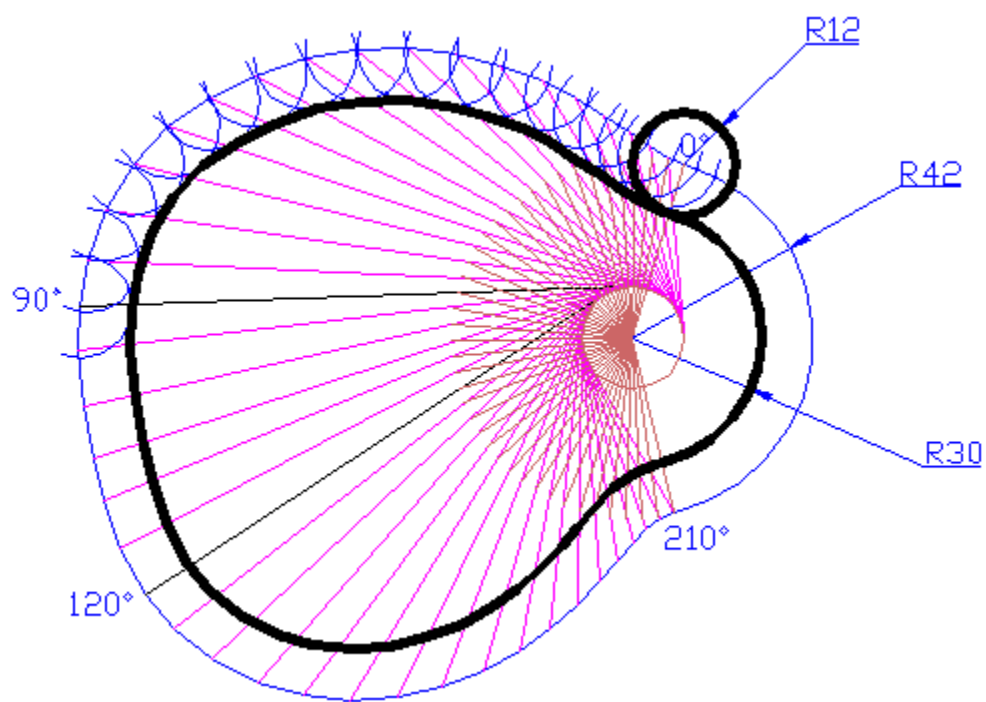


CINEMÁTICA DE LOS MECANISMOS DE LEVAS

Apuntes

Lic. Orestes González Quintero.



Universidad de Matanzas, 2004.

Cinemática de los Mecanismos de Levas.

Nociones generales.

El proceso de trabajo de muchas máquinas conduce a la necesidad de tener entre sus componentes mecanismos en los cuales el movimiento de sus eslabones finales deba ser ejecutado rigurosamente por una ley dada y coordinadamente con el movimiento de otros mecanismos. Para cumplir esta tarea los mecanismos más sencillos, seguros y compactos resultan los de levas.

Los mecanismos planos de leva contienen al menos un par cinemático superior, de dos movimientos, este mecanismo consta de dos elementos móviles, la leva y el seguidor montados en un marco fijo, el bastidor, figura 1.

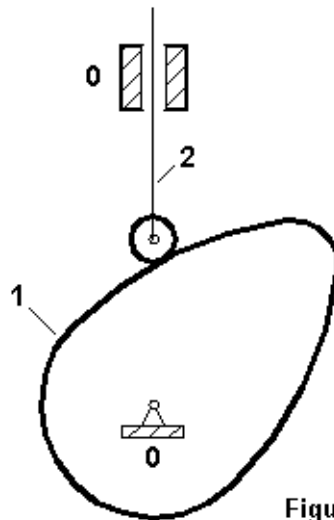


Figura 1

Una característica inigualable de las levas es que pueden impartir movimientos bien distintos a su seguidor, de hecho las levas pueden ser usadas para obtener movimientos inusuales o irregulares que serían muy difíciles de obtener con otros mecanismos, siendo esta su principal ventaja.

No obstante los mecanismos de leva tienen imperfecciones relacionadas con la existencia de un par cinemático superior, los elementos que forman el par de dos movimientos, teóricamente entran en contacto por una línea, por lo que teóricamente la presión específica en el lugar de contacto deberá ser indefinidamente grande. En la práctica debido a la deformación

elástica de los elementos del mecanismo el contacto se realiza en un área muy pequeña, siendo la presión específica debido a esto limitada, pero superior a la que se produce cuando el contacto se realiza en un área mayor, como sucede en los pares cinemáticos inferiores.

Es también una imperfección de los mecanismos de leva la necesidad de un cierre especial del par cinemático superior.

Tipos de cierre en los mecanismos de leva.

El seguidor, o el empujador, necesita mantenerse en contacto con la superficie de la leva para alcanzar el movimiento deseado. El contacto permanente del par cinemático superior en el mecanismo de leva se puede garantizar por una cerradura geométrica, cierre cinemático, o por fuerza con la ayuda de distintas cargas, en este caso los muelles son muy populares para este propósito. En los casos donde el seguidor está en el plano vertical, el peso del seguidor y de las partes unidas a él puede ser suficiente para mantener el contacto.

Como ejemplo de mecanismo con cierre cinemático de un par superior puede servir el mecanismo representado en la figura 2, aquí en la leva se ha fresado una ranura que sirve de guía para mover al seguidor hacia uno u otro lado.

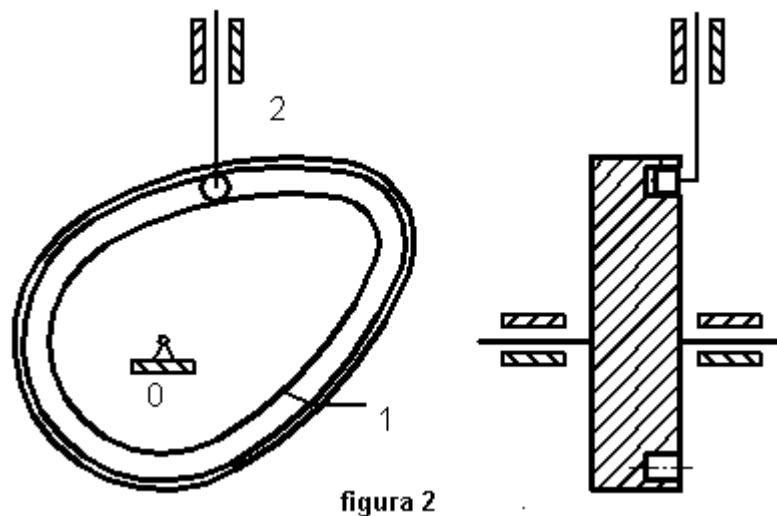


figura 2

Con el objetivo de disminuir el roce entre los elementos de los pares cinemáticos de dos movimientos, así como para reducir los esfuerzos de contacto, en los mecanismos de leva, se introduce con frecuencia un elemento especial, el rodillo, (ver figura 1) que gira libremente en un eje

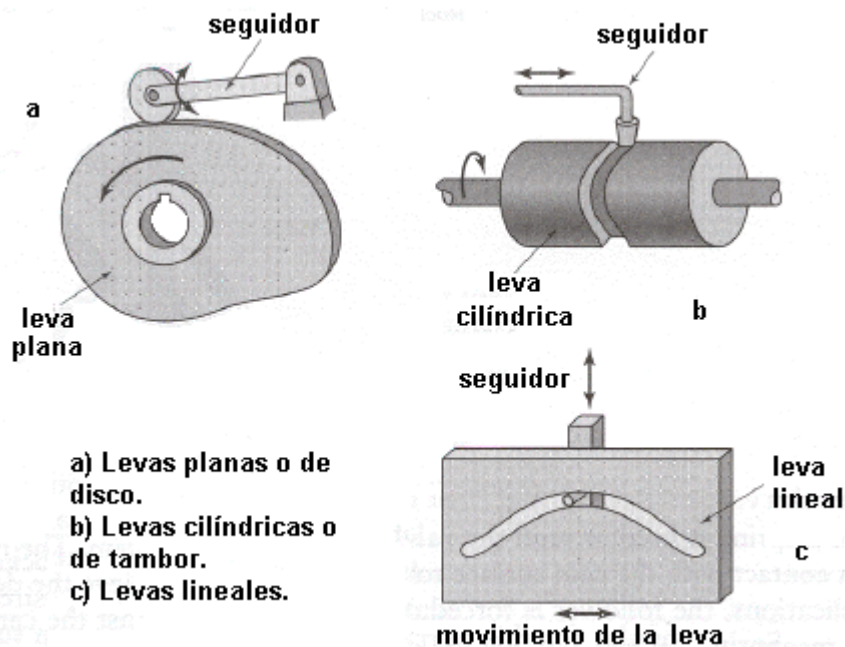
fijado al bastidor, lo cual implica un ahorro de energía, baja temperatura de operación y alta capacidad de carga.

Al determinar el número de grados de libertad del mecanismo, el rodillo no debe ser tomado en cuenta porque la rotación del mismo no ejerce influencia en el movimiento del seguidor.

Las levas tienen una función muy importante en la operación de muchas clases de máquinas, especialmente en las automáticas, tales como imprentas, maquinarias de la industria textil, máquinas herramientas talladoras de engranajes, etc. Las levas son una indispensable parte del mecanismo en cualquier clase de maquinaria en la que el control automático y la exactitud en el tiempo son imprescindibles. Las posibles aplicaciones de las levas son ilimitadas y existen en una gran cantidad de formas y surtidos. Algunas de las formas mas comunes serán consideradas en este artículo.

Diferentes tipos de mecanismos de leva.

Existe una gran variedad de levas disponibles, éstas pueden ser clasificadas según sus diferentes aplicaciones o configuraciones. Sin embargo la mayoría de las levas pueden ser separadas en los tres tipos generales siguientes, (figura 3):



Los seguidores de aguja, figura 6, por su parte, al tener un menor número de elementos móviles han alcanzado aplicación en instrumentos y otros equipos que necesitan una precisión de movimiento elevada, se utilizan sobre todo en aplicaciones donde las cargas son pequeñas y el régimen de trabajo no es intenso debido a las grandes tensiones que se generan en el par superior.

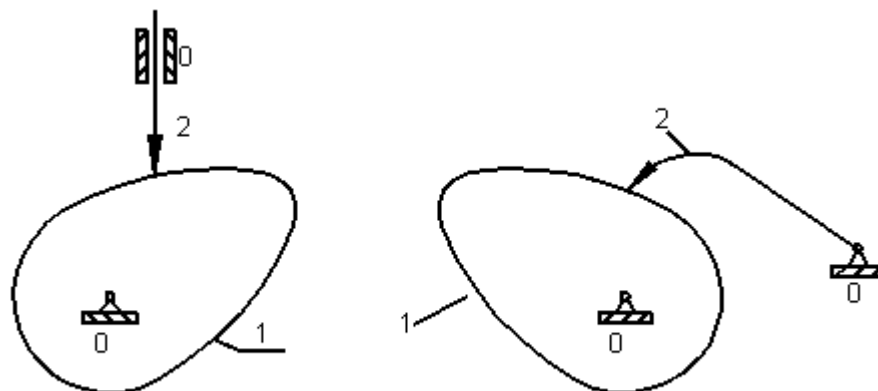


figura 6

Los seguidores planos, figura 7, son muy útiles en los mecanismos rápidos dado a que la fuerza ejercida por la leva es siempre perpendicular a la dirección del movimiento y la masa y dimensiones del seguidor son mínimas, su desventaja principal que es el gran deslizamiento entre la leva y el seguidor puede reducirse desplazando la leva del plano de movimiento y admitiendo el giro del elemento seguidor respecto a su eje cuando sea posible.

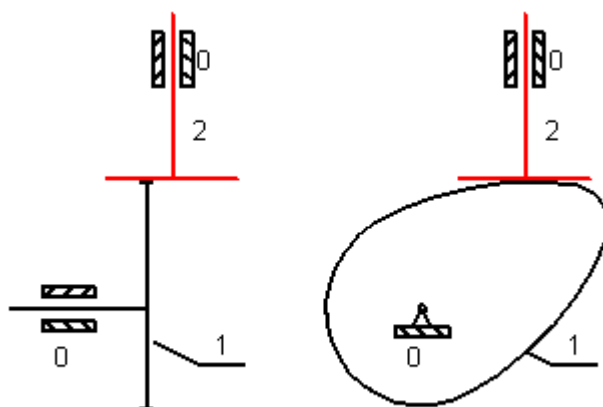


figura7

Movimiento del seguidor.

Un ciclo de movimiento del seguidor se realiza durante una vuelta de la leva, y pueden distinguirse cuatro fases, figura 8:

1. El alejamiento del seguidor, es el movimiento del seguidor alejándose del centro de la leva.
2. La parada en la posición superior, es el movimiento de la leva durante el cual el seguidor está en reposo en la posición indicada.
3. El acercamiento del seguidor es el movimiento del seguidor acercándose al centro de la leva.
4. La parada en la posición inferior es el movimiento de la leva durante el cual el seguidor está en reposo en la posición indicada.

El perfil de la leva se corresponde con los intervalos de desplazamiento del seguidor, por lo que en él se distinguen el perfil de alejamiento con el ángulo ϕ_{al} , el de parada superior, con el ángulo ϕ_s , el perfil de acercamiento, con el ángulo ϕ_{ac} y el perfil de parada en la posición inferior, con el ángulo ϕ_o .

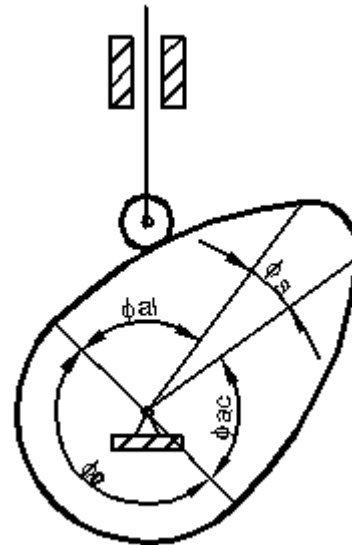


figura 8

Es evidente que:

$$\phi_{al} + \phi_s + \phi_{ac} + \phi_o = 2\phi = 360^\circ$$

$$t_{al} + t_s + t_{ac} + t_o = t, \text{ tiempo de una revolución.}$$

$$\phi_{al} = \omega \cdot t_{al}$$

$$\phi_s = \omega \cdot t_s$$

$$\phi_{ac} = \omega \cdot t_{ac}$$

$$\phi_o = \omega \cdot t_o$$

Al perfil de trabajo de la leva le corresponden:

$$\text{el ángulo de trabajo ----- } \phi_{tr} = \phi_{al} + \phi_s + \phi_{ac}.$$

$$\text{y el tiempo de trabajo ----- } t_{tr} = t_{al} + t_s + t_{ac}$$

Como se mencionó, el rasgo distintivo de los mecanismos de levas es que puede impartir un movimiento al seguidor según una ley cualquiera. Por supuesto el movimiento del seguidor depende de la tarea deseada y puede prescribirse detalladamente.

El desplazamiento del seguidor puede representarse gráficamente, es conveniente trazar el movimiento prescrito del seguidor contra el tiempo, aunque realmente puede expresarse también en función del desplazamiento angular, el diagrama obtenido se nombra *diagrama de desplazamiento del seguidor*.

A través de este diagrama pueden explorarse el movimiento y la cinemática del mecanismo sin tener en cuenta la forma de la propia leva. El eje vertical de este diagrama representa el desplazamiento lineal del seguidor (mm), en el eje horizontal se despliega el tiempo (s o min.) o el desplazamiento angular medido en grados o fragmentos de una revolución. Este diagrama normalmente se construye a escala y es sumamente útil para el análisis de la cinemática del seguidor y para la determinación de la forma de la leva.

Para el análisis cinemático, la curva del desplazamiento del seguidor contra el tiempo es la preferida pero para la determinación del perfil de la leva, la curva deseada es del desplazamiento del seguidor contra el desplazamiento angular. La siguiente ecuación expresa la relación entre el ángulo de rotación y el tiempo:

$$\omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

Si la leva rota con una velocidad constante, lo que ocurre en la abrumadora mayoría de las aplicaciones, el desplazamiento angular de la leva que se corresponde con cada segmento del tiempo puede ser determinado como:

$$\Delta\phi = \omega.\Delta t$$

Elección de la ley de movimiento del mecanismo de leva.

Durante el diseño de una leva, el objetivo es identificar un perfil adecuado. A través de este proceso, el interés primario es asegurar que el seguidor logre el desplazamiento deseado. Por supuesto, estos desplazamientos son delineados en el diagrama de desplazamiento del seguidor. La forma de la leva es meramente un medio para obtener este movimiento. El movimiento del seguidor durante las secuencias de alejamiento y acercamiento no está totalmente definido, por lo que es necesario tener en cuenta, por su importancia, las características dinámicas del seguidor. Las aceleraciones grandes causan grandes fuerzas y, por consiguiente, las altas tensiones. Los cambios rápidos de las aceleraciones provocan vibración y, por consiguiente, ruido. Debido a estos principios dinámicos fundamentales, los segmentos correspondientes al alejamiento y el acercamiento de un diagrama de desplazamiento de la leva son de vital importancia.

Para las levas con movimiento lento, las aceleraciones altas no son un factor a considerar, por consiguiente, la leva es diseñada simplemente para rendir los desplazamientos dados en el momento especificado, la manera en que el seguidor llega al punto dado es irrelevante. En estos casos, la leva se fabrica de la manera más conveniente, con tal de que el desplazamiento dado sea logrado. Una leva de disco simplemente puede componerse de una combinación de arcos y líneas rectas que pueden fabricarse con facilidad.

Para las aplicaciones de gran velocidad, no es suficiente con proporcionar un desplazamiento dado en un momento especificado. Las características dinámicas del seguidor durante las secuencias de alejamiento y acercamiento deben estudiarse en detalle para minimizar las fuerzas y vibraciones.

Existe una amplia variedad de esquemas de movimiento del seguidor, todos con el solo propósito de definir el movimiento del mismo durante las secuencias de alejamiento y acercamiento. El objetivo de estos esquemas es producir el movimiento con aceleraciones suaves.

Durante el estudio de las características dinámicas del seguidor para los diferentes esquemas de movimiento, se ha usado la siguiente nomenclatura:

S = es el desplazamiento máximo del seguidor.

T = es el periodo de tiempo para las secuencias de alejamiento y acercamiento del seguidor.

t = intervalos de tiempo en que se divide el tiempo de trabajo de la leva, (tiempo donde las propiedades dinámicas instantáneas son definidas).

ω = la velocidad angular de la leva. (rad/s).

s = el desplazamiento instantáneo del seguidor en cualquier momento dado

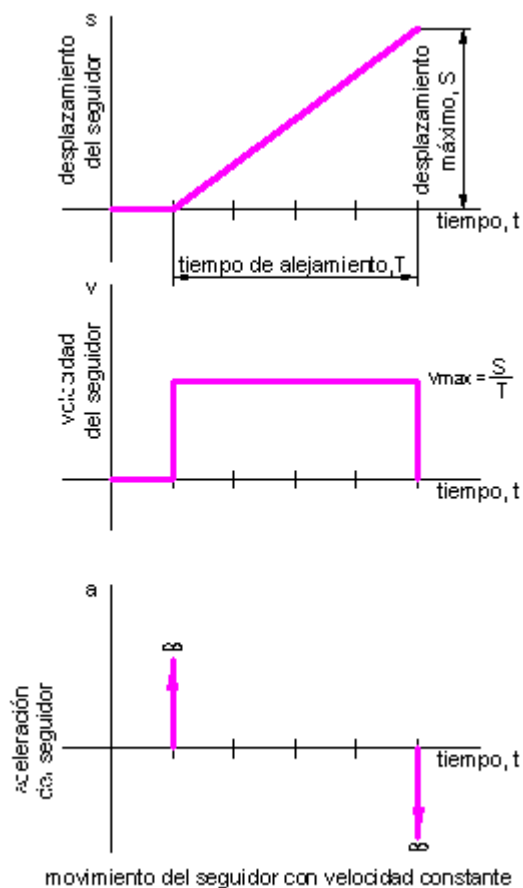
v = la velocidad instantánea del seguidor.

a = la aceleración instantánea del seguidor.

Considérense unas leyes típicas para el movimiento del seguidor por el perfil de alejamiento, la función del movimiento del mismo durante el acercamiento puede ser análoga. Con frecuencia para este descenso se sigue la misma ley del movimiento que para el alejamiento del seguidor,

sin embargo, hay que tener presente que si $\phi_{al} \neq \phi_{ac}$, entonces puede ser conservado sólo el carácter general de la ley del movimiento.

A- Movimiento con velocidad constante.



$$s = \frac{St}{T}$$

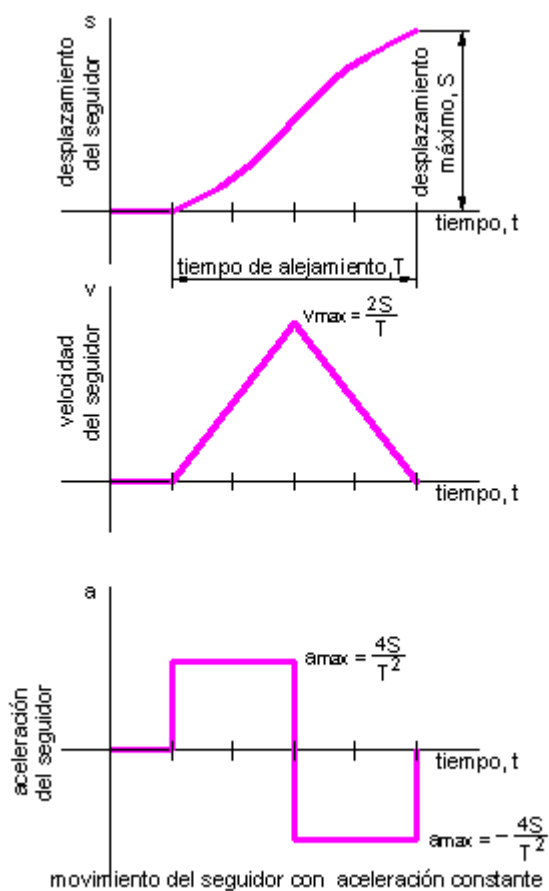
$$v = \frac{S}{T}$$

$$a = 0$$

De los gráficos se ve que el movimiento del seguidor según esta ley trae consigo una variación momentánea de la velocidad cuando $t = 0$ y $t = T$, además, la aceleración del seguidor tiende teóricamente a infinito. En la práctica, debido a la deformación elástica de los elementos del mecanismo, las aceleraciones y las fuerzas de inercia tienen magnitudes finitas pero muy grandes, este fenómeno se llama golpe seco, lo que no es deseable, ya que puede provocar un gasto rápido del mecanismo, esa es la razón por la que esta ley de movimiento se recomienda solamente para los mecanismos de baja velocidad.

B- Movimiento con aceleración constante.

(Para $0 < t < 0.5T$)	(Para $0.5T < t < T$)
$s = 2S\left(\frac{t}{T}\right)^2$	$s = S - 2S\left(1 - \frac{t}{T}\right)^2$
$v = \frac{4St}{T^2}$	$v = \frac{4St}{T^2}\left(1 - \frac{t}{T}\right)$
$a = \frac{4S}{T^2}$	$a = \frac{4S}{T^2}$

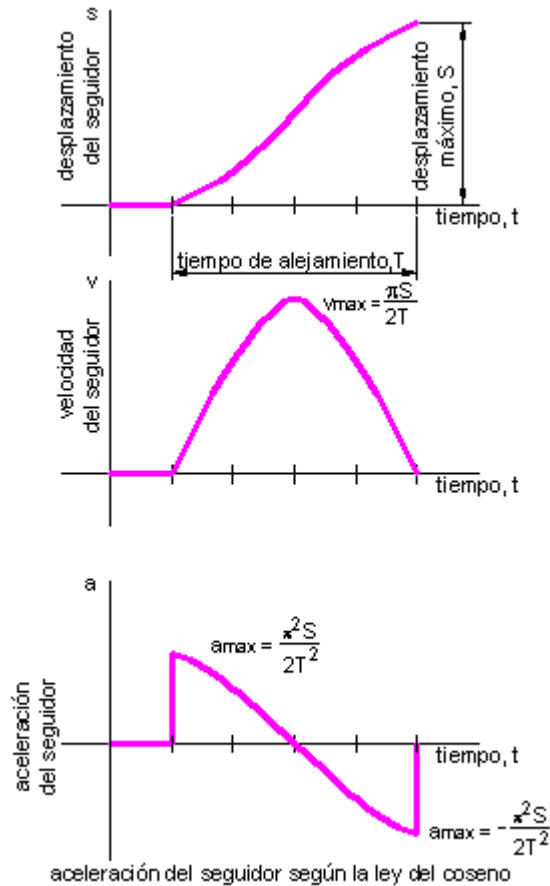


Como se ve en la gráfica, en la primera mitad del recorrido tiene lugar un movimiento uniformemente acelerado mientras que en la segunda mitad del recorrido el movimiento es uniformemente retardado.

C- Movimiento según la ley del coseno

Este esquema de movimiento es un claro mejoramiento de los esquemas precedentes, se deriva de las funciones trigonométricas, presenta una aceleración continua suave, sin embargo tiene cambios repentinos de

aceleración en los finales del movimiento. Este cambio repentino puede ser inaceptable a las más altas velocidades.



$$s = 0.5S \left[1 - \cos\left(\frac{\pi t}{T}\right) \right]$$

$$v = \frac{0.5S\pi}{T} \left[\text{sen}\left(\frac{\pi t}{T}\right) \right]$$

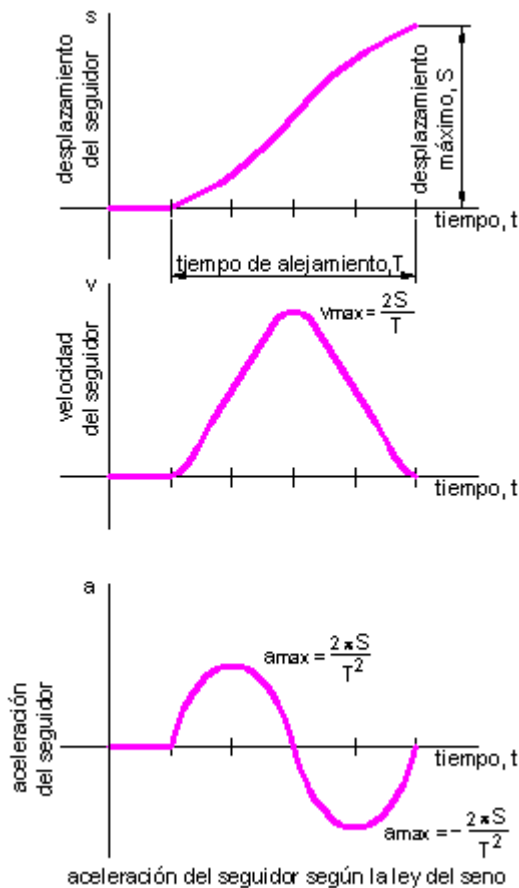
$$a = \frac{0.5S\pi^2}{T^2} \left[\cos\left(\frac{\pi t}{T}\right) \right]$$

Comparando las leyes B y C, se observa que ocurren cambios momentáneos de la aceleración hasta cierta magnitud, esto trae consigo los cambios correspondientes de las fuerzas de inercia, este fenómeno se llama golpe ligero. Con este golpe en los mecanismos surgen vibraciones elásticas que conduce a que la aceleración máxima será mayor que la calculada teóricamente.

D- Movimiento según la ley del seno

El de movimiento del seguidor según la ley del seno es otro esquema de movimiento derivado de las funciones trigonométricas. Este esquema también exhibe curvas de movimiento muy suaves y no tiene los cambios repentinos de aceleración en los finales del movimiento lo que lo hace muy popular para aplicaciones de alta velocidad. En el sentido físico,

representa el movimiento de un punto sobre el disco rodando sobre una línea recta.



$$s = S \left[\frac{t}{T} - \frac{1}{2\pi} \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi t}{T} \right) \right]$$

$$v = \frac{S}{T} \left[1 - \cos \left(\frac{2\pi t}{T} \right) \right]$$

$$a = \frac{2\pi S}{T^2} \left[\operatorname{sen} \left(\frac{2\pi t}{T} \right) \right]$$

Perfilación de levas planas.

El diseño de las levas tiene por objeto la formación de un perfil tal, que garantice el movimiento pedido por el seguidor. El diagrama de desplazamiento trazado a escala es necesario para construir la forma real del perfil de la leva. Las ecuaciones presentadas arriba pueden ser usadas en conjunción con una hoja de cálculo, y aunque este método analítico es preciso se debe ser cuidadoso al plotear el diagrama a escala

Considérese el ejemplo siguiente: es necesario construir el perfil de la leva del mecanismo excéntrico, con seguidor de rodillo, excéntrico y movimiento rectilíneo, si están dados:

The screenshot shows a Microsoft Excel spreadsheet titled "cam design.xls". The spreadsheet contains the following content:

Row 2: **LEY DEL COSENO (HARMONIC MOTION)**

Row 4: **datos:**

ω_1 rad/s	r_o m	e m	ϕ_{al} grado	ϕ_s grado	ϕ_{ac} grado	S m
0,4	0,038	0,005	40	20	40	0,014

Row 11: **Sólo estamos considerando en el cálculo el ángulo (y el tiempo) de trabajo:**

ϕ_{tr} (grados)	100	t_{al} , seg	1,75
		t_s , seg	0,87
		t_{ac} , seg	1,75
		t_{tr} , seg	4,36

Donde:

ω_1 ----- velocidad angular de la leva

r_o ----- radio de la circunferencia básica

e ----- excentricidad del seguidor

ϕ_{al} ----- ángulo de alejamiento

ϕ_s ----- ángulo de la parada superior

ϕ_{ac} ---- ángulo de acercamiento

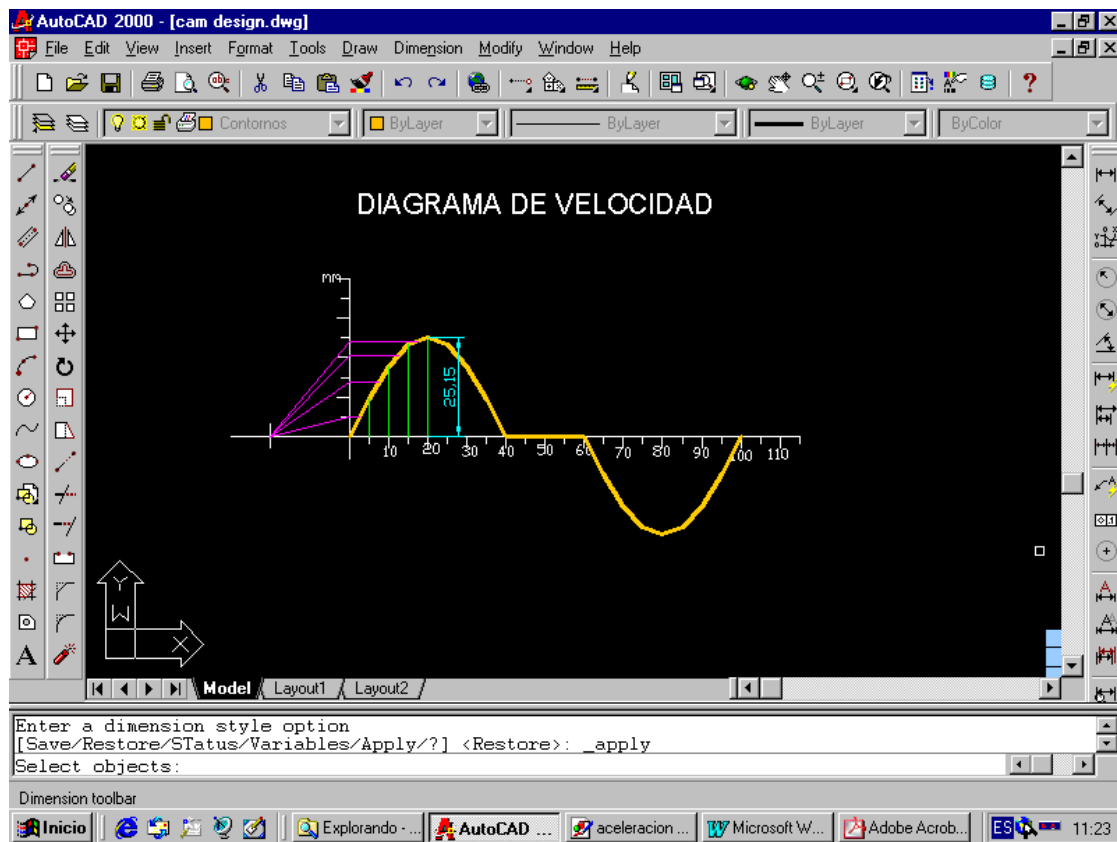
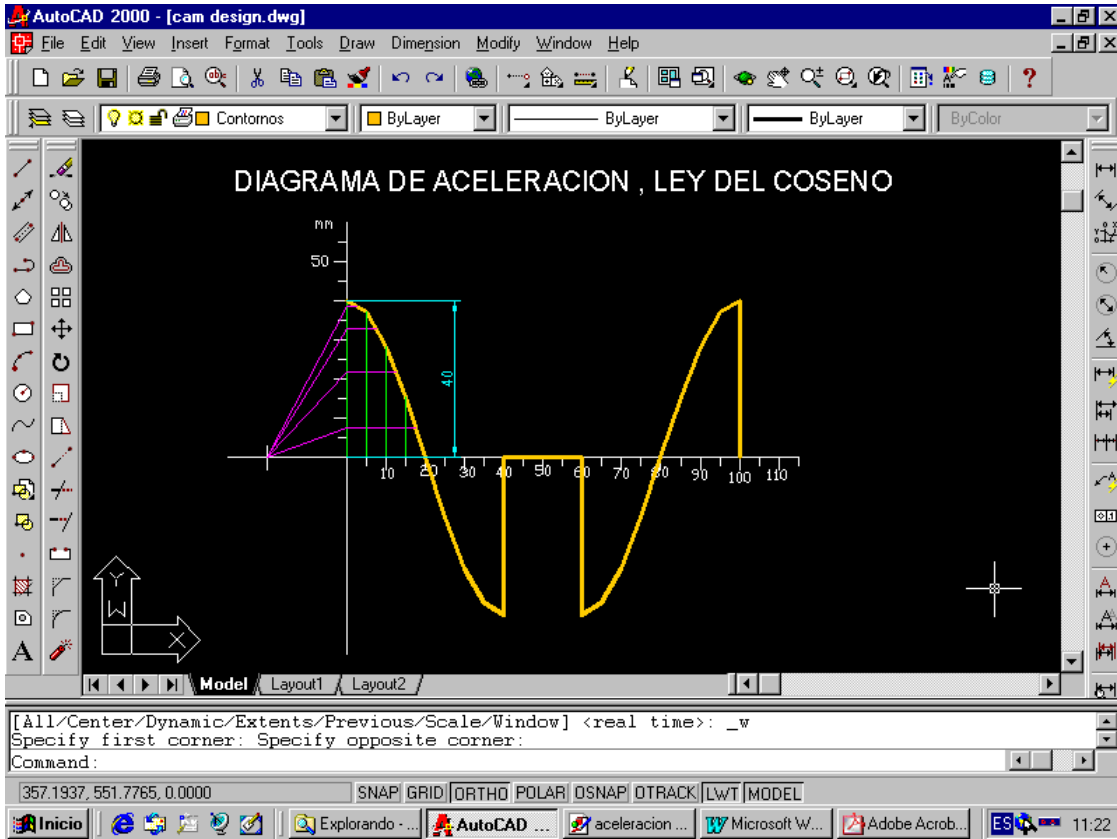
S ----- desplazamiento máximo del seguidor

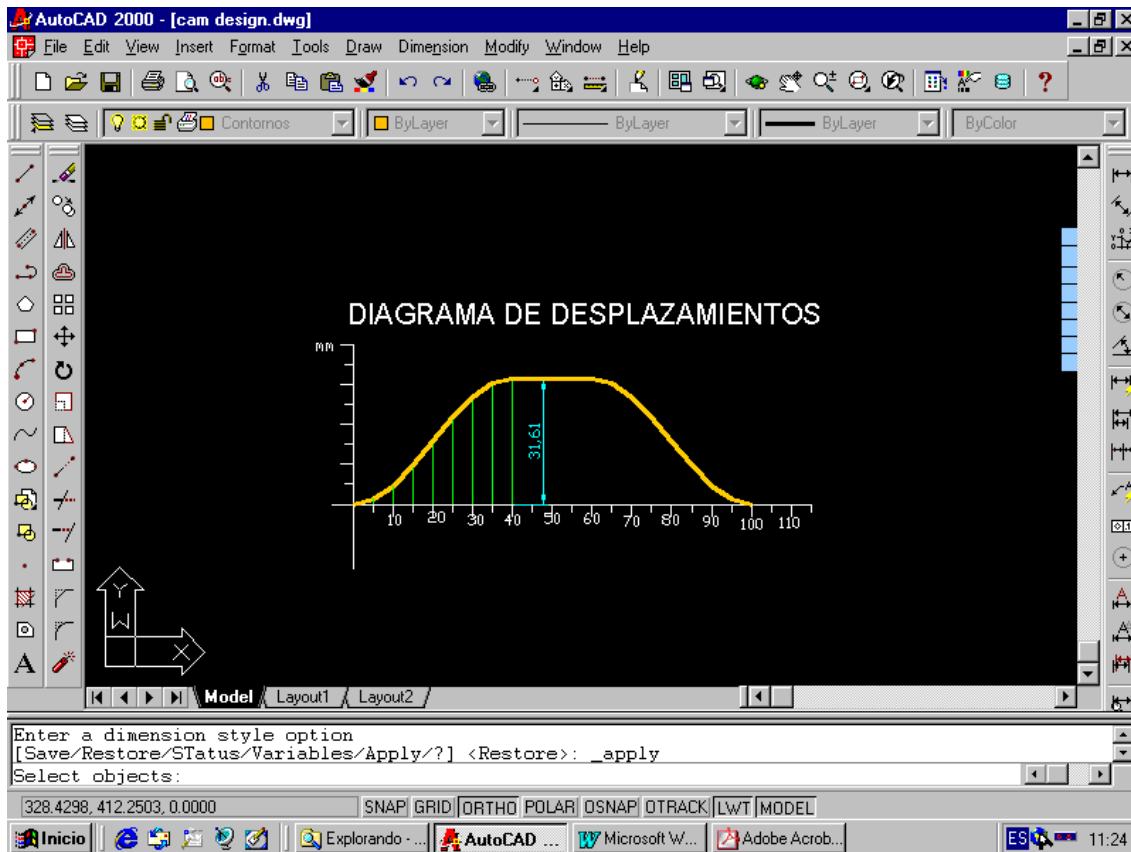
Con el auxilio de una hoja de cálculo de Excel se determinan los parámetros necesarios para la construcción a escala del diagrama de aceleración.

angulo		t	a max	cos ($\pi t/T$)	a instantanea	a instantanea
grados	radianes	segundos	m/s.s		m/s.s	mm
0	0,00	0,00	0,0227	1,0000	0,0227	50,0
5	0,09	0,22		0,9239	0,0210	46,2
10	0,17	0,44		0,7071	0,0160	35,4
15	0,26	0,65		0,3827	0,0087	19,1
20	0,35	0,87		0,0000	0,0000	0,0
25	0,44	1,09		-0,3827	-0,0087	-19,1
30	0,52	1,31		-0,7071	-0,0160	-35,4
35	0,61	1,53		-0,9239	-0,0210	-46,2
40	0,70	1,75		-1,0000	-0,0227	-50,0
45	0,79	1,96				
50	0,87	2,18	Entre valor de la aceleración en el plano, mm			50
55	0,96	2,40	Entre valor de α_{tr} en el plano, mm			210
60	1,05	2,62				
65	1,13	2,84				
70	1,22	3,05	Las escalas necesarias para la construcción de los diagramas son:			
75	1,31	3,27	$K\alpha$	Kt	Ka	
80	1,40	3,49	grado / mm	s / mm	m ss / mm	
85	1,48	3,71	0,4762	0,0208	0,0005	
90	1,57	3,93				
95	1,66	4,15				
100	1,75	4,36				

Como puede observarse el ángulo de trabajo se dividió en intervalos de 5°, calculándose el tiempo para cada desplazamiento angular, la aceleración solamente se calculó para el tiempo de alejamiento, la elección de la ley del movimiento del seguidor durante el retorno (acercamiento) se hace considerando exigencias análogas que para la elevación, alejamiento. De modo que sólo debemos multiplicar por (-1) los resultados anteriores.

Con el auxilio de AutoCAD, u otro paquete CAD, se construye el diagrama de aceleraciones a escala, utilizando las escalas calculadas arriba, así como los valores de la aceleración para cada intervalo en que se dividió el ángulo de alejamiento (aceleración instantánea, mm), dada la simetría del diagrama que se analiza basta con plotear los valores de las aceleraciones instantáneas para la mitad del alejamiento, obteniendo el resto del diagrama con el comando simetría (mirror) de AutoCAD. Luego utilizando el método de integración gráfica, del gráfico de aceleración se obtiene el de velocidad y de éste, el de desplazamiento como se ilustra en las siguientes figuras.





Del diagrama de desplazamiento se toman las longitudes de los desplazamientos para cada intervalo del ángulo de alejamiento, incluyendo el desplazamiento máximo, con estas dimensiones se regresa a la hoja de cálculo de Excel, para determinar los desplazamientos reales del seguidor, a partir de los datos antes mencionados, se determina el factor de escala, K_s :

$$K_s = \frac{S}{\bar{S}}$$

donde:

S = Valor del desplazamiento máximo real.

\bar{S} = Valor del desplazamiento máximo en el diagrama de desplazamientos del seguidor, mm.

Microsoft Excel - cam design.xls

Entre valor del desplazamiento máximo, mm (del diagrama) 31,6125

Cálculo de los desplazamientos reales del seguidor

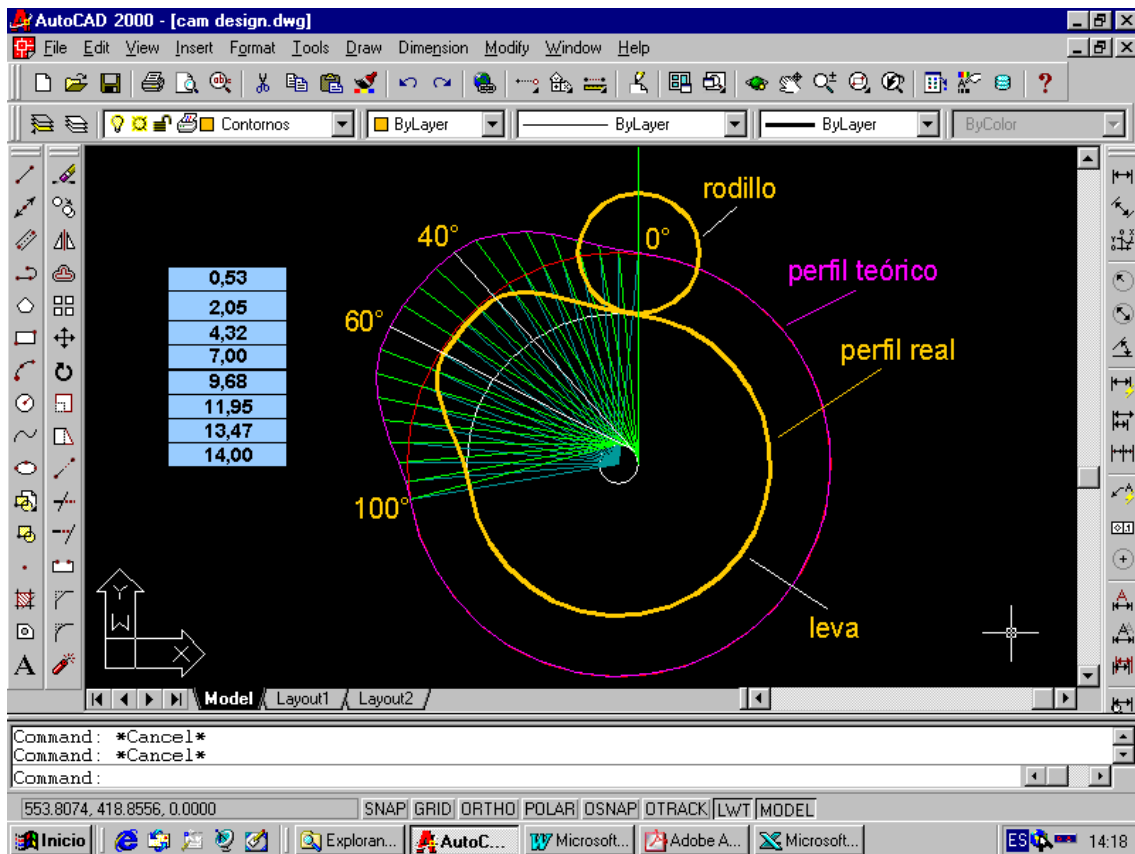
Ks m/mm	radio del rodillo, r mm	desplaz. en el plano mm	desplaz. real m	desplaz. real mm
0,0004		1,2031	0,0005	0,53
		4,6297	0,0021	2,05
		9,7578	0,0043	4,32
		15,8062	0,0070	7,00
0,0152	15,2	21,8547	0,0097	9,68
		26,9828	0,0119	11,95
		30,4094	0,0135	13,47
		31,6125	0,0140	14,00

Taskbar: Inicio, AutoCAD 20..., Microsoft W..., Adobe Acrob..., Microsoft ...

Calculados los desplazamientos reales del seguidor, se obtiene el perfil de la leva en AutoCAD, a partir de los desplazamientos reales del seguidor.

Para construir el perfil de la leva, del centro de rotación se trazan las circunferencias de radio $(r_o + r)$ y (e) , (a una escala apropiada), se traza verticalmente una línea tangente a la circunferencia de radio (e) . La posición del centro del rodillo correspondiente al principio de la elevación del seguidor, se determina por la intersección de esta línea con la circunferencia de radio $(r_o + r)$, se unen el centro de las circunferencias con la intersección antes mencionada.

A partir de esta recta se construyen los ángulos básicos ϕ_{al} , ϕ_s y ϕ_{ac} , dividiéndolos en las partes correspondientes y marcándolos sobre la circunferencia. Por los puntos hallados se trazan tangentes a la circunferencia de radio (e) . Estas líneas se extienden en el valor de las ordenadas correspondientes al desplazamiento del seguidor para cada intervalo. Uniendo los extremos de las líneas así extendidas se obtiene el perfil teórico de la leva. Este perfil debe convertirse en una poli-línea y con el comando offset repetir este perfil a una distancia igual al radio del rodillo hacia dentro del perfil teórico. Para este ejemplo el radio del rodillo, r , se tomó igual a $0,4r_o$.



Los diagramas de velocidad y aceleración como se dijo pueden trazarse a partir de los cálculos de dichos parámetros con las ecuaciones presentadas durante el análisis de las leyes de movimiento del seguidor, utilizando las escalas necesarias para ello, como se hizo en el ejemplo con la aceleración.

Bibliografía.

- Baranov, G.G. Curso de la Teoría de Mecanismos y Máquinas. Editorial MIR. Moscú.1979. 574 Pág.
- Golubev, Yuri. Teoría de máquinas y mecanismos. Editorial Pueblo y Educación. [La Habana]. 1978. 268 Pág.
- Myszka, David H. Machines and mechanisms:Applied kinematic Analysis. Prentice Hall, Inc, 1999. ISBN: 0-13-597915-3.
- Zhang Yi, Finger Susan, Behrens Stephannie. Introduction to Mechanisms. Carnegie Mellon University.2001. Disponible en la World Wide Web en <http://www-2.cs.cmu.edu/People/rapidproto/mechanisms/chpt6.html>