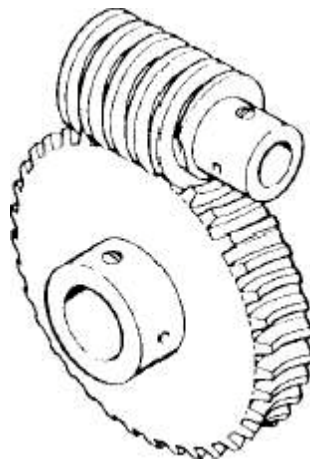


UNIVERSIDAD DE MATANZAS
“CAMILO CIENFUEGOS”

INGENIERÍA MECÁNICA
DISEÑO DE ELEMENTOS DE MÁQUINAS



TRANSMISIONES POR ENGRANAJES.
METODOLOGÍA DE CÁLCULO.

Autor: Eleno Alfonso Brindis,
Doctor en Ciencias Técnicas,
Profesor Titular.

MATANZAS, 2004

TRANSMISIONES POR ENGRANAJES. METODOLOGÍA DE CÁLCULO.**Dr. Eleno Alfonso Brindis.****Departamento de Ingeniería Mecánica****Facultad de Ingenierías Química y Mecánica****Universidad de Matanzas “Camilo Cienfuegos”.****Autopista A Varadero, km 3 ½, Matanzas, Cuba. CP 44740.**

Todos los derechos reservados, ninguna parte de esta obra podrá ser reproducida o usada en ningún formato ni por ningún medio (gráfico electrónico o mecánico), sin el consentimiento expreso de los titulares.

ÍNDICE.

COTENIDO	PÁGINAS
Prólogo.	4
Introducción.	5
Cálculo de transmisiones por engranajes cilíndricos de dientes	6

rectos y oblicuos.	
Cálculo de transmisiones por engranajes cónicos.	17
Cálculo de transmisiones sinfín.	22
Características básicas de los reductores de velocidad.	30
Variantes.	38
Referencias bibliográficas.	40

Prólogo.

En el presente material se ofrece, de la forma más compacta y clara posible, una metodología de cálculo para las transmisiones por engranajes de mayor aplicación en la práctica industrial: cilíndricas de dientes rectos y oblicuos; cónicas de dientes rectos y espirales y sinfín. Así, los estudiantes de Ingeniería

Mecánica, disponen de una guía para la acción en el cálculo de la transmisión durante el diseño del reductor de velocidad (las características de los reductores de velocidad también se ofrecen), que forma parte del Proyecto de Curso Integrador de la Asignatura Elementos de Máquinas I del Currículo de la Especialidad.

La Metodología de Cálculo y Diseño presentada se encuentra en el Sistema Modular Métrico, basado en el Sistema Internacional de Unidades (**SIU**) y consta de todas las expresiones y tablas necesarias para su aplicación exitosa durante el cumplimiento de la tarea asignada a cada estudiante.

Independientemente de su gran utilidad, con el contenido expuesto no se pretende suplantar el papel protagónico que desempeñan los libros de texto y consulta al alcance de los estudiantes, cuyo contenido teórico debe ser estudiado y asimilado como premisa fundamental para una utilización eficiente de la presente.

Esta Metodología puede serle útil también a los estudiantes de Ingeniería Mecatrónica y de otros perfiles afines, así como a los Ingenieros y Técnicos de la producción.

El Autor.

Introducción.

Los **engranajes**, acoplados en pares se emplean para la transmisión de movimiento y potencia. A la rueda menor del par dentado acoplado se le denomina **piñón**, mientras que a la mayor, simplemente **rueda**; los parámetros del piñón se indican con el subíndice **1** y los de la rueda con el **2**. Las transmisiones dentadas constituyen en sí las transmisiones mecánicas más difundidas en la práctica, debido a que pueden, con alta fiabilidad, transmitir potencias en un rango que va desde fracciones hasta decenas de miles de kW a velocidades de hasta 150 m / s.

Ventajas:

1. Alta fiabilidad de su trabajo en un amplio diapasón de cargas y velocidades.
2. Relativamente pequeñas dimensiones.
3. Elevada longevidad.
4. Alto rendimiento (η).
5. Ejercen comparativamente bajas cargas sobre los árboles y cojinetes.
6. Constancia del número de transmisión.
7. De fácil mantenimiento.

Desventajas:

1. Relativamente elevados requerimientos hacia la precisión de su fabricación y ensamble.
2. Ruidosas a elevadas velocidades.

En dependencia de la posición mutua entre los ejes geométricos de los árboles, las transmisiones dentadas se clasifican en:

- Cilíndricas: entre ejes paralelos.
- Cónicas: entre ejes que se intersecan a un ángulo Σ (generalmente $\Sigma = 90^\circ$).
- Helicoidales: entre ejes que se cruzan. Las transmisiones helicoidales se caracterizan por un elevado deslizamiento en el engrane y baja capacidad de carga, por ello su aplicación está limitada. A este grupo también pertenecen las transmisiones sinfín, de gran aplicación práctica.

Cálculo de transmisiones por engranajes cilíndricos de dientes rectos y oblicuos.

1. Selección del material del piñón y de la rueda.

La selección del material para las ruedas dentadas depende de la designación de la transmisión y de las condiciones de su trabajo. Los **materiales más empleados** para su fabricación son el **acero**, el **hierro fundido** y las más diversas variedades de **plásticos** (generalmente polímeros reforzados).

Aceros.

Los **materiales fundamentales** para la fabricación de ruedas dentadas son los **aceros tratados térmicamente**. En **dependencia** de su **dureza**, las ruedas dentadas se dividen en **dos grupos**:

- **Primer grupo**: ruedas con dureza \leq **HB 350**, las cuales son empleadas en las transmisiones baja y medianamente cargadas. Como materiales para las ruedas de este grupo se emplean los **aceros al carbono** de los tipos **AISI 1040, 1045, 1050, 1550** y los **aceros aleados AISI 5140, 5145, 3140** y otros. Su **tratamiento térmico**: la **bonificación (temple con revenido alto)**, que se realiza antes del tallado de los dientes. Las ruedas de este grupo se asentan bien y no están sometidas a la rotura frágil. En aras de **garantizar el desgaste uniforme de los dientes y su mejor asentamiento**, la **dureza del piñón** de la transmisión debe ser en **(25... 50) HB mayor que la dureza de la rueda**.
- **Segundo grupo**: ruedas con dureza $>$ **HB 350**. La **elevada dureza** de las **superficies de trabajo de los dientes** se alcanza fundamentalmente **mediante el temple volumétrico con revenido bajo**, el **temple superficial**, la **cementación**, la **nitruración** y la **cianuración**. Estos tipos de tratamientos térmicos y químico-térmicos permiten en varias veces elevar la capacidad de carga portante de la transmisión, en comparación con la bonificación. Las **ruedas de este grupo no se asentan**, por lo que **no se requiere** garantizar diferencia alguna entre las **durezas del piñón** y de la **rueda**.

El **temple superficial con calentamiento mediante corrientes de alta frecuencia (CAF)** es **racional** para **piñones** con módulo $m \geq 2$ mm, **que engranan con ruedas bonificadas**. Cuando los **módulos** son **pequeños**, los **dientes son muy diminutos** y se **endurecen de lado a lado**, por lo que se vuelven **frágiles** y se **alabean**. Para el **temple con CAF** se emplean aceros **AISI 1045, 5140, 3140, 4140**.

La **cementación** se emplea para **ruedas**, cuyas dimensiones deben ser mínimas (como por ejemplo: en la **aviación** y el **transporte**). Para la cementación se emplean aceros **AISI 1020, 5120, 3320** y otros. **Después de la cementación, si las piezas no son de gran responsabilidad** son sometidas a un **temple y revenido bajo** y en el caso de que sean de **elevada responsabilidad**, entonces se someten a **dos temples** o a un **normalizado y temple posterior** y **en ambos casos la última operación** del tratamiento térmico debe ser el **revenido bajo**.

La **nitruración garantiza una dureza muy elevada** en las **capas superficiales de los dientes**; **se emplea** generalmente en las **transmisiones** que **no sufren desgaste abrasivo** durante el cumplimiento de su asignación de servicio. La **nitruración** se caracteriza por garantizar poco alabeo, por lo que **posibilita** obtener **dientes** de hasta la **séptima clase de precisión sin operaciones complementarias de acabado**. Con el objetivo de elevar la resistencia en los núcleos de los dientes, las **piezas a nitrurar preliminarmente** son sometidas a la

bonificación. Para la **nitruración** se usan básicamente **aceros modificados** (**aceros aleados con Cr**, en todos los casos, en combinación con **Ni y Mo**, o con **Mo y Al** o simplemente con **Al, Mo o V**), tales como **AISI 8640, 8740, 9340, 4140, 6140**. La **nitruración** es la **operación final** en el proceso de **fabricación** de las **ruedas dentadas**.

Las **ruedas dentadas** con dureza > **HB 350** se tallan antes del tratamiento térmico.

Las **ruedas dentadas** con un **diámetro superior a los 500 mm** se fabrican **por fundición** y **después** son **sometidas** al normalizado.

Hierro fundido.

El **hierro fundido** se emplea en la fabricación de **ruedas dentadas** para transmisiones lentas (de salida) y abiertas; en esos casos se recomienda las marcaciones **ASTM 20; 25; 30;... 60**.

Plásticos.

Básicamente son **utilizados** en las **transmisiones rápidas (de entrada)** con **baja carga**, para **piñones que engranan con ruedas metálicas**. Se distinguen por **trabajar sin ruidos** y de **manera uniforme**. Los materiales plásticos más aplicados en la fabricación de engranajes son la **textolita**, la **baquelita**, el **caprolono**, los **poliformaldehídos** y otros.

2. Determinación de las tensiones admisibles a contacto $[\sigma]_H$ y flexión $[\sigma]_F$.

Experimentalmente se ha establecido que la resistencia al contacto de las superficies de trabajo de los dientes se determina fundamentalmente por la dureza de dichas superficies.

$$[\sigma]_H = K_{HL}[\sigma]_{HO} \quad (1)$$

Donde $[\sigma]_{HO}$ es la tensión admisible de contacto, correspondiente al límite de fatiga por contacto cuando el número de ciclo de las tensiones variables es N_{HO} . Los valores experimentales de $[\sigma]_{HO}$, correspondientes al número de ciclos N_{HO} , se dan en la **tabla N° 1**.

Tabla N° 1.

Tratamiento térmico	Tipo de acero	$[\sigma]_{HO}$, en MPa	$[\sigma]_{FO}$, en MPa
Bonificación	Al carbono o aleado	$1,8HB_{media} + 67$	$1,03HB_{media}$
Temple con CAF por el contorno del	Aleado	$14 HRC_{media} + 170$	370

diente ($m \geq 3$ mm)			
Temple con CAF pasante ($m < 3$ mm)	Aleado	14 HRC _{media} + 170	310
Cementación y temple	Aleado	19 HRC _{media}	480

Observación: CAF: corriente de alta frecuencia.

K_{HL} es el coeficiente de longevidad, que tiene en cuenta la influencia del tiempo de servicio y del régimen de carga de la transmisión:

$$K_{HL} = \sqrt[6]{N_{HO}/N_{\Sigma}} \geq 1 \leq K_{HLm\acute{a}x}. \quad (2)$$

Para las ruedas normalizadas o bonificadas $K_{HLm\acute{a}x} = 2,6$; para las ruedas con temple superficial, cementación, nitruración $K_{HLm\acute{a}x} = 1,8$.

El número de ciclos de las tensiones N_{HO} , correspondiente al límite de fatiga se determina por la dureza de las superficies de trabajo de los dientes (**tabla N° 2**):

Tabla N° 2

Dureza media de las superficies de los dientes	HB _m	≤200	250	300	350	400	450	500	550	600
	HRC _m	-	25	32	38	43	47	52	56	60
	HV _m	200	260	310	370	425	490	575	650	760
N_{HO}, 10⁶ ciclos		10	16,5	25	36,4	50	68	87	114	143

N_{Σ} : número de ciclos de las tensiones de los dientes durante todo el período de servicio. En presencia de un régimen de carga constante (con una desviación de hasta un 20 %). Resulta conveniente aclarar que el régimen de carga constante constituye el más dificultoso para las transmisiones dentadas y por eso se asume para los cálculos de regímenes indeterminados, por ejemplo, en los reductores de velocidad de asignación general.

$$N_{\Sigma} = 573\omega L_h \quad (3)$$

Siendo ω la velocidad angular, en **rad / s**; L_h es la longevidad (tiempo de servicio o recurso) de la transmisión, en **horas**.

En la mayoría de los casos $N_{\Sigma} > N_{HO}$, por lo tanto, para las transmisiones que tienen un largo período de trabajo $K_{HL} = 1$, Lo que tiene en cuenta el primer signo de la desigualdad en la fórmula (2), el segundo signo de la desigualdad limita a $[\sigma]_H$, bajo la condición de la ausencia de deformaciones plásticas sobre las superficies de los dientes o de rotura frágil.

Las transmisiones dentadas cilíndricas y cónicas con dientes rectos o no, se calculan a partir del menor valor de $[\sigma]_H$, de los obtenidos para el piñón

($[\sigma]_{H1}$) y la rueda ($[\sigma]_{H2}$). Como excepción la constituyen las transmisiones dentadas de dientes no rectos, cuando la diferencia de la dureza media de las superficies de trabajo de los dientes del piñón y de la rueda $HB_{1m} - HB_{2m} \geq 70$ y $HB_{2m} \leq 350$. En ese caso la transmisión se calcula por la tensión de contacto admisible media:

$$[\sigma]_H = 0,45 ([\sigma]_{H1} + [\sigma]_{H2}) \quad (4)$$

En este caso $[\sigma]_H$ no debe ser mayor que $1,23[\sigma]_{H2}$ para las ruedas cilíndricas de dientes oblicuos y de chevrón y que $1,15[\sigma]_{H2}$ para las ruedas cónicas de dientes rectos.

Las tensiones admisibles a la flexión $[\sigma]_F$, se determinan por la expresión:

$$[\sigma]_F = K_{FL} [\sigma]_{FO} \quad (5)$$

Donde $[\sigma]_{FO}$ es la tensión admisible a la flexión, correspondiente al límite de fatiga por flexión cuando el número de ciclo de las tensiones variables es $N_{FO} = 4 \cdot 10^6$ para todos los aceros. Los valores experimentales de $[\sigma]_{FO}$, se dan en la tabla N° 1.

K_{FL} es el coeficiente de longevidad. Cuando $HB \leq 350$:

$$K_{FL} = \sqrt[6]{N_{FO}/N_{\Sigma}} \geq 1, \text{ pero } \leq 2,08 \quad (6)$$

Cuando $HB > 350$:

$$K_{FL} = \sqrt[9]{N_{FO}/N_{\Sigma}} \geq 1, \text{ pero } \leq 1,63 \quad (7)$$

N_{Σ} se determina por la fórmula (3). Para las transmisiones que trabajan durante un tiempo prolongado $K_{FL} = 1$. Para las transmisiones reversibles $[\sigma]_F$ se reduce en un 25 %.

3. Determinación de los coeficientes:

a) **Coeficiente del ancho de la corona de la rueda ($\Psi_a = b_2/a_{\omega}$).** Durante el cálculo de transmisiones cilíndricas Ψ_a se asume por las siguientes recomendaciones:

Ubicación del piñón con respecto a los apoyos	Ψ_a
➤ Simétrica.....	0,4 a 0,5
➤ Asimétrica.....	0,25 a 0,4
➤ De consola.....	0,2 a 0,25

Observaciones: 1) Los mayores valores de Ψ_a son para las transmisiones con una dureza de los dientes de las ruedas con $HB_2 \leq 350$.

2) En los reductores Standard, generalmente Ψ_a : **0,1; 0,125; 0,16; 0,2; 0,25; 0,315; 0,4; 0,5; 0,63; 0,8; 1,0; 1,25.**

El ancho de la corona del piñón (b_1) se fabrica algo mayor que el calculado, teniendo en cuenta los posibles desplazamientos axiales de las ruedas dentadas, debidos a las inexactitudes del ensamble. Esta condición es importante durante el asentamiento de los dientes, cuando el piñón que es el más duro recubre en todo su ancho a la rueda que es más blanda.

b) **Coefficiente de irregularidad de la carga a lo largo del diente K_{HB} .**

Como consecuencia de las deformaciones elásticas de los árboles de las carcasas y de las propias ruedas dentadas, así como del desgaste de los cojinetes y de las imprecisiones en la fabricación y ensamble; las ruedas dentadas engranadas resbalan una con respecto a la otra, provocando con ello una distribución irregular de la carga a lo largo del diente. La influencia de este fenómeno crece con el aumento de del ancho de la corona b_2 , por eso su valor se restringe.

En las transmisiones que se están asentando, en las cuales la dureza del material, de aunque sea de una de las ruedas, es $\leq HB 350$ y la velocidad tangencial (circular o circunferencial, como también se le conoce) $v \leq 15 \text{ m / s}$, la irregularidad de la carga a lo largo del diente paulatinamente disminuye y puede ser totalmente erradicada bajo carga constante, como consecuencia del incremento del desgaste local. En presencia de $v > 15 \text{ m / s}$, el asentamiento de los dientes bruscamente empeora, debido a que entre los dientes se forma una capa esta de aceite, que los protege del desgaste.

La influencia de la distribución irregular de la carga a lo largo del diente en los cálculos de resistencia a contacto de los dientes, se tiene en cuenta el coeficiente, cuyo valor numérico se selecciona en la **tabla N° 3** en dependencia del coeficiente:

$$\Psi_d = b_2/d_1 = 0,5\Psi_a(u + 1) \quad (8)$$

Tabla N° 3

Ubicación del piñón con respecto a los apoyos	Dureza HB_2 de los dientes de la rueda	$\Psi_d = b_2/d_1$					
		0,2	0,4	0,6	0,8	1,2	1,6
De consola, apoyos: rodamientos de bolas	≤ 350	1,08	1,17	1,28	-	-	-
	> 350	1,22	1,44	-	-	-	-
De consola, apoyos: rodamientos de rodillos	≤ 350	1,06	1,12	1,19	1,27	-	-
	> 350	1,11	1,25	1,45	-	-	-
Simétrica	≤ 350	1,01	1,02	1,03	1,04	1,07	1,11
	> 350	1,01	1,02	1,04	1,07	1,16	1,26

Asimétrica	≤ 350	1,03	1,05	1,07	1,12	1,19	1,28
	> 350	1,06	1,12	1,20	1,29	1,48	-

- c) **Coefficiente de la carga dinámica K_{Hv} .** Como consecuencia de las posibles imprecisiones en la fabricación y ensamble en el engranaje aparecen cargas dinámicas complementarias, cuyos valores dependen de la velocidad tangencial, del error del paso, de la elasticidad de los dientes y de otros factores. La influencia de las cargas dinámicas durante los cálculos a contacto de los dientes, se tiene en cuenta mediante el coeficiente K_{Hv} . Para las transmisiones de **dientes rectos** cuando $v \leq 5$ m/s se recomienda: $K_{Hv} = 1,2$ (en el caso de que $HB \leq 350$); $K_{Hv} = 1,1$ cuando la dureza de la rueda es $HB > 350$. Para las transmisiones de **dientes oblicuos** cuando $v \leq 10$ m/s se recomienda: $K_{Hv} = 1,01... 1,06$ (para cualquier valor de la dureza HB de los dientes); si $v = 10... 20$ m/s se recomienda: $K_{Hv} = 1,2$ cuando la dureza de la rueda es $HB \leq 350$ y $K_{Hv} = 1,1$ cuando la dureza de la rueda es $HB > 350$.

En las **expresiones** que se utilizan en la **presente metodología** para el **cálculo de la distancia interaxial**, ya este **coeficiente** está **implícito** en la constante fuera del radical.

4. Determinación de la distancia interaxial a_{ω} de la transmisión (Cálculo de diseño de la transmisión).

- a) Para las transmisiones por engranajes cilíndricos de dientes rectos de acero:

$$a_{\omega} = 4\,950 (u + 1) \sqrt[3]{[T_2 / \psi_d u^2 [\sigma]_H^2] K_{H\beta}}, \text{ en m.} \quad (9)$$

- b) Para las transmisiones por engranajes cilíndricos de dientes oblicuos de acero:

$$a_{\omega} = 4\,300 (u + 1) \sqrt[3]{[T_2 / \psi_d u^2 [\sigma]_H^2] K_{H\beta}}, \text{ en m.} \quad (10)$$

En las fórmulas anteriores T_2 representa el **torque (momento torsor)**, expresado en **Nm**, mientras que las constantes fuera del radical (**4 950** y **4 300**) son **coeficientes** resultantes **para el acero** y se expresan en $\text{Pa}^{1/3}$, por lo que las **tensiones admisibles** a contacto ($[\sigma]_H$), expresadas en **MPa**, se hace necesario en dichas fórmulas **multiplicarlas** por 10^6 para **convertir los MPa en Pa** y así obtener el valor correcto a_{ω} de en m. Finalmente el valor de a_{ω} debe **llevarse a mm**.

En los reductores Standard, generalmente a_{ω} , en **mm**: **40; 50; 63; 80; 100; 125; 160; 200; 250; 315; 400; 500.**

Por lo que los valores obtenidos por las fórmulas (9) y (10) deben normalizarse por los más cercanos de la fila Standard.

5. Determinación preliminar de las dimensiones básicas de la rueda:

a) Diámetro primitivo, en mm:

$$d_2 = 2 a_{\omega} u / (u + 1) \quad (11)$$

b) Ancho de la corona, en mm:

$$b_2 = \Psi_a a_{\omega} \quad (12)$$

6. Determinación del módulo, en mm:

De la definición de **paso (p)** se deriva que la longitud de la circunferencia primitiva de una rueda dentada es $\pi d = pz$, siendo **z** el número de dientes; por tanto $d = pz / \pi$. Para mayor comodidad de los cálculos y de la medición de las ruedas dentadas, en calidad del parámetro fundamental de cálculo, se asume el número racional p / π denominado **módulo de los dientes** y se mide en **mm**, es decir:

$$m = p / \pi \quad (13)$$

Entonces:

$$d = m z \quad (14)$$

O:

$$m = d / z \quad (15)$$

El módulo de los dientes es la parte del diámetro de la circunferencia primitiva que le corresponde a un diente y constituye la característica fundamental de sus dimensiones. Cada par de ruedas engranadas debe tener el mismo módulo.

Para garantizar la Intercambiabilidad de las ruedas dentadas y la unificación de las herramientas talladoras, los valores de los módulos se normalizan acorde a standards internacionales.

Tabla N° 4. Valores normalizados de los módulos.

Filas	Módulo, mm														
	1,0	1,25	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	5,0	6,0	8,0	10,0	12,0	16,0	20,0	25,0
1	1,0	1,25	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	5,0	6,0	8,0	10,0	12,0	16,0	20,0	25,0
2	1,125	1,375	1,75	2,25	2,75	3,5	4,5	5,5	7,0	9,0	11,0	14,0	18,0	22,0	28,0

Observaciones:

- 1) Los valores dados son válidos tanto para ruedas dentadas cilíndricas y cónicas.
- 2) Al designar los módulos, la primera fila tiene la preferencia.

Para garantizar aproximadamente la misma resistencia ante las tensiones de contacto y de flexión, el módulo se determina a partir de las condiciones de flexión por los valores de d_2 y b_2 , obtenidos de las condiciones de los cálculos de contacto:

$$m \geq 2K_m T_2 / (d_2 b_2 [\sigma]_F) \quad (16)$$

K_m es un coeficiente auxiliar que vale **6,8** para las transmisiones de **dientes rectos** y **5,8** para las de **dientes oblicuos**.

El valor obtenido por esta fórmula se normaliza por la **tabla 4**, siempre hacia arriba.

7. Cálculo del número sumario de dientes de la transmisión (Z_Σ):

a) En los engranajes de dientes rectos:

$$Z_\Sigma = 2 a_\omega / m \quad (17)$$

Entonces: $Z_1 = Z_\Sigma / (u + 1)$ y $Z_2 = Z_\Sigma - Z_1$.

b) En los engranajes de dientes oblicuos:

➤ Cálculo preliminar del ángulo de inclinación de los dientes ($\beta_{\text{mín.}}$):

$$\text{sen} \beta_{\text{mín.}} = 4m / b_2 \quad (18)$$

➤ Cálculo del número sumario de dientes de la transmisión (Z_Σ):

$$Z_\Sigma = 2 a_\omega \text{cos} \beta_{\text{mín.}} / m \quad (19)$$

➤ Determinación del ángulo de inclinación real de los dientes (β):

$$\text{cos} \beta = m Z_\Sigma / 2 a_\omega \quad (20)$$

Entonces: $Z_1 = Z_\Sigma / (u + 1)$ y $Z_2 = Z_\Sigma - Z_1$.

8. Determinación del número de transmisión real (u):

$$u = Z_2 / Z_1 \quad (21)$$

9. Cálculo de las dimensiones básicas reales del piñón y de la rueda:

a) Diámetros primitivos, en mm:

$$\text{➤ } d_1 = m Z_1 / \text{cos} \beta \quad (22)$$

$$\text{➤ } d_2 = m Z_2 / \text{cos} \beta \quad (23)$$

b) La distancia interaxial, en mm:

$$a_\omega = (d_1 + d_2) / 2 \quad (24)$$

c) Los diámetros exteriores, en mm:

$$\text{➤ } d_{a1} = d_1 + 2m \quad (25)$$

$$\text{➤ } d_{a2} = d_2 + 2m \quad (26)$$

d) Los diámetros interiores, en mm:

$$\text{➤ } d_{f1} = d_1 - 2,5m \quad (27)$$

$$\triangleright d_{f2} = d_2 - 2,5m \quad (28)$$

e) Ancho de la corona, en mm:

$$\triangleright b_2 = \Psi_a a_{\omega} \quad (29)$$

$$\triangleright b_1 = b_2 + (4 \dots 6 \text{ mm}) \quad (30)$$

10. Determinación de la velocidad tangencial de la rueda, en m/s:

$$v = \omega_2 d_2 / 2 \quad (31)$$

11. Selección del grado de precisión de los engranajes.

El grado de precisión (exactitud) de los engranajes se asume en dependencia de la velocidad tangencial de la rueda (tabla N° 5).

Tabla N° 5

Grado de precisión	v, m/s			
	De dientes rectos		De dientes no rectos	
	Cilíndricos	Cónicos	Cilíndricos	Cónicos
6	Hasta 15	Hasta 12	Hasta 30	Hasta 20
7	Hasta 10	Hasta 8	Hasta 15	Hasta 10
8	Hasta 6	Hasta 4	Hasta 10	Hasta 7
9	Hasta 2	Hasta 1,5	Hasta 4	Hasta 3

12. Cálculo de las fuerzas, en N:

a) Fuerza tangencial: $F_t = 2T_2 / d_2 \quad (32)$

b) Fuerza radial: $F_r = F_t \tan\alpha / \cos\beta \quad (33)$

c) Fuerza axial: $F_a = F_r \tan\beta \quad (34)$

α : Ángulo de perfil del engranaje (ángulo de presión). En los engranajes normales en el Sistema Internacional de Unidades (SI) $\alpha = 20^\circ$.

13. Comprobación de los dientes de la transmisión a contacto:

a) Engranajes de dientes rectos:

$$\sigma_H = 436 \cdot 10^3 \sqrt{\left[\frac{F_t(u+1)}{2d_2} \right] K_{H\beta} K_{Hv}} \leq [\sigma]_H \quad (35)$$

En esta expresión: F_t , en N; d_2 y b_2 , en m; σ_H , en Pa (Por eso el resultado debe llevarse a MPa para poderlo comparar con la tensión admisible). Los valores de $K_{H\beta}$ y K_{Hv} se hallan según el punto 3 de la presente guía.

b) Engranajes de dientes oblicuos:

16	-	-	-	4,28	4,02	3,78	3,54
20	-	-	4,40	4,07	3,83	3,64	3,50
25	-	4,30	4,13	3,90	3,72	3,62	3,47
40	4,02	3,88	3,81	3,70	3,61	3,57	3,48
60	3,78	3,71	3,68	3,62	3,57	3,54	3,50
80	3,70	3,66	3,63	3,60	3,55	3,55	3,51
100	3,66	3,62	3,61	3,60	3,56	3,56	3,55
180	3,62	3,62	3,62	3,62	3,59	3,58	3,56
∞	3,63	3,63	3,63	3,63	3,63	3,63	3,63

Tabla N^o 7

Ubicación del piñón con respecto a los apoyos	Dureza HB ₂ de los dientes de la rueda	$\Psi_d = b_2/d_1$					
		0,2	0,4	0,6	0,8	1,2	1,6
De consola, apoyos: rodamientos de bolas	≤ 350	1,16	1,37	1,64	-	-	-
	> 350	1,33	1,70	-	-	-	-
De consola, apoyos: rodamientos de rodillos	≤ 350	1,10	1,22	1,38	1,57	-	-
	> 350	1,20	1,44	1,71	-	-	-
Simétrica	≤ 350	1,01	1,03	1,05	1,07	1,14	1,26
	> 350	1,02	1,04	1,08	1,14	1,30	-
Asimétrica	≤ 350	1,05	1,10	1,17	1,25	1,42	1,61
	> 350	1,09	1,18	1,30	1,43	1,73	-

Cálculo de transmisiones por engranajes cónicos.

Generalidades.

Los engranajes cónicos pueden ser de dientes rectos, espirales (helicoidales), Zerol, hipoidales, espiroidales y muy raras veces de chevrón.

Las **transmisiones de dientes rectos** se recomiendan aplicar cuando la velocidad tangencial es $v \leq 3 \text{ m/s}$. Los otros tipos de transmisiones (con dientes no rectos) en comparación con las primeras tienen mayor capacidad portante, trabajan suavemente y con menor ruido. El ángulo de inclinación de los dientes β en el medio del ancho de la corona se selecciona, teniendo en cuenta la suavidad de la transmisión y se recomienda asumir $\beta = 35^\circ$.

1. Selección del material del piñón y de la rueda.

Se realiza según las recomendaciones dadas en clases, utilizando los textos básicos, de consulta, así como los catálogos de las firmas fabricantes (al igual que para los engranajes cilíndricos).

2. Determinación de las tensiones admisibles a contacto $[\sigma]_H$ y flexión $[\sigma]_F$.

Se emplean las mismas expresiones que para el cálculo de las transmisiones cilíndricas.

3. Determinación de los coeficientes:

a) Coeficiente del ancho de la corona dentada Ψ_d , en mm.

$$\Psi_d = 0,166 \sqrt{u^2 + 1} \quad (41)$$

b) Coeficiente de irregularidad de la carga a lo largo del diente, $K_{H\beta}$. (Igual que en los engranajes cilíndricos, teniendo en cuenta que:

$$\Psi_d = b / d_1 = 0,166 \sqrt{u^2 + 1}). \quad (42)$$

c) Coeficiente del tipo de rueda cónica (ϑ_H , para contacto y ϑ_F , para flexión).

Para las ruedas de dientes rectos $\vartheta_H = \vartheta_F = 0,85$; para las ruedas de dientes no rectos $\vartheta_H = 1,5$ y $\vartheta_F = 1,0$.

4. Cálculo del diámetro primitivo exterior de la rueda, d_{e2} .

$$d_{e2} \geq 16,5 \cdot 10^3 \sqrt[3]{T_2 u / \vartheta_H [\sigma]_H^2} K_{H\beta}, \text{ en m} \quad (43)$$

Esta es la **fórmula** para el **cálculo de diseño** de las transmisiones por engranajes cónicos de **acero** y en la misma: el torque sobre la rueda (T_2) se expresa en **Nm**, la tensión admisible de contacto ($[\sigma]_H$) se lleva a **Pa**, por lo que debe afectarse por 10^6 y por último su **resultado** debe **multiplicarse** por 10^3 para expresar el diámetro en **mm** y se redondea al número entero más próximo.

En el caso de las transmisiones de dientes espirales, una vez hallado el valor de d_{e2} , se asume el valor del ángulo de inclinación en el medio de la corona β (generalmente se asume $\beta = 35^\circ$).

5. Cálculo del ancho de la corona dentada, **b**:

$$b = \Psi_d d_1 = 0,857 \Psi_d d_{e2} / u, \text{ en mm} \quad (44)$$

El valor de **b**, también se redondea hasta el próximo entero.

6. Determinación del módulo circular exterior (m_e para los dientes rectos y m_{te} para los dientes espirales), en mm:

$$m_e (m_{te}) \geq 14T_2 K_{F\beta} / (\vartheta_F d_{e2} b [\sigma]_F) \quad (45)$$

Observaciones:

- 1) T_2 debe expresarse en Nmm.
- 2) En el lugar $[\sigma]_F$ de se pone el menor valor entre $[\sigma]_{F1}$ y $[\sigma]_{F2}$.
- 3) No es necesario normalizar el valor obtenido por la fórmula.

7. Cálculo del número de dientes de la transmisión:

$$Z_2 = d_{e2}/m_e \quad (46)$$

$$Z_1 = Z_2 / u \quad (47)$$

8. Determinación del número de transmisión real (u):

$$u = Z_2 / Z_1 \quad (48)$$

9. Corrección de las transmisiones por engranajes cónicos:

Las transmisiones por engranajes cónicos se fabrican corregidas. Los valores de los coeficientes de desplazamiento de la herramienta cortante: (x_{e1} -para el piñón de dientes rectos y x_{n1} -para el piñón de dientes espirales), se ofrecen en la **tabla N° 8**.

Tabla N° 8

Z_1	X_{e1} , cuando u es:						X_{n1} , cuando u es:					
	1,0	1,25	1,6	2,0	2,5	3,15	1,0	1,25	1,6	2,0	2,5	3,15
12	-	-	-	-	0,50	0,53	-	-	-	0,32	0,37	0,39
14	-	-	0,34	0,42	0,47	0,50	-	-	0,23	0,29	0,33	0,35
16	-	0,17	0,30	0,38	0,43	0,46	-	0,11	0,21	0,26	0,30	0,32
18	0,00	0,15	0,28	0,36	0,40	0,43	0,00	0,10	0,19	0,24	0,27	0,30
20	0,00	0,14	0,26	0,34	0,37	0,40	0,00	0,09	0,17	0,22	0,26	0,28
25	0,00	0,13	0,23	0,29	0,33	0,36	0,00	0,08	0,15	0,19	0,21	0,24
30	0,00	0,11	0,19	0,25	0,28	0,31	0,00	0,07	0,11	0,16	0,18	0,21

Correspondientemente: $X_{e2} = -X_{e1}$ y $X_{n2} = -X_{n1}$

10. Cálculo de las dimensiones geométricas básicas del piñón y de la rueda (ver tabla N° 9):

Tabla N° 9

Relaciones geométricas	Transmisiones de dientes rectos	Transmisiones de dientes espirales, $\beta = 35^\circ$
Diámetro primitivo exterior	$d_{e1} = m_e Z_1$ $d_{e2} = m_e Z_2$	$d_{e1} = m_{te} Z_1$ $d_{e2} = m_{te} Z_2$
Distancia cónica exterior	$R_e = 0,5 m_e \sqrt{Z_1^2 + Z_2^2} =$	$R_e = 0,5 m_{te} \sqrt{Z_1^2 + Z_2^2} =$

	$= 0,5 d_{e2} \sqrt{u_1^2 + 1} / U$	$= 0,5 d_{e2} \sqrt{u_1^2 + 1} / U$
Ancho de la corona dentada	$b = \Psi_R R_e \leq 0,285 R_e$	$b = \Psi_R R_e \leq 0,285 R_e$
Ángulo del cono primitivo	$\tan \delta_1 = Z_1 / Z_2 = 1 / u$ $\delta_2 = 90^\circ - \delta_1$	$\tan \delta_1 = Z_1 / Z_2 = 1 / u$ $\delta_2 = 90^\circ - \delta_1$
Módulo medio	$m = m_e - (b \operatorname{sen} \delta_1) / Z_1 \approx$ $\approx 0,857 m_e$	$M = (m_{te} - (b \operatorname{sen} \delta_1) / Z_1) \cos \beta \approx$ $\approx 0,702 m_{te}$
Diámetro primitivo medio	$d_1 = m Z_1 \approx 0,857 d_{e1}$ $d_2 = m Z_2 \approx 0,857 d_{e2}$	$d_1 = m Z_1 / \cos \beta \approx 0,857 d_{e1}$ $d_2 = m Z_2 / \cos \beta \approx 0,857 d_{e2}$
Altura de la cabeza del diente: . Exterior, h_{ae} . En la sección media, h_a	$h_{ae1} = (1 + x_{e1}) m_e$ $h_{ae2} = (1 - x_{e1}) m_e$	$h_{a1} = (1 + x_{n1}) m$ $h_{a2} = (1 - x_{n1}) m$
Altura del pie del diente: . Exterior, h_{fe} . En la sección media, h_f	$h_{fe1} = (1,2 - x_{e1}) m_e$ $h_{fe2} = (1,2 + x_{e1}) m_e$	$h_{f1} = (1,25 - x_{n1}) m$ $h_{f2} = (1,25 + x_{n1}) m$
Distancia cónica media	$R = R_e - 0,5b$	$R = R_e - 0,5b$
Ángulo del pie del diente	$\tan \theta_{f1} = h_{fe1} / R_e$ $\tan \theta_{f2} = h_{fe2} / R_e$	$\tan \theta_{f1} = h_{f1} / R_e$ $\tan \theta_{f2} = h_{f2} / R_e$
Ángulo de la cabeza del diente	$\theta_{a1} = \theta_{f2}$ $\theta_{a2} = \theta_{f1}$	$\theta_{a1} = \theta_{f2}$ $\theta_{a2} = \theta_{f1}$
Ángulo del cono de los vértices	$\delta_{a1} = \delta_1 + \theta_{a1}$ $\delta_{a2} = \delta_2 + \theta_{a2}$	$\delta_{a1} = \delta_1 + \theta_{a1}$ $\delta_{a2} = \delta_2 + \theta_{a2}$
Diámetro exterior del vértice de los dientes	$d_{ae1} = d_{e1} + 2(1 + x_{e1}) m_e \cos \delta_1$ $d_{ae2} = d_{e2} + 2(1 - x_{e1}) m_e \cos \delta_2$	$d_{ae1} = d_{e1} + 1,64(1 - x_{n1}) m_{te} \cos \delta_1$ $d_{ae2} = d_{e2} + 1,64(1 - x_{n1}) m_{te} \cos \delta_2$

11. Determinación de la velocidad tangencial media de la rueda, en m/s:

$$v = \omega_2 d_2 / 2 \quad (49)$$

12. Selección del grado de precisión de los engranajes.

El grado de precisión (exactitud) de los engranajes se asume en dependencia de la velocidad tangencial de la rueda (**tabla N^o 5**).

13. Cálculo de las fuerzas, en N:

a) Fuerza tangencial:

$$F_t = 2T_2 / d_2 = 2T_2 / 0,857 d_{e2} \quad (50)$$

b) Fuerza radial (cuando $\alpha_\omega = 20^\circ$ y $\beta = 35^\circ$):

➤ Para los engranajes de dientes rectos:

$$F_{r1} = F_t \tan \alpha_{\omega} \cos \delta_1 = 0,36 F_t \cos \delta_1 \quad (51)$$

➤ Para los engranajes de dientes espirales:

$$F_{r1} = F_t (0,44 \cos \delta_1 - 0,7 \sin \delta_1) \quad (52)$$

c) Fuerza axial (cuando $\alpha_{\omega} = 20^\circ$ y $\beta = 35^\circ$):

➤ Para los engranajes de dientes rectos:

$$F_{a1} = F_t \tan \alpha_{\omega} \sin \delta_1 = 0,36 F_t \sin \delta_1 \quad (53)$$

➤ Para los engranajes de dientes espirales:

$$F_{a1} = F_t (0,44 \sin \delta_1 + 0,7 \cos \delta_1) \quad (54)$$

Correspondientemente: $F_{r2} = F_{a1}$ y $F_{a2} = F_{r1}$.

14. Comprobación de los dientes de la transmisión a contacto:

➤ Para las transmisiones dentadas cónicas de acero:

$$\sigma_H = 470 \cdot 10^3 \sqrt{\left[F_t (\sqrt{u^2 + 1}) / \mathcal{G}_H d_{e2} b \right] K_{H\beta} K_{Hv}} \leq [\sigma]_H \quad (55)$$

En esta expresión: F_t , en **N**; d_2 y b_2 , en **m**; σ_H , en **Pa** (Por eso el resultado debe llevarse a **MPa** para poderlo comparar con la tensión admisible). Los valores de \mathcal{G}_H y $K_{H\beta}$ se hallan según el punto 3 del cálculo de engranajes cilíndricos.

K_{Hv} : coeficiente de la carga dinámica: para las transmisiones de **dientes rectos** cuando $v \leq 5$ m/s se recomienda: **$K_{Hv} = 1,15$** (en el caso de que **HB ≤ 350**); **$K_{Hv} = 1,1$** cuando la dureza de la rueda es **HB > 350** . Para las transmisiones de **dientes espirales** cuando $v \leq 10$ m/s se recomienda: **$K_{Hv} = 1,05$** (para cualquier valor de la dureza **HB** de los dientes); si $v = 10 \dots 20$ m/s se recomienda: **$K_{Hv} = 1,2$** cuando la dureza de la rueda es **HB ≤ 350** y **$K_{Hv} = 1,1$** cuando la dureza de la rueda es **HB > 350** .

15. Determinación del número de dientes equivalentes del piñón (Z_{v1}) y de la rueda (Z_{v2}):

El perfil del diente oblicuo en la sección normal se corresponde con el contorno inicial de la cremallera herramienta y por tanto coincide con el perfil de la rueda de dientes rectos. El cálculo de los engranajes de dientes oblicuos se realiza utilizando los parámetros de la rueda de dientes rectos equivalente:

$$a) Z_{v1} = Z_1 / \cos \delta_1 \cos^3 \beta \quad (56)$$

$$b) Z_{v2} = Z_2 / \cos \delta_2 \cos^3 \beta \quad (57)$$

16. Comprobación de los dientes de la transmisión a flexión:

$$\sigma_{F1} = Y_{F1} (F_t / \vartheta_F b m_e) K_{F\beta} K_{Fv} \leq [\sigma]_{F1} \quad (58)$$

$$\sigma_{F2} = \sigma_{F1} Y_{F2} / Y_{F1} \leq [\sigma]_{F2} \quad (59)$$

Donde Y_F es el coeficiente de forma del diente y se selecciona por la **tabla N° 6**.

K_{Fv} es el **coeficiente que tiene en cuenta la carga dinámica en el engrane**: para los **dientes rectos** (a $v \leq 5$ m/s) cuando **HB ≤ 350**, su valor es **1,4** y cuando **HB > 350**: **1,2**; para los **dientes oblicuos** (a $v \leq 10$ m/s): **1,2** y **1,1**, respectivamente.

Cálculo de transmisiones sinfín.

Generalidades.

Las **transmisiones sinfín** se emplean para transmitir movimiento rotacional entre árboles, cuyos **ejes** se encuentran **cruzados** generalmente a un ángulo $\theta = 90^\circ$. En la mayoría de los casos, el tornillo sinfín (tornillo corto con rosca trapezoidal o cercana a ella) constituye el eslabón conductor. Para acomodar el cuerpo del tornillo, la corona de la rueda sinfín posee sus dientes en forma de arco, lo que aumenta la longitud de las líneas de contacto en la zona de

engrane. Los **parámetros** del **tornillo** se indican con el subíndice **1**, mientras que los de la **rueda** se indican con el **2**.

La transmisión sinfín constituye una transmisión dentada helicoidal, en la cual el movimiento se ejecuta por el principio de un par helicoidal.

Ventajas:

- 1) Trabajan suave y sin ruido.
- 2) Son compactas con una masa comparativamente no muy grande.
- 3) Posibilitan una elevada reducción, es decir, la obtención de grandes números de transmisión (en muchos casos, en las transmisiones de baja potencia, hasta 1000).
- 4) La posibilidad de obtener una transmisión de autofreno, es decir que permita la transmisión del movimiento sólo del tornillo a la rueda. El autofreno de la transmisión sinfín posibilita fabricar el mecanismo sin el dispositivo de freno para impedir el movimiento inverso de la rueda.

Desventajas:

- 1) Comparativamente bajo rendimiento, como consecuencia del deslizamiento de las espiras del tornillo por los dientes de la rueda.
- 2) Significativo desprendimiento de calor en la zona de engrane del tornillo con la rueda.
- 3) Necesidad imperiosa de emplear en las coronas de las ruedas sinfín materiales antifricción deficitarios.
- 4) Desgaste elevado y tendencia al agarramiento.

Las transmisiones sinfín se emplean generalmente para transmitir potencias pequeñas y medianas, que no rebasan los 60 kW y se utilizan en las máquinas elevadoras-transportadoras, en los trolebuses y sobre todo donde se requiere de una elevada precisión cinemática, como en los dispositivos divisores de las máquinas-herramientas.

Se recomienda el empleo de estas transmisiones en los dispositivos de acción periódica y no continua, pues se recalientan más que las otras transmisiones.

En dependencia de la forma de la superficie exterior del tornillo, estas transmisiones pueden ser de tornillos sinfín cilíndricos y globoidales. La transmisión globoidal posee un mayor rendimiento y una mayor capacidad portante, pero al propio tiempo son de fabricación compleja y muy sensibles al desplazamiento axial del tornillo, lo que provoca el desgaste acelerado de los cojinetes.

En dependencia de la dirección de la línea de la espira del tornillo sinfín, éste puede ser derecho o izquierdo y acorde a la cantidad de espiras, pueden ser de una (de una entrada), de dos (de dos entrada) y múltiples (de múltiples entrada).

El tornillo sinfín en la transmisión puede estar ubicado en la parte inferior, en un lateral o en la parte superior. La **ubicación inferior** se emplea generalmente cuando la velocidad tangencial $v_1 \leq 5 \text{ m/s}$, para evitar grandes pérdidas por batimiento del aceite.

En dependencia de la forma de la superficie helicoidal de la rosca de los tornillos sinfín cilíndricos, las transmisiones pueden ser con tornillos de espiral de Arquímedes, de convolución y evolventes.

1. Selección del material del tornillo y de la rueda.

En este caso específico se deben introducir nuevas recomendaciones:

- 1) Los **tornillos sinfín** se fabrican, generalmente, de **aceros al carbono** de contenido medio (con un contenido de **0,40 a 0,50 % C**) y de **aceros de baja aleación al Cr o Cr-Ni**, con el contenido de C en el rango señalado, sometidos al **temple**, mayoritariamente **superficial** con una dureza **HRC 45... 54**. Un buen trabajo de la transmisión se garantiza con el empleo de tornillos sinfín de **aceros** al carbono con bajo contenido de este elemento (**0,15 a 0,25 % C**) y de baja aleación (básicamente con Cr) **cementados**, los cuales **después del temple y revenido bajo** alcanzan una dureza de **HRC 56... 62**. En todos los casos resulta imprescindible el rectificado y pulido de las superficies de trabajo de las espiras del tornillo sinfín.
- 2) **Las coronas de las ruedas sinfín** se fabrican preferiblemente de bronce, cuya composición depende de la velocidad de deslizamiento y de la longevidad de la transmisión.

Por eso es necesario conocer la **velocidad de deslizamiento, v_s** ; en el caso de que se carezca de este dato, entre las vías más empleadas para resolverlo se encuentra la aplicación de la **fórmula empírica** para su cálculo preliminar:

$$v_s = (4,3\omega_2u/10^3)^{\sqrt[3]{T_2}} \quad (60)$$

- Para altas velocidades (**5 m/s < v_s ≤ 25 m/s**) y trabajo prolongado se recomiendan los bronce al Sn y Pb.
- Para velocidades medias (**2 m/s < v_s ≤ 5 m/s**): **bronces sin Sn al Fe-Al**, que se emplean **con tornillos** con elevada dureza (**≥HRC45, rectificadas y pulidas**).
- Para bajas velocidades (**2 m/s < v_s**): **fundiciones grises ordinarias**.

2. Determinación de los valores de las tensiones admisibles.

Estas tensiones se determinan por fórmulas empíricas, en dependencia del material, de los dientes de la rueda, de la dureza de las espiras del tornillo, de la velocidad de deslizamiento y de la longevidad de la transmisión.

- 1) **Las tensiones admisibles a contacto $[\sigma]_H$** :
 - a) **Para los bronce al Sn** se determinan de las condiciones de resistencia a la friabilidad por fatiga de las superficies de trabajo de los dientes:

$$[\sigma]_H = K_{HL} C_v [\sigma]_{Ho} \quad (61)$$

$K_{HL} = \sqrt[8]{10^7 / N_{\Sigma}}$ es el coeficiente de longevidad y aquí N_{Σ} es el número de ciclos de carga de los dientes de la rueda sinfín durante todo el tiempo de servicio de la transmisión. Si $N_{\Sigma} > 25 \cdot 10^7$ se asume igual a $25 \cdot 10^7$.

C_v - coeficiente, que tiene en cuenta la intensidad del desgaste del diente de la rueda, en dependencia de la velocidad de deslizamiento (v_s). Se selecciona por la **tabla N° 10**.

Tabla N° 10

$v_s, \text{ m/s}$	≤ 1	2	3	4	5	6	7	≥ 8
C_v	1,33	1,21	1,11	1,02	0,95	0,88	0,83	0,80

Es la tensión a contacto admisible, correspondiente al límite de fatiga por contacto, cuando el número de ciclos de las tensiones variables es 10^7 :

$$[\sigma]_{H_0} = (0,75 \dots 0,90) \sigma_u \quad (62)$$

Aquí σ_u es el límite de resistencia a la rotura del bronce a la tracción, que en el caso de los **bronces al Sn** se encuentra entre **230 y 290 MPa**.

Los mayores valores de $[\sigma]_{H_0}$ se emplean para tornillos con una dureza de las espiras $\geq \text{HRC45}$.

a) **Para los bronce sin Sn y latones** se determinan de las condiciones de resistencia al atascamiento.

$$[\sigma]_H = 300 - 25v_s \quad (63)$$

b) **Para las ruedas de hierro fundido**, se determinan de las condiciones de resistencia al atascamiento, por la expresión:

$$[\sigma]_H = 175 - 35v_s \quad (64)$$

Para **todas las transmisiones sinfín** (independientemente de la naturaleza del material de la rueda), cuando **el tornillo se ubica fuera del baño de aceite**, entonces el valor de $[\sigma]_H$ se **reduce** en un **15 %**.

2) **Las tensiones admisibles a la flexión, $[\sigma]_F$:**

Experimentalmente se ha establecido que la resistencia a la flexión de los dientes de las ruedas dependen del material, del carácter de la carga y de la longevidad de la transmisión (ver **tabla N° 11**).

Tabla N° 11

Material de la corona de la rueda	Transmisión irreversible	Transmisión reversible
Bronce y latón	$[\sigma]_F = (0,8\sigma_u + 0,25\sigma_y)K_{FL}$	$[\sigma]_F = 0,16\sigma_u K_{FL}$
Hierro fundido	$[\sigma]_F = 0,12\sigma_{Fu} K_{FL}$	$[\sigma]_F = 0,07\sigma_{Fu} K_{FL}$

Siendo σ_{Fu} , el límite de resistencia a la rotura por flexión del hierro fundido, mientras que el coeficiente de longevidad durante la flexión, $K_{FL} = \sqrt[3]{10^6 / N_{\Sigma}}$.

3. Determinación del número de entradas del tornillo (Z_1) y del número de dientes de la rueda (Z_2).

El número de espiras del tornillo depende del número de transmisión, así:

u.....	8... 14	14... 30	>30
Z_1	4	2	1

Para evitar el recorte de la base del pie del diente, en el proceso de tallado, es que se asume $Z_2 \geq 26$, sus valores más racionales se encuentran en el rango $Z_2 = 40... 60$. El diapasón de los números de transmisión se mueve en el rango $u = 8... 80$, siendo los **valores Standard**: 8; 10; 12,5; 16; 20; 25; 31,5; 40; 50; 63; 80.

4. Determinación de la distancia interaxial, a_{ω} :

$$a_{\omega} \geq 6100 \sqrt[3]{T / [\sigma]_H^2}, \text{ en m} \quad (65)$$

Además, es importante tener en cuenta que en esta expresión el **torque** se expresa en **Nm**, mientras que la **tensión admisible** en **Pa**. Después el valor de la **distancia** se debe llevar a **mm** y se **normaliza**, preferiblemente por la primera fila.

5. Cálculo del módulo del engrane:

$$m = (1,5... 1,7) a_{\omega} / Z_2 \quad (66)$$

El valor obtenido se normaliza por la **tabla N° 4** de la presente guía.

6. Determinación del coeficiente del diámetro del tornillo, q :

De las condiciones de rigidez del tornillo se deduce que:

$$q_{\min} = 0,212Z_2 \quad (67)$$

7. Coeficiente de desplazamiento de la herramienta:

$$x = a_{\omega} / m - 0,5 (q + Z_2) \quad (68)$$

Si en esta expresión $x < -1$ ó $x > 1$, se hace necesario, variando los valores de q y Z_2 , repetir los cálculos hasta la obtención de $-1 \leq x \leq 1$. Cuando se cambian los valores de q se garantiza que se cumpla la condición de $q \geq q_{\min}$. El valor de Z_2 se recomienda variar en los límites de uno o dos dientes, par no sobrepasar la desviación admisible de u .

8. Parámetros geométricos principales del tornillo y de la corona de la rueda:

a) Diámetro primitivo del tornillo: $d_1 = qm$. (69)

b) Diámetro de la cresta de los dientes: $d_{a1} = m (q + 2)$. (70)

$$c) \text{ Diámetro del pie de los dientes: } d_{f1} = m (q-2,4). \quad (71)$$

d) Longitud de la parte tallada del tornillo:

$$b_1 \geq (C_1 + C_2) m \quad (72)$$

x	-1	-0,5	0	0,5	1	
Para $Z_1 = 1$ y 2:	C_1	10,5	8	11	11	12
	C_2	0,06	0,06	0,06	0,1	0,1

Por razones tecnológicas, para el tornillo que se fabrica esta longitud debe incrementarse en aproximadamente $3m$.

e) Ángulo primitivo de elevación de la línea de la espiral:

$$\tan \gamma = Z_1/q \quad (73)$$

$$f) \text{ Diámetro primitivo de la rueda: } d_2 = mZ_2. \quad (74)$$

$$g) \text{ Diámetro de la cresta de los dientes: } d_{a2} = m (Z_2 + 2 + 2x) \quad (75)$$

$$h) \text{ Diámetro del pie de los dientes: } d_{f2} = m (Z_2 - 2,4 + 2x) \quad (76)$$

$$i) \text{ Mayor diámetro de la rueda: } d_{a2\text{máx.}} \leq d_{a2} + 6m (Z_1 + 2) \quad (77)$$

j) Ancho de la corona dentada:

$$\text{Para } Z_1 = 1 \dots 2: b_2 \leq 0,75 d_{a1} \quad (78)$$

k) Ángulo condicional de agarre del tornillo por la rueda:

$$\text{sen } \delta = b_2 / d_{a1} - 0,5m \quad (79)$$

$$9. \text{ Velocidad de deslizamiento real: } v_s = u\omega_2 d_1 / (2\cos \gamma) \quad (80)$$

10. Determinación del coeficiente de rendimiento útil:

$$\eta = \tan \gamma / \tan (\gamma + \rho') \quad (81)$$

$$v_s: \quad 1,0 \qquad \qquad 2,0 \qquad \qquad 3,0 \qquad \qquad 4,0$$

$$\rho': \quad 2^0 30' \dots 3^0 10' \quad 2^0 00' \dots 2^0 30' \quad 1^0 30' \dots 2^0 00' \quad 1^0 20' \dots 1^0 40'$$

11. Determinación de las fuerzas en el engrane sinfín:

a) Fuerza tangencial en la rueda y axial en el tornillo:

$$F_{t2} = F_{a1} = 2T_2 / d_2 \quad (82)$$

b) Fuerza tangencial en el tornillo y axial en la rueda:

$$F_{t1} = F_{a2} = F_{t2} Z_1 / (q\eta) \quad (83)$$

c) Fuerza radial en el tornillo y la rueda (para $\alpha = 20^0$):

$$F_{r1} = F_{r2} = F_{t2} \tan \alpha \quad (84)$$

12. Cálculo de la velocidad tangencial de la rueda:

$$v_2 = 0,5\omega_2 d_2 \quad (85)$$

13. Comprobación a contacto:

a) **Corrección del valor de la tensión admisible a contacto:** se realiza en los bronce sin Sn, debido a que $v_s \neq v'_s$.

b) **Planteamiento de la condición de resistencia:**

$$\sigma_H = 340.10^3 \sqrt{(F_{t2}/d_1 d_2) K} \leq [\sigma]_H \quad (86)$$

$K = K_H = K_F = 1 \dots 1,1$ para la octava clase de precisión de los engranajes.

14. Comprobación a flexión:

$$\sigma_F = 0,7 Y_{F2} (F_{t2}/b_2 m) K \leq [\sigma]_F \quad (87)$$

Y_{F2} - coeficiente de forma del diente de la rueda y es $f(Z_{v2})$, que a su vez se determina por la expresión: $Z_{v2} = Z_2 / \cos^3 \gamma$.

Z_{v2}	26	28	30	32	35	37	40	45	50	60	80	100
Y_{F2}	1,85	1,80	1,76	1,71	1,64	1,61	1,55	1,48	1,45	1,40	1,34	1,30

15. Cálculo térmico de las transmisiones sinfín.

Durante el trabajo de las transmisiones sinfín se desprende gran cantidad de calor. **La potencia que se pierde $(1-\eta)P_1$** por causa de la fricción en el engrane y en los cojinetes, así como en el batimiento y formación de la película lubricante, se convierte en calor, que calienta al aceite y éste, a través de las paredes de la carcasa, transmite dicho calor al medio circundante. Si la evacuación del calor no es suficiente, entonces la transmisión sinfín se recalienta. Con el recalentamiento, las propiedades lubricantes del aceite empeoran bruscamente (desciende abruptamente su viscosidad) y surge el peligro del agarramiento, lo que puede conducir al deterioro total de la transmisión, es decir, a que no cumpla con su asignación de servicio y sea necesario reemplazarla.

El cálculo térmico de la transmisión sinfín, bajo un régimen de trabajo estable, se realiza sobre la base de la balanza térmica, es decir, de la igualdad entre la cantidad de calor que se desprende Q_d y la cantidad de calor que se evacua Q_e .

La cantidad de calor que se desprende en una transmisión que trabaja ininterrumpidamente, en un segundo es:

$$Q_d = (1-\eta) P_1 \quad (88)$$

Siendo: η el coeficiente de trabajo útil (rendimiento) de la transmisión; P_1 la potencia en el tornillo sinfín, en **W**. A su vez:

$$P_1 = T_2 \omega_2 / \eta \quad (89)$$

Aquí: T_2 se expresa en **Nm**, mientras que ω_2 se da en **rad/s**.

La cantidad de calor, que es evacuada por la superficie exterior de la carcasa en un segundo, se determina por la expresión:

$$Q_e = K_t (t_{\text{aceite}} - t_{\text{aire}}) A \quad (90)$$

Donde:

A es el área de la superficie de la carcasa, bañada en su interior por el aceite o por sus películas y por el exterior por el aire, en **m²**. La superficie del fondo de la carcasa no se tiene en cuenta, debido a que ella no es bañada por el aire que circula libremente. Generalmente se asume que toda la superficie interior de la carcasa del reductor es bañada por el aceite (por supuesto exceptuando el fondo) y que toda la exterior está en contacto con el aire, por lo que para el cálculo de **A** se emplea la siguiente expresión:

$$A = 2hb + 2hc + bc, \text{ en m.} \quad (91)$$

Siendo: **h**- la altura de la carcasa; **b**- su largo y **c**-su ancho; todos en **m**.

t_{aire} : temperatura del aire fuera de la carcasa, generalmente se asume **25°C**.

t_{aceite} : temperatura del aceite en la carcasa de la transmisión, en **°C**.

K_t : coeficiente de transmisión del calor, es decir, es el número que muestra cuánto calor se transmite en un segundo por un metro cuadrado de la superficie de la carcasa, cuando la temperatura decae en un grado; depende del material de la carcasa del reductor y de la velocidad de circulación del aire (de la intensidad de la ventilación del local). Para las carcasas de hierro fundido se asume entre **9** y **17 W/ (m².°C)**. Los mayores valores se utilizan cuando es bueno el acabado superficial de las superficies de las paredes exteriores, cuando es buena la circulación del aire alrededor de la carcasa y cuando la intensidad del batimiento del aceite es elevada (ubicación inferior del tornillo sinfín).

Por la condición del balance térmico $Q_d = Q_e$, es decir:

$$(1-\eta) P_1 = K_t (t_{\text{aceite}} - t_{\text{aire}}) A \quad (91)$$

Se obtiene la expresión de la condición para el cálculo de t_{aceite} cuando la transmisión sinfín trabaja ininterrumpidamente:

$$t_{\text{aceite}} = t_{\text{aire}} + (1-\eta) P_1 / (K_t A) \leq [t]_{\text{aceite}} \quad (92)$$

El valor de $[t]_{\text{aceite}}$ depende de la marca del aceite; generalmente se asume $[t]_{\text{aceite}} = 80 \dots 95^{\circ}\text{C}$. Si durante los cálculos resulta que $t_{\text{aceite}} > [t]_{\text{aceite}}$, entonces se hace imprescindible: o bien incrementar la superficie de enfriamiento **A**, utilizando aristas (“costillas”) de enfriamiento (en los cálculos sólo se tiene en cuenta el 50 % de estas aristas); o bien utilizar enfriamiento artificial, que se puede realizar mediante:

- a) El soplado de aire a la carcasa por medio de un ventilador, que se ajusta en el árbol del tornillo sinfín. En este caso se incrementa K_t .
- b) El enfriamiento del aceite con el agua que circula a través de un serpentín ubicado dentro del baño (es válido cuando la ubicación del tornillo sinfín es inferior).
- c) La utilización de un sistema de circulación del aceite con su enfriamiento especial (estos sistemas se emplean fundamentalmente cuando la ubicación del tornillo sinfín es superior).

En los casos **b** y **c** la expresión (92) no resulta válida.

El **cálculo térmico de las transmisiones sinfín** se *realiza* como **cálculo de comprobación**, después que son determinadas las dimensiones de la carcasa, en el **diseño del esquema de la transmisión** (generalmente este diseño consiste en la representación esquemática de los elementos de la transmisión sobre una hoja de papel milimetrado formato **A1** o **A0** y se va ejecutando a la par de los cálculos de las dimensiones de cada uno de los elementos fundamentales de la transmisión).

El **diseño del esquema de la transmisión** se recomienda para todos los tipos de transmisiones, no sólo para la transmisión sinfín.

Características básicas de los reductores de velocidad.

Generalidades sobre los reductores de velocidad.

Se denominan **reductores** a los mecanismos destinados para disminuir la velocidad angular en los accionamientos, desde el motor hacia la máquina de

trabajo y están compuestos de transmisiones dentadas y /o transmisiones sinfín, instaladas en el cuerpo (carcasa).

Los reductores se utilizan ampliamente en todas las ramas de la Industria Contemporánea, de ahí que se pueda encontrar la más variada gama de ellos, acorde a su esquema cinemática y a sus rasgos constructivos. Los reductores pueden ser de engranajes cilíndricos, cónicos y sinfín.

El tipo y construcción de un reductor está determinada por el tipo, ubicación y cantidad de pares para la transmisión (escalones o etapas).

Según el tipo de transmisión, los reductores pueden ser:

- Cilíndricos.
- Cónicos.
- Sinfín.
- Cónico-cilíndricos.
- Sinfín-cilíndricos, etc.

Por el número de pares:

- De una etapa (escalón).
- De dos etapas (escalones).
- De tres etapas (escalones), etc.

Acorde a la ubicación de los árboles y ruedas dentadas:

- Horizontales.
- Verticales.

Reductores de ruedas dentadas.

Los reductores de ruedas dentadas cilíndricas, gracias al amplio diapasón de potencia que pueden transmitir, a su longevidad, facilidad de fabricación y mantenimiento, tienen una gran difusión industrial.

Los reductores de ruedas dentadas cónicas, como es sabido se emplean para la transmisión entre árboles cuyos ejes se intersecan, generalmente a 90° ; en estos reductores, por regla general, los apoyos del piñón son ubicados en forma de consola, por lo que como consecuencia de su menor rigidez, se incrementa la irregularidad de la distribución de la carga a lo largo del diente y es precisamente esa la razón de que las ruedas trabajen con alto ruido. Además, los cojinetes de este tipo de reductor no se fijan directamente en la carcasa, sino se sitúan en casquillos en forma de copas y un juego de calzos metálicos que permiten la regulación axial de la transmisión durante el ensamble. Los procesos de fabricación y mantenimiento de estos reductores resulta más dificultoso que los de engranajes cilíndricos.

Cuando $u \leq 6,3$ se emplean reductores de una sola etapa; si $6,3 < u \leq 40$: de dos etapas y si $u > 40$: de tres etapas.

Reductores sinfín.

Los reductores sinfín de una etapa son los mayor de difusión y se fabrican con $u = 8... 80$; en el caso de que u sea superior, se emplean los reductores combinados sinfín-cilíndricos y los sinfín en dos etapas. El tornillo sinfín en el reductor comúnmente puede ubicarse por debajo o por encima de la rueda, pues la ubicación lateral complica la lubricación del árbol vertical.

Reflexiones generales sobre el diseño de reductores de velocidad.

A la hora de diseñar un reductor de velocidad, desde el primer momento se toman decisiones que deben considerar inicialmente un esquema general de los principales elementos a acoplar: la cantidad y tipos de ruedas dentadas, la cantidad y configuración de árboles, la cantidad de cojinetes y el cuerpo (carcasa) para acoger a los elementos individuales y propiciar las relaciones entre ellos.

Las características del modo de acoplamiento de las ruedas, la ubicación de los cojinetes de manera tal que ellos garanticen el trabajo de las ruedas y en general la configuración de la carcasa, también constituyen decisiones de diseño. El proceso de diseño no puede ser racionalmente ejecutado, mientras decisiones de estos géneros no son tomadas.

Por ejemplo en el boceto que se presenta en la **fig. 1** es donde comienza la integración de los elementos dentro de todo el diseño. Sólo cuando todo el diseño es conceptualizado, es cuando puede ejecutarse el diseño del reductor de velocidades.

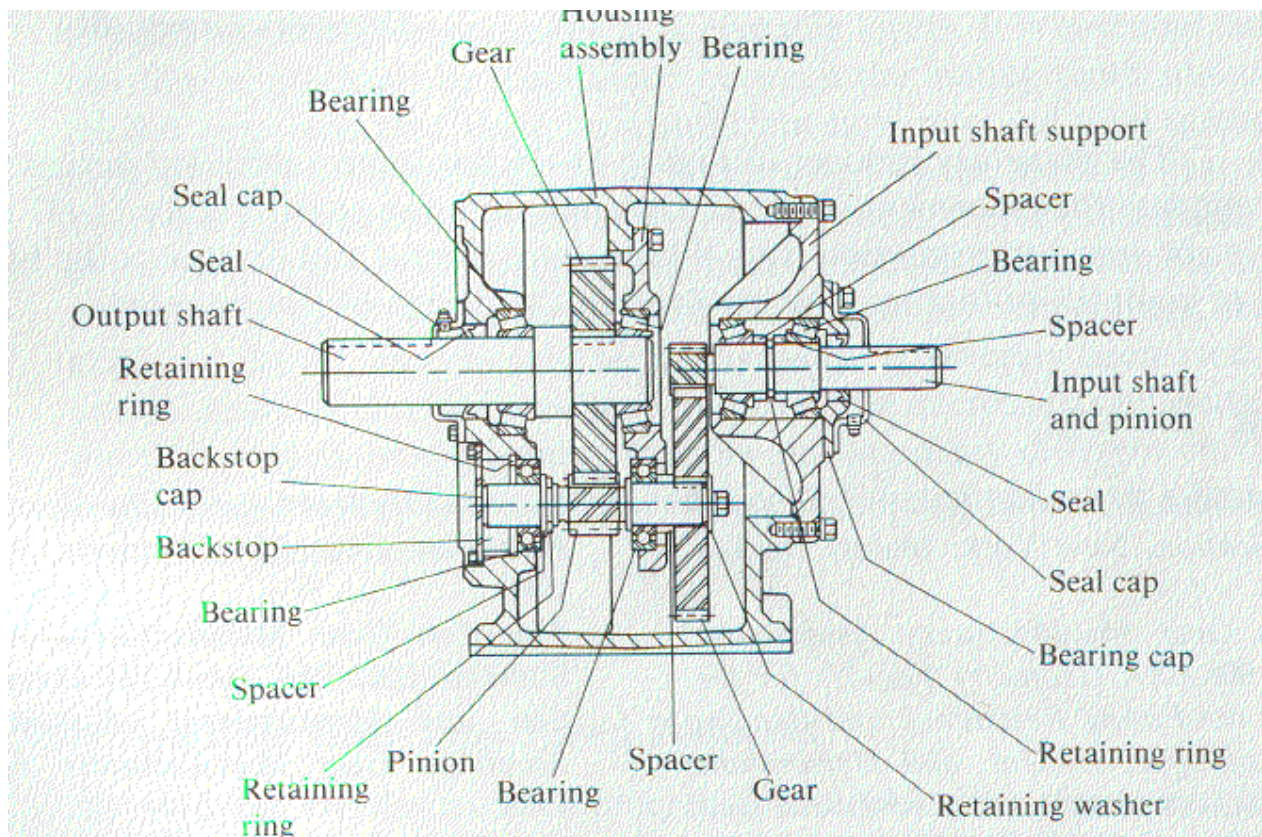


Fig. 1. Reductor cilíndrico coaxial.

En el caso de los pares dentados debe especificarse, en cada rueda, el módulo, el diámetro primitivo, su ancho, el material y su tratamiento térmico. Estas especificaciones dependen de los requerimientos de resistencia y desgaste de los dientes de las ruedas y de los requerimientos cinemáticos. Se debe lograr que los engranajes sean montados sobre los árboles de manera tal que se asegure la ubicación apropiada de las ruedas, la adecuada capacidad de transmisión del torque desde los engranajes a los árboles (a través de chavetas, estrías, etc.) y alta fiabilidad en el diseño de los árboles.

Una vez diseñado los pares dentados, se debe considerar el diseño de los árboles. Los árboles están sometidos a torsión y flexión, debido a las fuerzas que actúan sobre los engranajes, por lo que en su diseño tiene que tener en cuenta las condiciones de resistencia y rigidez, así como permitir el montaje de las ruedas dentadas y de los cojinetes. Generalmente se utilizan árboles escalonados para propiciar que los escalones sirvan de asiento (apoyo lateral) a las ruedas y cojinetes, también en los árboles se localizan los chaveteros (ranuras para el alojamiento de las chavetas). Los árboles de entrada y de salida se deben extender dentro del reductor para permitir el acoplamiento entre la máquina y el accionamiento conductor. El tipo de acoplamiento debe ser también considerado, por el efecto dramático que puede tener sobre el análisis de resistencia de los árboles. Los sellos en los árboles de entrada y de salida sirven de protección a los componentes internos del reductor.

El diseño de los cojinetes es la etapa: si se decide utilizar cojinetes de contacto rodante, lo más acertado es que se seleccionen los cojinetes habilitados comercialmente, en los catálogos de los fabricantes. Para ello inicialmente se debe determinar el valor de las cargas sobre cada cojinete, a partir del análisis de los árboles y de los diseños de los engranajes; aquí también se deben considerar la velocidad de rotación y un diseño razonable de la vida útil (longevidad) de los cojinetes, así como su compatibilidad con los árboles, sobre los cuales son montados; por ejemplo, sobre la base del análisis de los árboles, se debe especificar el diámetro mínimo permisible en cada muñón para garantizar niveles de tensiones fiables, por supuesto, los cojinetes no deben tener una longitud superior a la necesaria. Al seleccionar un cojinete específico, debe señalarse los diámetros de los muñones con sus tolerancias, acorde a las recomendaciones de los fabricantes para alcanzar el funcionamiento adecuado de los cojinetes con su expectativa de vida (longevidad).

En orden continúa el diseño de las chavetas y chaveteros. El diámetro del árbol determina en la chaveta sus dimensiones básicas (ancho y altura). El torque que puede ser transmitido es usado en los cálculos de resistencia para determinar la longitud de la chaveta y su material.

Una vez que los componentes de trabajo han sido diseñados, comienza el diseño de la carcasa, cuyo proceso debe ser creativo y práctico. ¿Qué medidas deben ser tomadas para montar los cojinetes meticulosamente y poder transmitir sus cargas con alta fiabilidad a través de la carcasa a la estructura sobre la cual el reductor de velocidad se encuentra montado? ¿Cómo ensamblar a todos los

elementos dentro de la carcasa?¿Cómo lubricar a los engranajes y cojinetes?¿Qué material utilizar en la fabricación de la carcasa?¿Debe la carcasa ser fundida, soldada o estar formada por elementos ensamblados? Éstas y otras interrogantes son las que debe formularse y responder el diseñador al acometer esta parte del trabajo.

El proceso de diseño abordado aquí implica que el mismo puede desarrollarse en la siguiente secuencia: de los engranajes a los árboles, de éstos a los cojinetes, a las chavetas y acoplamientos y finalmente a la carcasa. **Es normal que el diseñador tenga que regresar atrás muchas veces para ajustar el diseño de determinados componentes afectados por los cambios introducidos a otros componentes;** este proceso se denomina **iteración** y continúa hasta que se alcanza un diseño totalmente aceptable. Frecuentemente durante la iteración se desarrollan y someten a pruebas algunos prototipos.

Con vista a facilitar el proceso de diseño de los reductores, a continuación se exponen algunos ejemplos gráficos de reductores bien conocidos en el ámbito industrial:

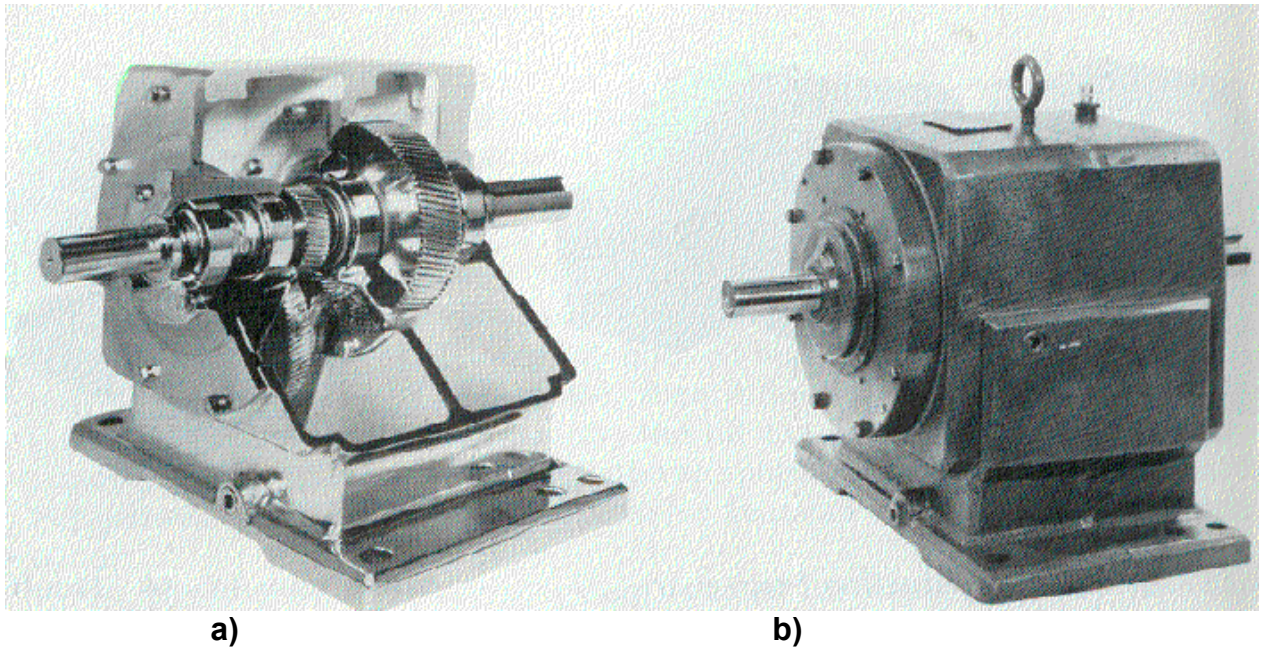


Fig. 2. Reductor cilíndrico coaxial: a) Vista seccionada del reductor; b) Reductor entero.

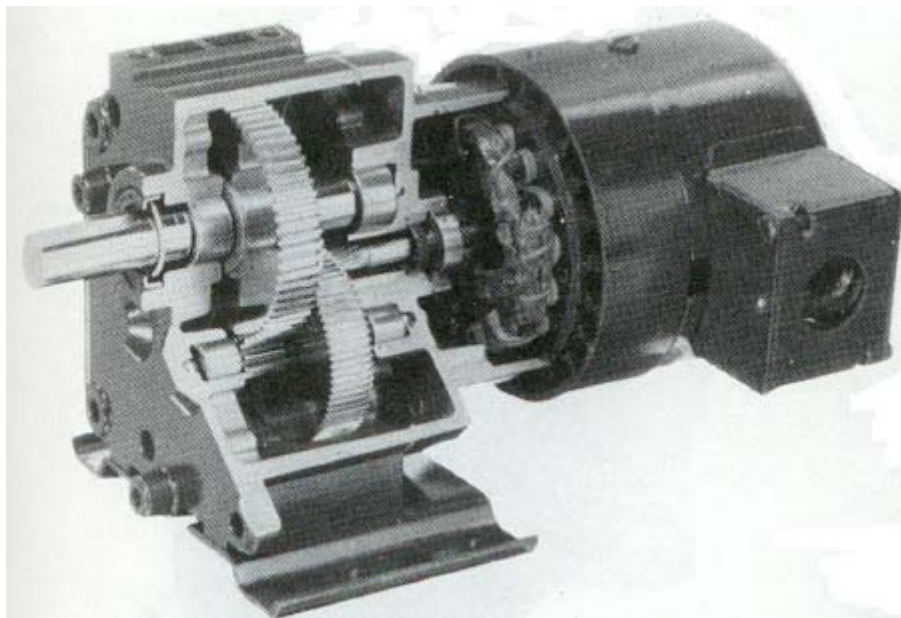


Fig. 3. Reductor cilíndrico de dos etapas de engranajes de dientes rectos.

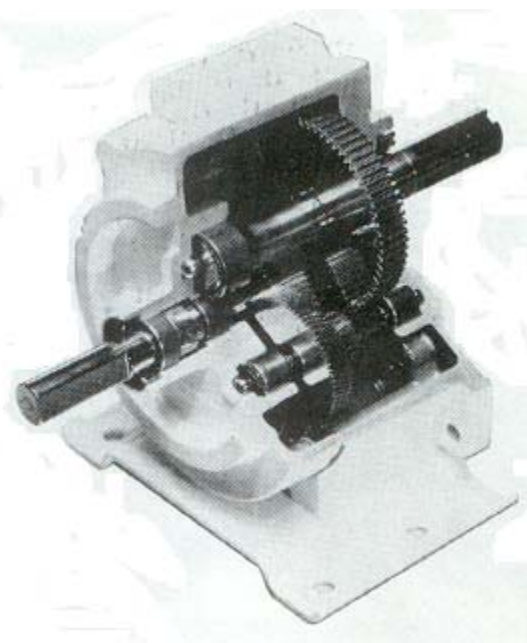


Fig. 4. Reductor cilíndrico de dos etapas: la primera es de engranajes de dientes oblicuos y la segunda de engranajes de dientes rectos.

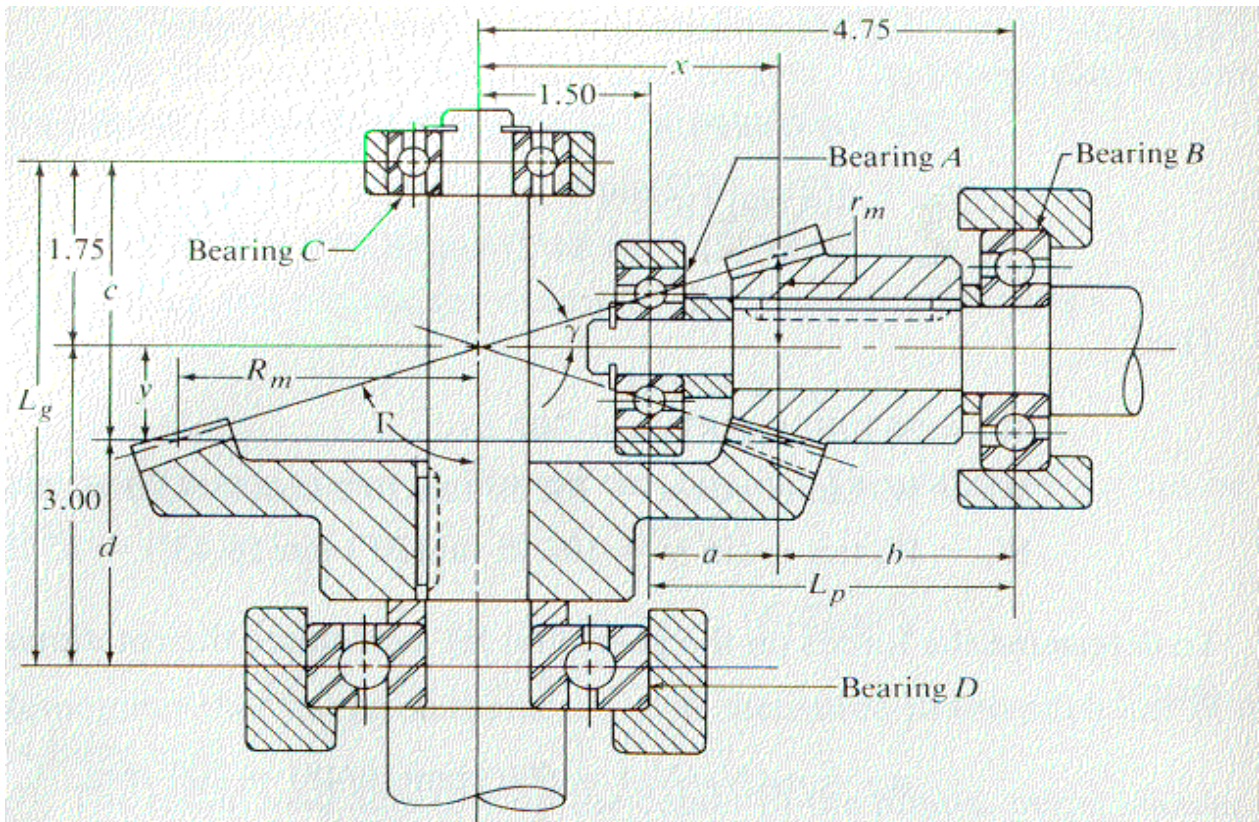


Fig. 5. Variante de esquema de composición de un reductor cónico de una etapa.

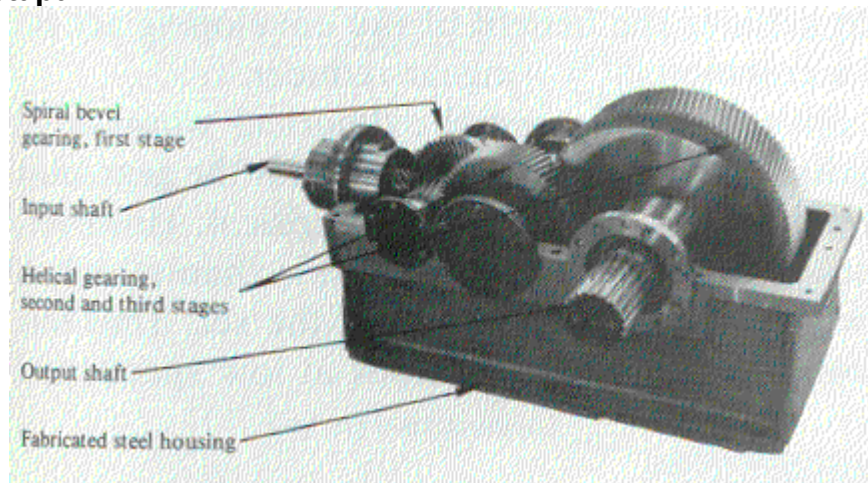


Fig. 6. Reductor cónico-cilíndrico de tres etapas: la primera es de engranajes cónicos de dientes espirales derechos, las segunda y tercera son de engranajes cilíndricos de dientes oblicuos.

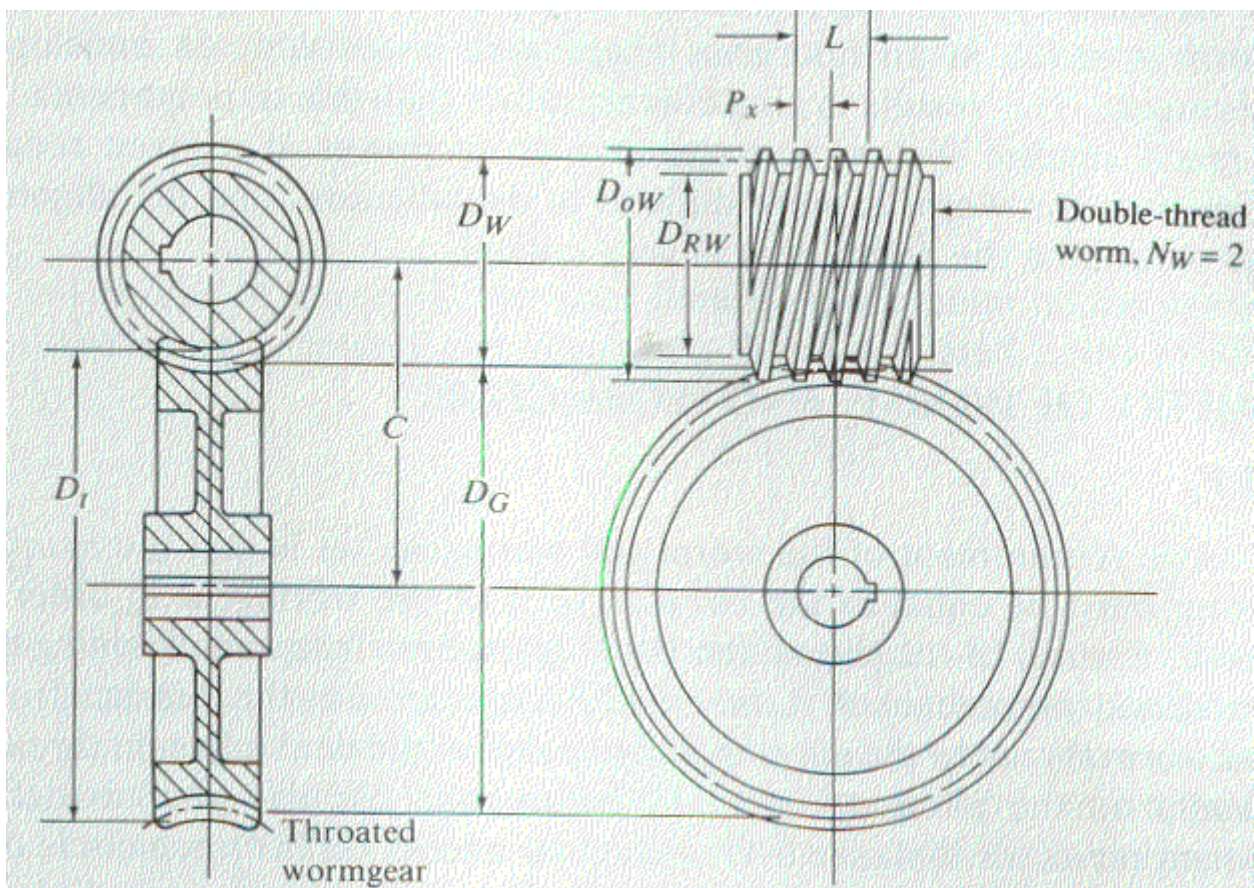


Fig. 7. Variante de esquema de un par sinfín para reductor de una etapa.

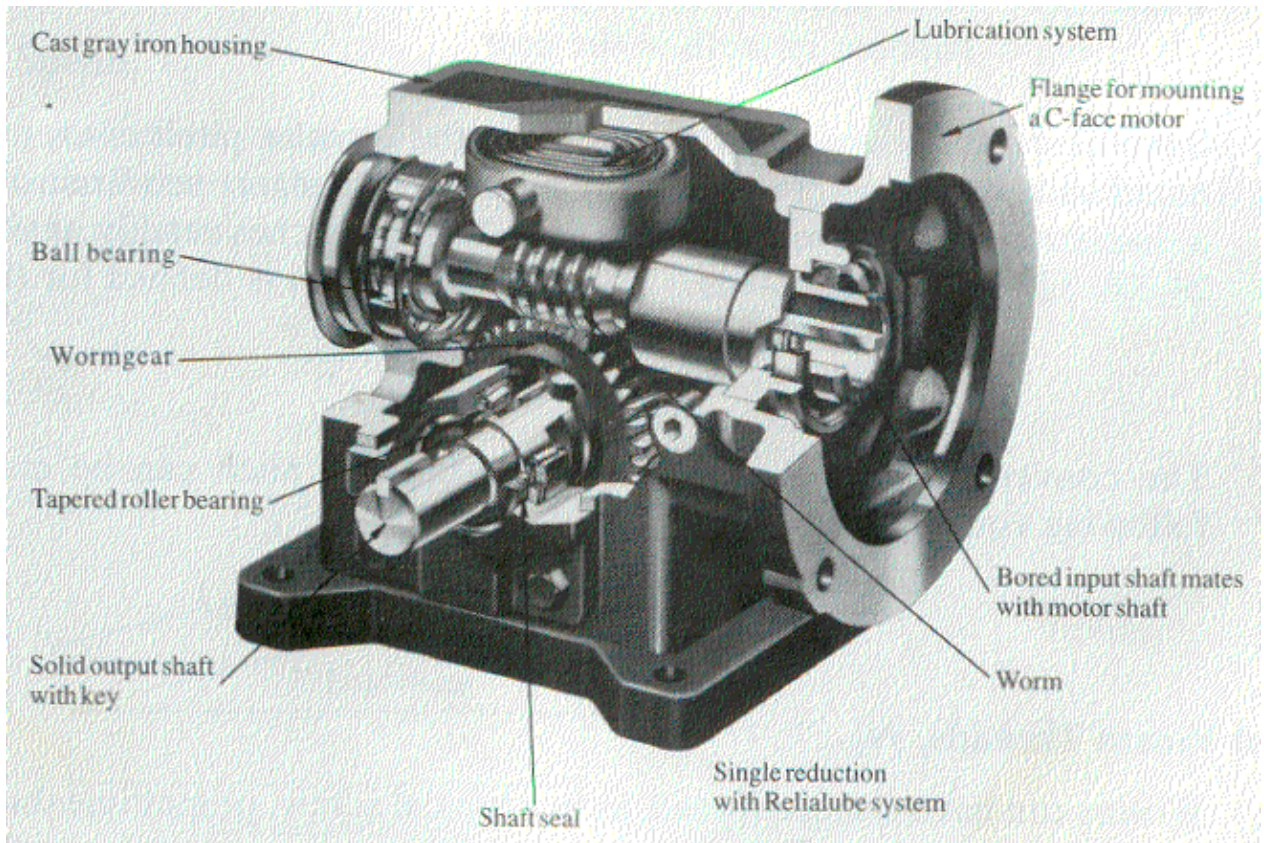


Fig.8. Reductor sinfin.

Variantes.

- 1) Diseñar un reductor de velocidades de una etapa (escalón) con engranajes cilíndricos de dientes rectos, perteneciente al accionamiento de un transportador de banda, si se conocen T_2 , ω_2 , u , L_h , así como que la transmisión es irreversible (los dientes trabajan de un solo lado) y la carga aplicada está muy próxima al valor constante.
 - a) $T_2 = 189,5 \text{ Nm}$, $\omega_2 = 24,8 \text{ rad/s}$, $u = 4$ (tentativamente), $L_h = 12 \cdot 10^3 \text{ h}$ (aproximadamente tres años, trabajando durante dos turnos diarios)
 - b) $T_2 = 148,5 \text{ Nm}$, $\omega_2 = 15,8 \text{ rad/s}$, $u = 3$ (tentativamente), $L_h = 15 \cdot 10^3 \text{ h}$.
 - c) $T_2 = 204,5 \text{ Nm}$, $\omega_2 = 20,2 \text{ rad/s}$, $u = 3$ (tentativamente), $L_h = 12 \cdot 10^3 \text{ h}$.

- 2) Diseñar un reductor de velocidades de una etapa (escalón) con engranajes cilíndricos de dientes oblicuos, perteneciente al accionamiento de un transportador de banda, si se conocen T_2 , ω_2 , u , L_h , así como que la transmisión es irreversible (los dientes trabajan de un solo lado) y la carga aplicada está muy próxima al valor constante.
 - a) $T_2 = 189,5 \text{ Nm}$, $\omega_2 = 24,8 \text{ rad/s}$, $u = 4$ (tentativamente), $L_h = 12 \cdot 10^3 \text{ h}$ (aproximadamente tres años, trabajando durante dos turnos diarios)
 - b) $T_2 = 148,5 \text{ Nm}$, $\omega_2 = 15,8 \text{ rad/s}$, $u = 3$ (tentativamente), $L_h = 15 \cdot 10^3 \text{ h}$.
 - c) $T_2 = 204,5 \text{ Nm}$, $\omega_2 = 20,2 \text{ rad/s}$, $u = 3$ (tentativamente), $L_h = 12 \cdot 10^3 \text{ h}$.
 - d) $T_2 = 212 \text{ Nm}$, $\omega_2 = 24,3 \text{ rad/s}$, $u = 4$ (tentativamente), $L_h = 15 \cdot 10^3 \text{ h}$.
 - e) $T_2 = 190,5 \text{ Nm}$, $\omega_2 = 18,4,2 \text{ rad/s}$, $u = 3$ (tentativamente), $L_h = 12 \cdot 10^3 \text{ h}$.

- 3) Diseñar un reductor de velocidades de una etapa (escalón) con engranajes cónicos de dientes rectos, perteneciente al accionamiento de una línea automática, si se conocen T_2 , ω_2 , u , L_h , así como que la transmisión es irreversible (los dientes trabajan de un solo lado) y la carga aplicada está muy próxima al valor constante. El ángulo entre los ejes de los árboles del reductor $\Sigma = 90^\circ$.
 - a) $T_2 = 316 \text{ Nm}$, $\omega_2 = 48,6 \text{ rad/s}$, $u = 1,8$ (tentativamente), $L_h = 15 \cdot 10^3 \text{ h}$.
 - b) $T_2 = 196,5 \text{ Nm}$, $\omega_2 = 36,8 \text{ rad/s}$, $u = 1,1$ (tentativamente), $L_h = 20 \cdot 10^3 \text{ h}$.

- 4) Diseñar un reductor de velocidades de una etapa (escalón) con engranajes cónicos de dientes espirales, perteneciente al accionamiento de una línea automática, si se conocen T_2 , ω_2 , u , L_h , así como que la transmisión es irreversible (los dientes trabajan de un solo lado) y la carga aplicada está muy próxima al valor constante. El ángulo entre los ejes de los árboles del reductor $\Sigma = 90^\circ$.
 - a) $T_2 = 275 \text{ Nm}$, $\omega_2 = 53,8 \text{ rad/s}$, $u = 2,8$ (tentativamente), $L_h = 20 \cdot 10^3 \text{ h}$.

- b) $T_2 = 225 \text{ Nm}$, $\omega_2 = 62,9 \text{ rad/s}$, $u = 2,4$ (tentativamente), $L_h = 18 \cdot 10^3 \text{ h}$.
 - c) $T_2 = 316 \text{ Nm}$, $\omega_2 = 48,6 \text{ rad/s}$, $u = 1,8$ (tentativamente), $L_h = 20 \cdot 10^3 \text{ h}$.
 - d) $T_2 = 250 \text{ Nm}$, $\omega_2 = 42,2 \text{ rad/s}$, $u = 1,4$ (tentativamente), $L_h = 15 \cdot 10^3 \text{ h}$.
 - e) $T_2 = 360,5 \text{ Nm}$, $\omega_2 = 50,4 \text{ rad/s}$, $u = 2,8$ (tentativamente), $L_h = 12 \cdot 10^3 \text{ h}$.
- 5) Diseñar un reductor de velocidades de una etapa (escalón) con transmisión sinfín, perteneciente al accionamiento de una máquina transportadora, si se conocen T_2 , ω_2 , u (con una desviación de $\pm 2\%$), L_h , así como que la transmisión es reversible (los dientes trabajan de a ambos lados), la carga aplicada está muy próxima al valor constante y el tornillo está ubicado en la parte inferior.
- a) $T_2 = 730 \text{ Nm}$, $\omega_2 = 4,7 \text{ rad/s}$, $u = 21,4$ (tentativamente), $L_h = 15 \cdot 10^3 \text{ h}$.
 - b) $T_2 = 632 \text{ Nm}$, $\omega_2 = 3,4 \text{ rad/s}$, $u = 18,8$ (tentativamente), $L_h = 20 \cdot 10^3 \text{ h}$.
 - c) $T_2 = 750 \text{ Nm}$, $\omega_2 = 5,2 \text{ rad/s}$, $u = 22,5$ (tentativamente), $L_h = 18 \cdot 10^3 \text{ h}$.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

- DUNAEV, P. F.** El Proyecto de Curso de Elementos de Máquinas / P. F. Dunaev y O. P. Lielivov--1984.-428p.—Editorial Mashinostroeñie: Moscú.
- ITSKOVICH. G. M.** El Proyecto de Curso de Elementos de Máquinas / G. M. Itskovich y V. A. Kieseliiov--1979.-384p.—Editorial Mashinostroeñie: Moscú.
- KUKLIN, N. G.** Elementos de Máquinas / N. G. Kuklin y G. S. Kuklina--1984.-255p.—Editorial Visshaya Shkola: Moscú.
- MOTT, ROBERT L.** Machine Elements in Mechanical Design /Robert L. Mott—1992.-787pp.—Macmillan Publishing Company: New York.