin embargo, al margen de las propiedades interesantes que exhiben, ninguna de las reglas se sustenta en argumentos racionales o en una heurística suficientemente convincente. En el ejemplo que se expone a continuación, podemos ver que la solución que arrojan VNFR y VMIFR son objetables si se analiza la información completa contenida en la relación de preferencia borrosa.

Sea  $A=\{a,b,c,d\}$  un conjunto de cuatro acciones potenciales y  $\sigma_A(a,b)$  la relación de preferencias borrosa asociada a A.

|   | a    | b    | c    | d    |
|---|------|------|------|------|
| a | 1    | 0.6  | 0.65 | 0.6  |
| b | 0.95 | 1    | 0.45 | 0.85 |
| c | 0.50 | 0.80 | 1    | 0.70 |
| d | 0.75 | 0.55 | 0.73 | 1    |

Tabla 2.1. Relación de preferencia borrosa asociada a A

Aplicando la regla VMIFR a  $\sigma_A(a,b)$  encontramos que

|                |      |
|----------------|------|
| $S_{Min}(a) =$ | 0.6  |
| $S_{Min}(b) =$ | 0.45 |
| $S_{Min}(c) =$ | 0.50 |
| $S_{Min}(d) =$ | 0.55 |

Por lo que según esta regla se recomienda el ordenamiento

|   |
|---|
| a |
| d |
| c |

b

Más es difícil de aceptar que la alternativa  $a$  esté situada en la primera posición dado que según la relación de preferencias borrosa la mayoría de las alternativas son preferidas a  $a$ .

En cuanto a la aplicación de la regla VNFR sobre  $\sigma_A(a,b)$  encontramos que

|                           |     |           |
|---------------------------|-----|-----------|
| $S_{L/E}$<br>$\sigma_A)=$ | (a, | -<br>0.35 |
| $S_{L/E}$<br>$\sigma_A)=$ | (b, | 0.30      |
| $S_{L/E}$<br>$\sigma_A)=$ | (c, | 0.17      |
| $S_{L/E}$<br>$\sigma_A)=$ | (d, | -<br>0.12 |

generando el siguiente ordenamiento

b  
c  
d  
a

Recomendación que de acuerdo a la información de  $\sigma_A$  crea conflictos principalmente entre la posición que deben tener las alternativas  $b$  y  $c$ . Note que  $\sigma_A(c,b) = 0.80$  y  $\sigma_A(b,c) = 0.45$  y sin embargo  $b$  está por encima de  $c$  en el ordenamiento.

Instancias del problema de ordenamiento como ésta son las que prueban la falta de consistencia y ausencia de principios racionales que fundamenten las técnicas de solución.

En las técnicas contenidas en C3, que hoy en día son de las más utilizadas por los analistas y practicantes del análisis multicriterio, encontramos elementos que ponen en duda la veracidad de la recomendación que se ofrece. Si bien es cierto que se han propuesto una gran cantidad de métodos para conformar un ordenamiento sobre la base de relaciones binarias borrosas, en opinión de Bouyssou y Vincke (1995) ninguno de ellos muestra clara superioridad respecto a los demás. A nuestro juicio, una de las principales dificultades para encontrar buenas técnicas de solución al problema del ordenamiento es la falta de fundamentos teóricos del análisis multicriterio que defina, por un lado, y caracterice por el otro, lo que debe ser una buena solución; sin embargo hay elementos que permiten pensar que se están creando las condiciones para ello, sobre todo por el gran avance que está teniendo la teoría de los conjuntos borrosos. Encontrar propiedades características que permitan capturar la información intrínseca de una relación de preferencias borrosa construida por medio de un método de sobreclasificación, es una condición necesaria para avanzar al siguiente estadio de desarrollo en los métodos de ordenamiento. Debemos aspirar a construir métodos de ordenamiento casi tan consistentes como nos lo ofrece una función de valor. No podemos aceptar emitir una recomendación en donde se perciba claramente que existen violaciones a la racionalidad que contradicen la información plasmada en la relación binaria borrosa. Creemos que la posición relativa de dos alternativas debe de estar determinada en mayor medida por el grado de credibilidad  $\sigma$  de la preferencia que las relaciona, y en menor grado por la relación que existe con las otras alternativas; de lo contrario se podrían suscitar las siguientes consecuencias negativas:

- Que el ordenamiento final no respetara las preferencias del DM recogidas en  $\sigma(a,b)$  y  $\sigma(b,a)$ , y que
- La posición de  $a$  y  $b$  pudiera cambiar si otras alternativas son o no consideradas dentro del conjunto sobre el cual se realiza la explotación de  $\sigma$ .

Aunque en general no podemos desaparecer estas irregularidades, por la manera de construir a  $\sigma$ , si es deseable tratar de minimizarlas.

Estamos convencidos de que el método de explotación de la relación borrosa debe ser tan robusto como sea posible al papel de las “alternativas irrelevantes” en el sentido de Arrow (Arrow y Raynaud, 1986). En nuestra opinión esta propiedad, junto con la de minimizar las contradicciones entre el ordenamiento y la relación binaria borrosa, deben de ser dos de las características más importantes de una recomendación basada en relaciones de preferencia borrosas, que no son, sin embargo, consideradas por Bouyssou, Vincke y Perny en su trabajo sobre “propiedades deseables” de un método de explotación, quizá porque ningún procedimiento puede cumplirlas plenamente.

### **Aspectos teóricos de los métodos de sobreclasificación**

Los métodos de sobreclasificación han sido fuertemente criticados por su falta de fundamentos axiomáticos (Bouyssou *et al.*, 1993). Desde hace algunos años y hasta la fecha diferentes investigadores han tratado de avanzar al respecto; esta subsección describe brevemente los principales resultados obtenidos hasta ahora. Algunos investigadores han intentado presentar un análisis teórico del paso de construcción (ver los trabajos de (Bouyssou (1995), Bouyssou and Vansnick (1986), Perny (1992), Vansnick (1986) citados en Vincke (1998)) y del paso de explotación (Ver los trabajos de (Bouyssou (1993 , 1995) Bouyssou and Perny (1992), Pirlot (1995) y Vincke (1992) citados en Vincke (1998)), de varios métodos de sobreclasificación. En estos artículos los métodos de sobreclasificación no se consideran como un solo proceso sino más bien se analizan los dos pasos de manera separada. Sin duda la ausencia de “propiedades notables” de las relaciones de sobreclasificación ha sido determinante para que se dé esta forma de análisis teórico. En particular los artículos que tratan el paso de explotación han intentado determinar y analizar las propiedades de diferentes técnicas de explotación asumiendo que ellas se pueden aplicar a cualquier estructura de preferencias. Sin embargo creemos

que se podrían proponer mejores técnicas de explotación si se aprovechara la posible estructura de una relación de sobreclasificación.

Aun cuando sabemos que las relaciones de sobreclasificación no poseen “propiedades matemáticas notables”, ellas bien sí podrían poseer algunas “propiedades estructurales” interesantes que pudieran determinar las características de la relación de preferencia borrosa que se deriva en el proceso de construcción. En otras palabras, está la siguiente pregunta en el aire: dado un proceso de construcción, será posible o no obtener una relación borrosa con ciertas propiedades. La respuesta a esta interrogante establecería una conexión entre los procesos de construcción y explotación, y podría negar su independencia.

Bouyssou (1995) fue el primero que investigó la existencia de tales “propiedades estructurales” y llegó a los siguientes resultados:

- Con la técnica de construcción usada en ELECTRE III, las relaciones de sobreclasificación no poseen “propiedades estructurales”; con ELECTRE III es posible obtener a cualquier relación binaria reflexiva valuada como relación de sobreclasificación. En el caso particular de este método, esto nos permite, hasta cierto punto, separar el análisis entre el paso de explotación y el paso de construcción.
- La situación se torna diferente cuando se usan métodos como PROMETHEE que no hacen uso del concepto de discordancia: éstos conducen a relaciones de sobreclasificación que tienen ciertas “propiedades estructurales”; sin embargo, la caracterización de estas “propiedades estructurales” ha sido hasta hoy una tarea sin solución.
- A pesar de no contar con una caracterización completa de las “propiedades estructurales” de las relaciones de sobreclasificación en métodos como PROMETHEE, Bouyssou presenta una forma de cómo podría conducirse un análisis axiomático sobre las técnicas de explotación tomando en cuenta estas propiedades.



Un analista podría estar tentado a elegir los parámetros de los métodos para que dieran como resultado relaciones de sobreclasificación con “agradables” propiedades matemáticas: Bouyssou hace ver que tal problema no está lejos del problema de Arrow y la teoría de elección social. Perni, en su trabajo doctoral, demostró que la única manera de obtener relaciones de sobreclasificación con propiedades matemáticas “agradables” es aceptando la existencia de coaliciones de criterios que impongan sus preferencias. Notese que todas estas consideraciones están conectadas al difícil problema de cómo definir o encontrar propiedades matemáticas “agradables” en relaciones valuadas. (Fodor y Roubens, 1994), (Bufardi, 1997), (Bufardi, 1997 b), (Bufardi, 1998).

Finalmente mencionaremos la tentativa de Bouyssou, Pirlot y Vincke (1996), Marchant y Bouyssou (1999) y otros, de encontrar una estructura común general que reagrupe a la mayoría de los métodos de integración de preferencias sobre la base de diferentes definiciones de compensación e independencia de criterios, y sobre la representación numérica de estructuras de preferencia no necesariamente transitivas.

### **Aspectos prácticos de los métodos de sobreclasificación. Estructura algorítmica del método ELECTRE**

La estructura algorítmica del ELECTRE puede resumirse en los siguientes pasos:

Paso 1. Se parte de una matriz decisional  $(E_i, A_j)$ , así como de un vector de pesos  $W$  obtenido por la aplicación de alguno de los procedimientos recogidos en la literatura.

Paso 2. A partir de la matriz decisional  $(E_i, A_j)$  y del vector de pesos  $W$  se calcula la matriz de índices de concordancia de la siguiente manera. El índice de concordancia  $c(i,k)$  entre las alternativas  $E_i$  y  $E_k$  se obtiene sumando los pesos asociados a los criterios en los que la alternativa  $i$  es mejor que la alternativa  $k$ ; en caso de empate se asigna la mitad del peso a cada una de las alternativas.

Paso 3. Normalizar los elementos de la matriz decisional inicial.

Paso 4. A partir de la matriz decisional normalizada, multiplicando cada columna de la misma por el peso preferencial correspondiente se obtiene la matriz decisional normalizada y ponderada.

Paso 5. De la matriz decisional normalizada y ponderada se deducen los índices de discordancia de la siguiente manera. El índice de discordancia  $d(i,k)$  entre las alternativas  $E_i$  y  $E_k$  se calcula como la diferencia mayor entre los criterios para los que la alternativa  $i$  está dominada por la  $k$ , dividiendo seguidamente dicha cantidad por la mayor diferencia en valor absoluto entre los resultados alcanzados por la alternativa  $i$  y la  $k$ . A partir de los índices de discordancia se construye la matriz de índices de discordancia.

Paso 6. Se fija un umbral mínimo  $c$  – para el índice de concordancia, así como un umbral máximo  $d$  – para el índice de discordancia.

Paso 7. Se calcula la matriz de dominancia discordante de la siguiente manera. Cuando un elemento de la matriz de índices de concordancia (paso 2) es mayor que el valor umbral  $c$  – (paso 6) en la matriz de dominancia concordante se escribe un uno, en caso contrario, se escribe un cero.

Paso 8. Se calcula la matriz de dominancia discordante de la siguiente manera. Cuando un elemento de la matriz de índices de discordancia (paso 5) es menor que el valor umbral  $d$  – (paso 6) en la matriz de dominancia discordante se escribe un uno, en caso contrario, se escribe un cero.

Paso 9. Se calcula la matriz de dominancia agregada (concordante-discordante) multiplicando los términos homólogos de las matrices de dominancia concordante y de dominancia discordante calculados en los pasos 7 y 8 del algoritmo. La interpretación analítica de los elementos de esta matriz es muy intuitiva. Así, si el elemento  $ik$  toma el valor uno, esto significa que la alternativa  $i$ -ésima es mejor que la  $k$ -ésima para un número importante de criterios (concordancia) y no es claramente peor para ningún criterio (discordancia). Consecuentemente la alternativa  $i$ -ésima sobreclasifica a la  $k$ -ésima. Por el contrario, si el elemento  $ik$  toma el valor cero, esto significa que la alternativa  $i$ -ésima no es mejor que la  $k$ -ésima para un número importante de criterio y/o es claramente peor para algún criterio. Consecuentemente la alternativa  $i$ -ésima no sobreclasifica a la  $k$ -ésima.

Paso 10. Se determina el grafo ELECTRE. Para ello operamos de la siguiente manera. Cada alternativa representa un vértice del grafo. Del vértice  $i$  al vértice

k se traza un arco, si y sólo si el correspondiente elemento de la matriz de dominancia agregada es uno. Operando de tal forma obtenemos el grafo ELECTRE. Dicho grafo constituye una representación gráfica de la ordenación parcial de preferencias de las alternativas consideradas. El núcleo del grafo ELECTRE está formado por aquellas alternativas que no se dominan (sobreclasifican) entre sí (esto es, no existen arcos de llegada en los correspondientes vértices), quedando además las restantes alternativas dominadas (sobreclasificadas) por alguna alternativa del núcleo (esto es, existe al menos algún vértice del núcleo del que sale un arco a los vértices que no forman parte del núcleo). Consecuentemente con el análisis efectuado, las alternativas que no forman parte del núcleo se eliminan del proceso de elección.

### **Análisis de la decisión multicriterio en grupo**

Cuando una situación de decisión involucra a múltiples actores cada uno con diferentes sistemas de valores, y/o de información, entonces la decisión final del grupo debe ser, por lo regular, el resultado de una interacción entre las preferencias que tienen unos y otros de sus miembros. Está claro que esta interacción no está libre de conflictos, resultado de un sinnúmero de factores, entre otros por las diferentes creencias ideológicas o éticas, por los diferentes objetivos específicos, o simplemente por el diferente rol que juegan en una organización. Cualquiera que sea el origen de los sistemas de valores en conflicto, esto sin lugar a dudas afectará la evolución del proceso de toma de decisión en modos que no podemos predecir (Roy, 1996), (Keeney, 1992). Usualmente cada uno de los DM tiene sus propios objetivos específicos, sin embargo aunque éstos se encuentren fuertemente en conflicto, debe llegarse a una solución por medio del análisis y el consenso, lo cual por lo regular no es un problema fácil de resolver.

Hasta la fecha no hay enfoques metodológicos ampliamente reconocidos que resuelvan el problema del ordenamiento de grupo con múltiples criterios de una manera aceptable. Con frecuencia estos enfoques se basan en una heurística cuestionable para encontrar un ordenamiento de grupo por consenso.

En la literatura encontramos dos principales enfoques que utilizan la mayoría de las técnicas del análisis de decisión multicriterio para integrar las preferencias del grupo.

**Enfoque A.** En un primer enfoque, con la ayuda de un facilitador, a los miembros del grupo se les pide ponerse de acuerdo sobre las alternativas a considerar, los criterios a utilizar, sus evaluaciones, los pesos de los criterios, los valores de los umbrales y parámetros adicionales, para así utilizar el modelo que proveerá el ordenamiento. En este enfoque la discusión de grupo se centra sobre las acciones y criterios que deberán utilizarse, y los valores apropiados de los pesos y los parámetros adicionales. Una vez que se cierra la discusión y se ha recolectado toda la información individual, se utiliza alguna técnica para obtener los valores de los parámetros del modelo de integración de preferencias y que deben representar a la opinión colectiva. Con esta información se construye el modelo de preferencias, y utilizando una técnica de explotación, se deduce el ordenamiento de grupo.

**Enfoque B.** En un segundo enfoque, y por lo general contando con la ayuda de un facilitador, se permite que los miembros del grupo intercambien opiniones e información relevante que permita obtener un consenso del grupo, pero solamente para definir el conjunto de acciones potenciales. En este enfoque cada miembro define sus propios criterios, las valoraciones de las alternativas por los criterios, y los parámetros del modelo (pesos, umbrales, etc. ), para después utilizar una técnica de decisión multicriterio y obtener su ordenamiento personal de las alternativas. Enseguida, a cada actor se considera como un criterio por separado y la información preferencial contenida en su ordenamiento individual es integrada en un orden colectivo final utilizando la misma (u otra) técnica de decisión multicriterio (Brans *et al.*, 1997), (Hwang y Lin, 1987).

En el sentido del enfoque B, el método PROMETHEE ha sido usado directamente para la toma de decisiones en grupo utilizando para ello una función suma ponderada de flujos netos (Brans *et al.*, 1997). Visto desde

nuestra perspectiva esta función representa un modelo de las preferencias del SDM. Creemos que el esquema compensatorio utilizado por PROMETHEE para decisión en grupo no es el más adecuado; la heurística más natural basada en reglas de mayoría y combinada con concesiones a las minorías significativas debe de preservarse.

En este sentido, creemos que ELECTRE representa hoy en día la técnica de decisión multicriterio más cercana a la heurística simple y natural que utilizan los grupos cuando realizan comparaciones a pares; pero, sin embargo, consideramos que ELECTRE en sus diferentes versiones no fue originalmente creado, y por tanto no está adecuado, para utilizarse como técnica de decisión multicriterio en grupo cuando los miembros del grupo, entre otras características, tienen diferentes sistemas de valores. Hay numerosas aplicaciones de ELECTRE III con el enfoque A; muchas de ellas muestran que es virtualmente imposible obtener un real consenso del grupo sobre los parámetros del modelo de preferencias, particularmente sobre los pesos y los umbrales de veto (Rogers *et al.*, 2000). En esas aplicaciones se utilizan algunas heurísticas más o menos cuestionables para llegar a los valores de los parámetros requeridos (por ejemplo el promedio tomado sobre el conjunto de miembros), pero que no corresponden necesariamente al consenso, ni a la mayoría, ni siquiera a ninguno de los miembros, y difícilmente puede defenderse como “la opinión colectiva”. Puede ocurrir fácilmente que la opinión de un grupo de miembros predomine en la evaluación de los pesos, y que la de otro, casi disjuncto con el primero, predomine en la evaluación de los umbrales de veto, u otro elemento; en un caso así la relación de sobreclasificación borrosa  $\sigma(a,b)$  difícilmente representa el grado de credibilidad del predicado “el grupo considera que la acción a es al menos tan buena como b”. Sin embargo, no encontramos aplicaciones de ELECTRE III en el sentido del enfoque B, probablemente porque se necesita cierta información cuantitativa que el SDM no puede determinar a partir de los ordenamientos individuales. Para hacer operativo ELECTRE III en el marco de B se requiere proponer un mecanismo de integración de preferencias específico para el problema de decisión multicriterio. Lograrlo sería muy recomendable, para poder utilizar la

heurística natural tan aceptada, presente en la filosofía ELECTRE, de respeto a las opiniones mayoritarias conjugado con el reconocimiento de la importancia de minorías significativas.

### **La relevancia del análisis de decisión multicriterio en problemas del mundo real**

Los métodos de sobreclasificación han sido usados en una gran cantidad de aplicaciones concretas, aunque esto no se refleja claramente en las revistas arbitradas de circulación internacional. La razón principal es probablemente el hecho que describir un proceso de decisión real, con todas sus dudas, discusiones, tentativas, correcciones, etc., es un tremendo trabajo y realmente no posee las características idóneas para ser publicado en una revista científica. Por otra parte, el reducir la descripción del proceso de decisión a la estricta aplicación de un método a un conjunto de datos no es muy interesante.

Podemos encontrar una lista de tamaño considerable de aplicaciones en trabajos de Siskos *et al.* de 1983. Ejemplos de aplicaciones más recientes también podemos encontrarlos en un trabajo de Bana e Costa y Neves realizado en 1989, en un trabajo de Barda *et al.* realizado en 1990, otro en D'Avignon y Mareschal realizado en 1989, o en Roy *et al.* realizado en 1986 (Vincke, 1998).

Hay varios casos de estudio en el sector público donde se usan técnicas de ayuda a la decisión. En (Barreiro *et al.*, 2000) se enumeran la mayoría de las siguientes aplicaciones:

Control of traffic accidents (Ortigueira Bouzada, 1984),  
Nuclear waste management (Briggs, Kunsch y Mareschal, 1990),  
Especialization of hospital services (Avignon y Mareschal, 1989),  
Failure risk assessment of Italian banks (Andenmantten, 1995),  
Failure risk assessment of bonds issue in American Air Companies (Andemamtten, 1995),  
Risk evaluation of financial corporations (Dimitras, Zopounidis y Hurson, 1995),

Multicriterion aid to make a schedule of surgical furniture (Martel y Thomassin, 1992),  
Integrated Management of Municipal Solid Wastes in the Greater Athens Area (Karagiannidis y Moussiopoulos, 1997),  
Solid waste management in the Jansa region (Hokkanen y Salminen, 1994),  
Plan to extend the subway to the surroundings of Paris (Hugonnard y Roy, 1983),  
Ranking of scenarios for hydroelectric facilities (D'Avignon y Sauvageau, 1996),  
Location of nuclear plants in Holland (Jansen, Nijkamp y Rietveld, 1990),  
Evaluation of projects in order to improve the roads in Korea (Tabucanon, Harng-Mo Lee, 1995),  
Evaluation of insurance companies in Greece (Pardalos et al., 1997),  
Environmental assessment of an electric transmission line project (Rousseau y Martel, 1994),  
Management of environmental risks due to industrial activity (Lochard y Siskos, 1983),  
Evaluation of the armed forces personnel in order to get promoted (Bana e Costa y Cervaens Rodríguez, 1990),  
Evaluation of transit in cities (Yu-Hern Chang y Tsuen-Ho Shyu, 1994),  
Water Supply in the city of Vogan (Maystre y Pictet, 1993),  
Growth of an European city (Voogd, 1983),  
The role of weights in multi-criteria decision aid, and the ranking of water project in Jordan (Al-Kloub, Al-Shemmeri y Pearman, 1997).  
A multicriteria decision aids approach for energy planning problems: The case of renewable energy option (Georgopoulou, Lalas y Papagiannakis, 1997).  
Multicriterion decision making in river basin planning and development (Srinivasa Raju y Pillai, 1999).  
Multicriterion decision making in performance evaluation of an irrigation system (Srinivasa Raju y Pillai, 1999).  
Water Resources Planing in the Middle East: Application of the PROMETHEE V Multicriteria Method. (Abu-Taleb y Mareschal, 1994).  
Multicriteria evaluation of urban life quality: The case of Lugo city (Barreiro *et al.*, 2000).

Formulación y Análisis del Problema de la Planificación Física en Redes Heterogéneas de Distribución (López Irarragorri, 1998).

Modelo matemático de la calidad integral del tabaco negro cubano (Fernández *et al.*, 1994).

Sistema de Identificación y Evaluación de Sitios para Centrales Termoeléctricas (Guillén *et al.*, 1996), (Guillén y Trejos, 1997).

Un Procedimiento para la Selección de Proyectos evaluados por Grupos de Jueces bajo Múltiples Criterios (Leyva y Fernández, 2000).

### **Evaluación de la literatura sobre análisis multicriterio**

En la revisión de la literatura realizada con énfasis en el problema de decisión multicriterio individual y en grupo desde la perspectiva europea predominante, no queda excluida la crítica de la falta de fundamentos teóricos de las técnicas analizadas. Aunque si bien es cierto que las técnicas actuales para modelar las preferencias del DM capturan de manera apropiada sus deseos (Ostanello, 1996), no deja de inquietar a los investigadores de MCDA la falta de un cuerpo teórico que permita sustentar científicamente las recomendaciones que se derivan de sus métodos. Sin embargo hay que reconocer que en los últimos años estos métodos han permitido constituir ladrillos que permiten empezar a edificar esta gran obra. En este sentido se encuentran los últimos trabajos de Bouyssou, Pirlot, Vincke, por nombrar a algunos de los arquitectos. Si no mantenemos el rumbo se corre el peligro de que MCDA siga siendo un cuerpo de técnicas empíricas con un sustento teórico limitado.

Algunas de las percepciones principales de interés son:

Existe una preocupación por encontrar propiedades y características inherentes al análisis de decisión multicriterio a partir de los métodos de sobreclasificación; se están realizando estudios e investigaciones para determinar de manera adecuada y sin tanta subjetividad el valor de los pesos de los criterios y de los parámetros intercriterios; se encuentran propuestas, que permiten sustentar nuestra aseveración, sobre la necesidad de realizar una investigación más profunda sobre nuevas técnicas para formar ordenamientos



que permitan minimizar la “diferencia” entre el modelo de integración de preferencias y el ordenamiento derivado de ella (Fodor y Roubens, 1994), (Roy, 1977). El tratamiento de las preferencias por medio de relaciones binarias borrosas le dio un impulso teórico al análisis multicriterio, y una credibilidad mayor a las recomendaciones de los métodos emanados de este enfoque de modelación.

La mayoría de la literatura revisada trata el caso del problema de decisión multicriterio con un solo DM, y por lo general las aplicaciones donde intervienen un grupo de DMs se reducen a un problema con un solo DM. Esto no quiere decir que no sea válido o apropiado, lo que no parece convincente es en la forma en que se hace. La mayoría utiliza el enfoque A descrito con anterioridad. Los parámetros así acordados tal vez no representan a nadie ni al grupo. Aquí el problema es todavía mucho más complejo y no se ha estudiado con mayor profundidad debido quizás al hecho de que los esfuerzos en mayor medida están enfocados a resolver el problema de decisión multicriterio individual.